Федеральное государственное бюджетном учреждении науки Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук

На правах рукописи

Дебольский Андрей Владимирович

Турбулентный обмен в пограничном слое атмосферы: параметризации на основе вихреразрешающих и осредненных по Рейнольдсу моделей

Специальность 1.6.18 —
«Науки об атмосфере и климате»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Репина Ирина Анатольевна

Москва — 2025

Оглавление

Стр.

Введение 4

Глава 1. Описание турбулентного перемешивания в АПС в моделях земной системы 12

1.1 Одноколоночные модели АПС 12

1.1.1 Особенности параметризаций АПС в климатической модели ИВМ РАН 13

1.2 Вихреразрешающие модели пограничного слоя 16

Глава 2. Аналитические интегральные модели КПС 19

2.1 Аналитические интегральные модели КПС 22

2.1.1 Уравнение притока тепла 22

2.1.2 Уравнение интегрального баланса КЭТ 23

2.2 Постановка численных экспериментов 28

2.3 Результаты экспериментов 30

2.4 Заключение 38

Глава 3. Эффективные замыкания первого порядка на основе обобщения ТПМО 39

3.1 Введение 39

3.1.1 Линейные безразмерные градиенты 43

3.1.2 Параметризации турбулентного числа Прандтля 44

3.1.3 Замыкание EFB 44

3.1.4 Функции устойчивости с нелинейным безразмерным градиентом скорости 45

3.2 Сравнение замыканий первого порядка 47

3.2.1 Слабоустойчивый пограничный слой 49

3.2.2 Сильно-устойчивый пограничный слой 50

3.2.3 Оценка схем поверхностных потоков 53

3.3 Заключение 57

Стр.

Глава 4. Оптимизация замыканий первого порядка и внедрение в МЗС РАН 59
4.1 Введение 59
4.2 Функции устойчивости для замыканий первого порядка 60
4.2.1 Оптимизация с помощью данных LES 61
4.2.2 Результаты оптимизации 63
4.3 Результаты численных экспериментов по воспроизведению современного климата 64
4.3.1 Воспроизведение современного климата 65
4.4 Заключение 68

Заключение 71

Список сокращений и условных обозначений 74

Список рисунков 88

Список таблиц 92

Приложение А. 93
А.1 Программная реализация блока АПС 93
А.2 Решения для замыканий 98

Введение

Планетарный атмосферный пограничный слой (АПС) представляет собой нижнюю часть атмосферы, взаимодействующую с подстилающей поверхностью Земли. АПС имеет характерную толщину в несколько километров, уменьшающуюся до высот ∼100 м в условиях сильно устойчивой стратификации. В нем обеспечивается передача импульса, тепла и влаги между поверхностью Земли и атмосферой, турбулентный перенос и последующая диссипация кинетической энергии, что делает АПС одним из ключевых элементов климатической системы Земли. Хотя параметризация турбулентного переноса в АПС является лишь одним из компонентов численных моделей прогноза погоды и климата, она имеет особое значение для прогноза приземных метеовеличин, информация о которых является главным практическим результатом моделирования.

В моделях Земной системы (МЗС), прогноза погоды и климата численное моделирование атмосферы осуществляется с шагами сетки по горизонтали значительно превышающими толщину пограничного слоя. Поэтому физические процессы в АПС, параметризуются и записываются в виде локально-одномерных моделей, основной целью которых является перераспределение импульса, тепла и влаги по вертикали за счет невоспроизводимой явно "подсеточной" турбулентной динамики. Локально-одномерные модели строятся на основе статистического осреднения турбулентности по Рейнольдсу (RANS-метод). Наибольшее распространение в глобальных моделях атмосферы получили модели первого и второго порядка, соответствующие диагностическим и однопараметрическим RANS - замыканиям. Значительным преимуществом замыканий первого порядка является невысокая вычислительная сложность.

Характерной особенностью АПС является важная роль плотностной стратификации в формировании турбулентного обмена. Динамика АПС значительно связана с суточным циклом, вызванным нагревом поверхности лучистой энергией Солнца днем и выхолаживанием длинноволновой радиацией ночью, что обуславливает чередование устойчиво-стратифицированного и конвективного режимов АПС. Устойчивые пограничные слои также являются характерной особенностью полярных регионов, особенно в период полярной ночи, а неустойчивая стратификация характерна для многих районов океана, в частности, для энергоактивных зон и зон теплых течений. Наличие характерных режимов ди-

намики АПС определяет различные требования для параметризации каждого из них в МЗС.

Устойчиво-стратифицированный пограничный слой атмосферы (УПС) характеризуется подавлением турбулентного обмена, ограничивающим его толщину. Характерные для глобальных моделей ошибки воспроизведения УПС связаны с недостаточным сеточным разрешением по вертикали для воспроизведения тонких пограничных слоев. Разработчикам МЗС приходится соблюдать баланс при использовании схем параметризации АПС. С одной стороны, использование более точных и физически обоснованных схем, оцениваемых в основном по данным вихреразрешающего моделирования (LES – Large-Eddy Simulation), увеличивает обоснованность прогнозов погоды и климата. С другой стороны, необходимо выбирать схемы, которые лучше работают в в совместном режиме с другими блоками климатической модели. Иногда эти цели противоречат друг другу. Например, локальная теория подобия Монина-Обухова (ТПМО) с линейными безразмерными градиентами скорости и температуры [1; 2], подтверждаемая многими данными LES [напр. 100; 3], предполагает так называемые "короткохвостые" функции устойчивости, то есть скорректированный по устойчивости турбулентный масштаб длины быстро уменьшается с ростом устойчивости. На грубых вертикальных сетках климатических моделей это вызывает эффект декаплинга, когда значимое радиационное выхолаживание и недостаточный турбулентный теплообмен с поверхностью приводят к завышенному охлаждению поверхности в ночное время [4]. Другим побочным эффектом недооценки перемешивания в АПС является некорректное воспроизведение поворота ветра с высотой и, как следствие, ошибки в воспроизведении динамики циклонов, в частности, в их времени жизни [5]. Для того чтобы избежать этих эффектов в моделях до сих пор широко используются так называемые "длиннохвостые" функции устойчивости [напр. 6; 7]. Они предотвращают декаплинг, но значительно завышают перемешивание и высоту АПС [5; 8; 9]. Еще одним механизмом поддержания турбулентности может быть увеличение числа Стэнтона (отношения динамической и термической шероховатостей) [101], однако, характер этой зависимости может значительно отличаться для разных типов поверхностей [10].

Процессы в конвективном пограничном слое (КПС), с другой стороны, имеют определяющее влияния на формирования облачности, которая, в свою очередь, влияет на энергетический баланс поверхности. Потоки тепла и влаги

на уровне конденсации, в значительной степени контролирующие рост облаков, определяются динамикой слоя вовлечения в подоблачном КПС. На сетках с грубым вертикальным разрешением, используемых в моделях климата, большие градиенты метеовеличин в слое вовлечения значительно сглаживаются, что приводит как к ошибкам в определении потоков этих величин, так и динамики КПС в целом. Поэтому часто в использующихся в глобальных моделях параметризациях конвекции [11—14] высота конвективного пограничного слоя выступает в качестве диагностической переменной, а вовлечение дополнительно параметризуется.

АПС представляет собой важнейший элемент системы Земли, влияющий на динамику атмосферы и ее общую циркуляцию. Поэтому разработка более точных и вычислительно-эффективных параметризации АПС, пригодных для включения в климатические модели, чему и посвящена данная работа, является актуальной задачей.

Как уже было отмечено выше, большая физическая обоснованность и наполненность параметризаций не всегда гарантируют лучшее воспроизведение и достоверность результатов климатического моделирования, поскольку система совместного моделирования процессов в АПС и крупномасштабной динамики атмосферы порождает свой набор ограничений и желательных свойств параметризаций турбулентного переноса. Это означает, что разработка новых схем турбулентного переноса должна быть тесно связана с исследованиями по их внедрению в МЗС. В рамках работы рассматривалась как задачи разработки перспективных параметризаций АПС, так и связанные задачи — внедрения и тестирования параметризаций в МЗС. Предварительное тестирование RANS-параметризаций выполнялось при помощи локально-одномерной модели АПС, разработанной и реализованной с участием автора и содержащей иерархию турбулентных замыканий. Эта модель пригодна для решения широкого диапазона задач и применялась в работах [100—103]. На финальном этапе использовалась климатическая модель INMCM [15; 16], разрабатываемая в Институте вычислительной математки им. Г.И. Марчука РАН и участвующая в проектах по сравнению климатических моделей CMIP (Coupled Model Intercomparison Project Phase 6)[17].

На рис. 1а схематично представлена эволюция АПС в течение суточного хода, а также области "ответственности" отдельных компонент блока (сухое перемешивание в устойчивой стратификации, дневной конвекции, формиро-

вания облачности). На рис. 1b,c,d проиллюстрированы основные недочеты используемой в МЗС ИВМ РАН схеме: завышение высоты пограничного слоя, связанное с ним избыточное перемешивание в ночном АПС в условиях устойчивой стратификации и, как следствие, ошибки в воспроизводимых моделью характеристиках нижней атмосферы.

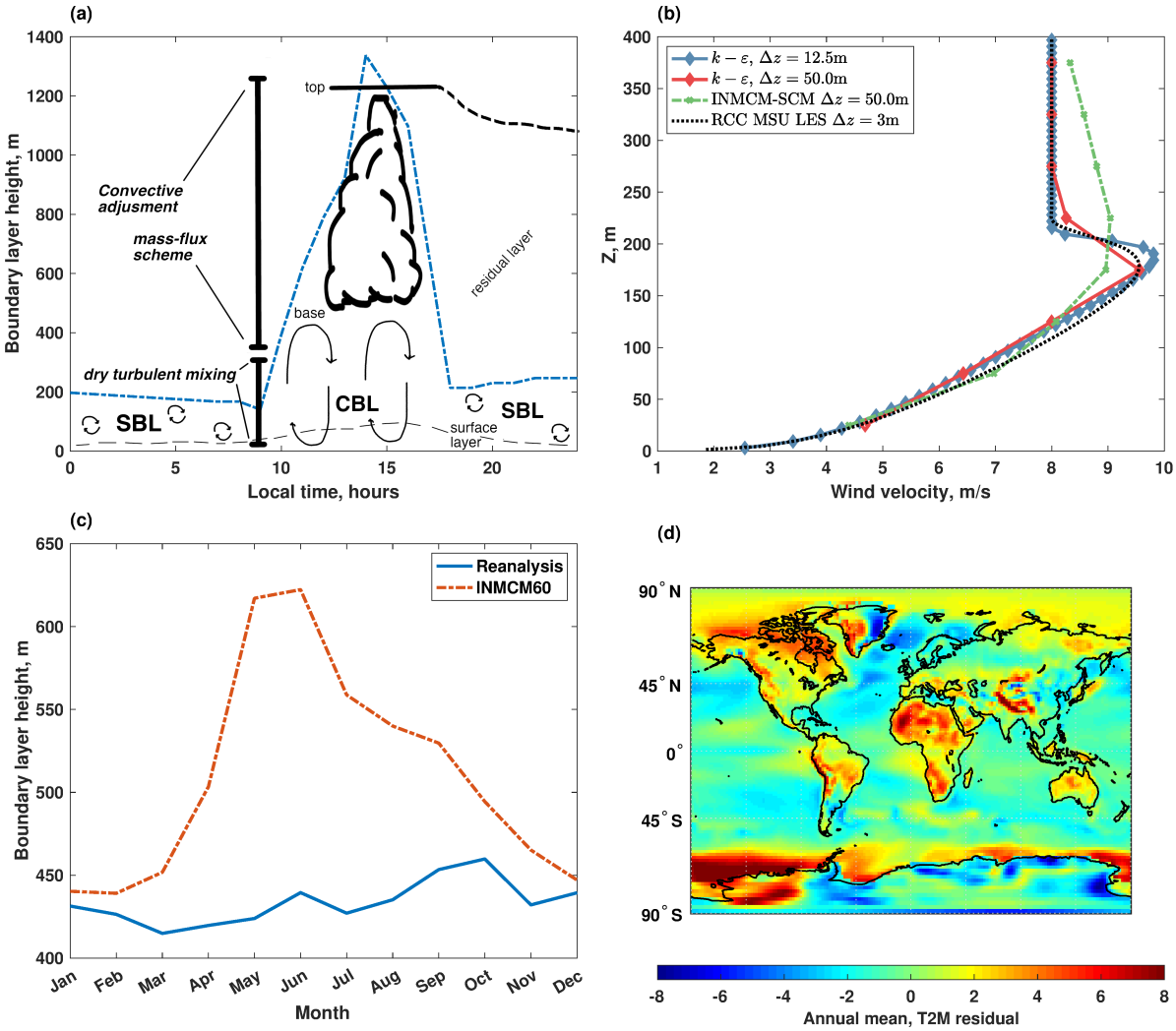

Рисунок 1 — Типичный суточный ход высоты пограничного слоя в средних широтах в МЗС ИВМ РАН *(a)*; профиль скорости ветра в устойчиво-стратифицированном ПС в оригинальном блоке АПС с замыканием первого порядка, в замыкании второго порядка и данным LES экспериментов *(b)*; годовой ход высоты пограничного слоя в Арктике *(c)*; ошибка средней температуры на высоте 2-х метров в МЗС ИВМ РАН (historic 1979-1999, 5 членов ансамбля) относительно реанализа R2 NCEP NCAR DOE Reanalysis *(d)*. Источник: [103].

Целью данной работы является исследование динамики стратифицированного атмосферного пограничного слоя и разработка параметризаций

турбулентного обмена для крупномасштабных моделей общей циркуляции атмосферы.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. диагностики и прогноза высоты конвективного пограничного слоя с использованием интегральных моделей конвективного пограничного слоя атмосферы, их верификация по данным вихреразрешающего моделирования;
2. воспроизведения турбулентного перемешивания при устойчивой стратификации атмосферы с использованием турбулентных замыканий первого порядка на основе локального обобщения теории подобия Монина-Обухова;
3. Разработка и внедрение в модели Земной системы локально одномерной модели турбулентного перемешивания в атмосферном пограничном слое.

Научная новизна:

1. Разработана численная реализация, оценены и верифицированы по данным вихреразрешающего моделирования параметры интегральной модели конвективного пограничного слоя атмосферы.
2. Выполнено исследование набора замыканий первого порядка в формализме локального обобщения ТПМО для слабо и сильно устойчиво стратифицированного пограничного слоя атмосферы.
3. В климатическую модели ИВМ РАН внедрена обновленная версия схемы турбулентного переноса в АПС.

Практическая значимость Разработанный программный комплекс, реализующий исследованные параметризации турбулентного перемешивания, внедрен в МЗС ИВМ РАН. Полученные результаты позволяют улучшить воспроизведение современного климата моделью, что позволяет ожидать также улучшения климатических и сезонных гидрометеорологических прогнозов, рассчитываемых с помощью данной модели.

Методология и методы исследования. Использовались теория и методы вычислительной геофизической гидродинамики для различных пространственных масштабов. В качестве валидационных данных использовались данные численных экспериментов с вихреразрешающей моделью АПС. Параметризации турбулентного перемешивания в АПС рассматривались в рамках осредненных по Рейнольдсу моделей. Анализ влияния параметризаций турбу-

лентного переноса на климатическую систему проводился с использованием модели Земной системы ИВМ РАН.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Интегральная модель конвективного пограничного слоя, основанная на осредненных по высоте уравнениях притока тепла и баланса кинетической энергии турбулентности, с привлечением уточнённых по данным вихреразрешающего моделирования параметров, воспроизводит высоту и коэффициент вовлечения пограничного слоя для случаев свободной конвекции и сдвигово-конвективного режима.
2. Локально-одномерные замыкания первого порядка, предполагающие линейность по параметру устойчивости безразмерного градиента скорости, в целом улучшают качество воспроизведения квазистационарных состояний устойчивых пограничных слоев. Для случаев тонких приземных слоев замыкания, предполагающие независимость безразмерных градиентов от динамической скорости в пределе сильной устойчивости, улучшают точность воспроизведения характеристик турбулентного перемешивания.
3. Калибровка параметров турбулентного замыкания первого порядка по данным расчётов вихреразрешающих моделей для устойчиво-стратифицированного пограничного слоя атмосферы позволяет улучшить результаты моделирования атмосферного пограничного слоя даже на грубых сетках модели Земной системы.
4. Новая локально-одномерная модель турбулентного перемешивания в атмосферном пограничном слое улучшает воспроизведение метеорологического режима приземного слоя атмосферы в модели Земной системы ИВМ РАН.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием для оценки качества турбулентных замыканий открытых данных межмодельных сравнительных экспериментов и открытостью кода программ для ЭВМ, используемых в данной работе. Результаты исследования не противоречат результатам, полученными ранее другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались лично автором на конференциях: European Geoscience Union General Assembly, Вена, (2019/2021) , European Meteorological Society Annual Meeting, София/Копенганен (2015/2018), Вычислительно-информационные технологии для наук

об окружающей среде CITES, Москва, (2019/2023); Environmental Observations, Modeling and Information Systems ENVIROMIS, Томск (2020/2024); "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", Москва (2018/2020/2022/2024); Non-linear Wave and Processes, Нижний Новгород (2017).

Диссертационная работа была выполнена при поддержке грантов:

- проект ФНТП 124042700008-6 в рамках программы "Совершенствование глобальной модели Земной системы мирового уровня для исследовательских целей и сценарного прогнозирования климатических изменений".
- Грантов РНФ: 17-17-01210, 18-47-06-203, 20-17-00190, 24-17-00155.
- в рамках госзаданий ИФА РАН и НИВЦ МГУ: 1021032424880-5-1.5.11, 125020501524-9, 121011690004-3.

Личный вклад. Автор принимал непосредственное участие в постановке и решении всех задач диссертационной работы. Основные научные результаты диссертационной работы были опубликованы в [100; 103; 104] . В работе [104], автором разработана численная реализация для интегральной модели КПС предложенной С.С. Зилитинкевичем, проведен анализ применимости модели и получен набор параметров, согласованных с данным численных экспериментов вихреразрешающего моделирования. Вклад автора в работу [100] состоял в анализе локально-одномерных моделей по данным вихреразрешающего моделирования, реализации замыканий первого порядка в рамках локально-обобщенной теории подобия Монина-Обухова в локально-одномерной модели, которая также входят в РИД [106]. В работе [103] вклад автора относится к выделению одноколоночной версии модели пограничного слоя из МСЗ ИВМ РАН, которая также зарегистрирована как отдельный РИД [107], внедрение новых параметризаций турбулентного перемешивания, расчеты и анализ экспериментов с климатической моделью.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 печатных изданиях, 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 6 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 8 — в тезисах докладов. Зарегистрированы 2 программы для ЭВМ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 1 приложения. Полный объём диссертации составляет 100 стра-

ниц, включая 20 рисунков и 4 таблицы. Список литературы содержит 99 наименований.

Благодарности. Автор благодарит своего научного руководителя, профессора РАН, доктора физико-математических наук, Репину Ирину Анатольевну. Автор сердечно благодарен кандидату физико-математических наук Мортикову Евгению Валерьевичу и доктору физико-математических наук Глазунову Андрею Васильевичу за неоценимую помощь в работе. Автор глубоко признателен доктору физико-математических наук Степаненко Виктору Михайловичу за помощь и советы при написании диссертации, а также, члену-корреспонденту РАН, доктору физико-математических наук Лыкосову Василию Николаевичу и доктору физико-математических наук, профессору Зилитинкевичу Сергею Сергеевичу, Кристофу Люпкесу, коллективам лабораторий математического моделирования геофизических пограничных слоев и суперкомпьютерного моделирования природно-климатических процессов НИВЦ МГУ и лаборатории взаимодействия атмосферы и океана ИФА РАН. Автор выражает благодарность докторам технических наук Дебольскому Владимиру Кирилловичу и Дебольской Елене Ивановне, Ph.D Дебольскому Матвею Владимировичу, Дебольской Инне Александровне и Дебольской Алёне Владимировне за мотивацию и поддержку.

Глава 1. Описание турбулентного перемешивания в АПС в моделях земной системы

1.1 Одноколоночные модели АПС

Уравнения для тенденций вертикального турбулентного перемешивания в МЗС получаются путем осреднения по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса в приближении однородности по горизонтали. Уравнения модели пограничного слоя зависят только от вертикальной координаты и времени:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial \tau_y}{\partial z}, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{\partial F_z}{\partial z}, \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial t} = -\frac{\partial F_{cz}}{\partial z} \tag{1.4}$$

где $\mathbf{U} = (U,V)$ – горизонтальная составляющая скорости ветра, $\tau_x = \overline{u'w'}$ и $\tau_y = \overline{v'w'}$ – компоненты вертикального турбулентного потока импульса $\tau = (\tau_x,\tau_y)$, Θ – потенциальная температура, $F_z = \overline{\Theta' w'}$ – вертикальный турбулентный поток тепла, F_{cz} – турбулентный вертикальный поток скаляра $\mathrm{C} = \{q_v,\ a,\ q_c\}$, a – балл облачности, q_c – водность облаков, q_v – отношение смеси водяного пара. С другой стороны, с точки зрения турбулентного замыкания как модели, “внешние“ по отношению к турбулентности ПС тенденции в моделях ОЦА/МЗС можно записать как внешнее воздействие, таким образом получив ”одноколоночную” версию уравнений пограничного слоя атмосферы:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = f\,(V - V_g) - w_{sub}\frac{\partial U}{\partial z} + F^{U}_{adv}, \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = -f\,(U - U_g) - w_{sub}\frac{\partial V}{\partial z} + F^{V}_{adv}, \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = -w_{sub}\frac{\partial \Theta}{\partial z} + F^{\Theta}_{adv} + H_{rad} - L_{water}(C_n - E_v) - L_i(D_p - S_b), \tag{1.7}$$

где f – параметр Кориолиса, U_g и V_g – компоненты крупномасштабного горизонтального градиента давления, записанные в виде геострафического ветра, F^{φ}_{adv} – изменения вследствие крупномасштабной адвекции, w_{sub} – скорость

крупномасштабного оседания/вынужденной конвекции, H_{rad} – дивергенция потоков солнечной и тепловой радиации. Последние два члена в уравнении (1.7) представляют собой выделение/поглощение тепла за счет процессов испарения/конденсации облачной влаги и сублимации/возгонки облачного льда. Турбулентные потоки представленные в уравнениях (1.1) — (1.3) выражаются обычно через градиентное приближение:

$$\boldsymbol{\tau} = -K_m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}, F_z = -K_h \frac{\partial \Theta}{\partial z}. \tag{1.8}$$

1.1.1 Особенности параметризаций АПС в климатической модели ИВМ РАН

В МЗС ИВМ РАН (INMCM) к модулю атмосферного пограничного слоя относится набор компонентов, активно использующих переменные, "физически" расположенные в АПС, а также параметризации, использующие характеристики турбулентного переноса в пограничном слое и требующие их согласованного представления: турбулентное замыкание, описание мелкой и глубокой конвекции, описание микрофизики облаков и их характеристик, необходимых для расчета оптических свойств, параметризации эмиссий и переноса аэрозольных частиц. В данной работе рассматривалось только "сухая" часть модуля, то есть не рассматривались части, связанные с процессами включающими образование облачной влаги, глубокой конвекции и т.д.

В модели INMCM применяется замыкание первого порядка, где коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии зависят только от диагностических величин:

$$K_m = f_m l_m^2 S, \tag{1.9}$$

$$K_h = f_h l_h^2 S, \tag{1.10}$$

$$S = \left| \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2} \tag{1.11}$$

где $f_{m,h}$ безразмерные универсальные функции для импульса и тепла соответственно, S – сдвиговая частота. Турбулентный масштаб длины $l_{m,h}$ описывается

обратной интерполяцией нейтрального турбулентного масштаба длины и некоторого фиксированного значения:

$$l_{m,h} = \frac{\kappa z}{1 + \kappa z / l_{m,h\infty}} F_l(Ri, z, h_b), \tag{1.12}$$

где $l_{m,h\infty}$ – ограничение масштаба длины для импульса $l_{m\infty} = 160$ м и тепла, $l_{h\infty} = \sqrt{d} l_{m\infty}$, где $d = 5/2$. Множитель F_l представлен в следующем виде:

$$F_l = \begin{cases} 1 - \dfrac{z}{h_{bl}}, & Ri_g \leqslant 0, \\ 1, & Ri_g > 0, \end{cases} \tag{1.13}$$

где высота пограничного слоя атмосферы h_{bl} диагностируется как:

$$h_{bl} = \max\left(h_{dyn}, h_{cv}\right), \tag{1.14}$$

$$h_{dyn} = \frac{u_*}{2f}, \ \max\left(f, f_{lim}\right), \tag{1.15}$$

$$h_{cv} = \operatorname{argmin}\left(\Theta_{\mathrm{v}}(z) > \Theta_{\mathrm{v}s}\right), \tag{1.16}$$

где высота пограничного слоя атмосферы h_{bl} диагностируется как:

$$h_{bl} = \max\left(h_{dyn}, h_{cv}\right), \tag{1.17}$$

$$h_{dyn} = \frac{u_*}{2f}, \tag{1.18}$$

$$h_{cv} = \operatorname{argmin}\left(\Theta_{\mathrm{v}}(z) > \Theta_{\mathrm{v}s}\right) \tag{1.19}$$

где f – параметр Кориолиса, для диагностики ограниченый $f < 0.00005\mathrm{c}^{-1}$, Θ_s – температура поверхности, h_{dyn} и h_{cv} – оценки высоты нейтрально-стратифицированного АПС, и "сухого" конвективного АПС по методу частицы без вовлечения.

На текущий момент в параметризации пограничного слоя в INMCM используются "длиннохвостные" универсальные функции Луиса [6; 7]:

$$f_m = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + 2bRi/\sqrt{1 + dRi}} & Ri \geqslant 0, \\ 1 - \dfrac{2bRi}{1 + c(l_m/z)^2\sqrt{-Ri}} & Ri < 0, \end{cases} \tag{1.20}$$

и

$$f_h = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + 3bRi\sqrt{1 + dRi}} & Ri \geqslant 0, \\ 1 - \dfrac{3bRi}{1 + c(l_h/z)^2\sqrt{-Ri}} & Ri < 0, \end{cases} \tag{1.21}$$

Что касается численной реализации блока, уравнения вертикальной диффузии рассчитываются неявной схемой по времени, с центрально-разностной дискретизацией по пространству:

$$\frac{\psi_k^{n+1}-\psi_k^n}{\Delta t}=\frac{1}{\rho_k^n\left(z_{k+1/2}-z_{k-1/2}\right)}\cdot \left(\rho_{k+1/2}^n K_{\psi,k+1/2}^n\left(\frac{\psi_{k+1}^{n+1}-\psi_k^{n+1}}{z_{k+1}-z_k}\right)-\rho_{k-1/2}^n K_{\psi,k-1/2}\left(\frac{\psi_k^{n+1}-\psi_{k-1}^{n+1}}{z_k-z_{k-1}}\right)\right), \tag{1.22}$$

где $\psi=\{U,V,\Theta,q_v\}$, n – индекс дискретизации по времени, k – индекс дискретизации по пространству. Для расчета коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии используются значения диагностических переменных с n-го шага по времени. Уравнения (1.22) решаются для вертикальных уровней модели, находящихся ниже h_{bl}. На нижнем уровне модели в качестве граничных условий используются рассчитываемые с помощью ТПМО приземные потоки.На верхней границе АПС ставится граничное условие Неймана.

Основные уравнения климатической модели (крупномасштабная динамика, радиационный перенос) реализованы на так называемой σ-сетке по вертикали ($\sigma_i = p_i/p_s$, где p_i – давление на i-ом уровне по вертикали, p_s – приземное давление), в то время как одноколоночная версия модели и сами параметризации турбулентного перемешивания модуля АПС описываются на z-сетке, где z-геометрическая высота над поверхностью. Переход между координатами определяется уравнением гидростатики:

$$d\sigma=\frac{\rho g}{p_s}dz, \tag{1.23}$$

где ρ – плотность воздуха, g – ускорение свободного падения.

Параметризации АПС так или иначе взаимодействует со всеми основными компонентами и параметризациями в МЗС (в первую очередь с блоками динамики, радиационного переноса, приземного слоя, блоком переноса и обрушения гравитационных волн в верхней атмосфере, аэрозольным блоком и/или блоком химии). Подробнее, о программой реализации разработанного модуля можно прочитать в приложении А.

1.2 Вихреразрешающие модели пограничного слоя

В данном исследовании для верификации и анализа исследуемых интегральных моделей КПС и замыканий турбулентного перемешивания в качестве "эталонных" данных о турбулентных течениях будут использоваться данные вихреразрешающего моделирования. Такой подход получил широкое распространение с начала 2000х годов, когда развитие современных вычислительных систем позволило производить масштабные расчеты с LES моделями. LES позволяют значительно расширить набор анализируемых данных, а также рассматривать и сравнивать одноколоночные параметризации турбулентного перемешивания согласованных постановках, что невозможно при использовании данных наблюдений. Ниже приведено краткое описание используемой в работе LES модели.

Для описания температурно-стратифицированного однородного по горизонтали пограничного слоя атмосферы рассматривается система уравнений Навье-Стокса, включающую уравнения движения, неразрывности и переноса тепла, в приближении Буссинеска. LES подход рассматривает уравнения относительно фильтрованных (по пространству, $\bar{\cdot}$ - оператор сеточной сеточной фильтрации) переменных: вектора скорости $\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = (\overline{u}_1, \overline{u}_2, \overline{u}_3) \equiv (\overline{u}, \overline{v}, \overline{w})$, давления $\overline{p}(\mathbf{x},t)$ и потенциальной температуры $\overline{\Theta}(\mathbf{x},t)$ ([18; 19]):

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{p}_*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \varepsilon_{ij3} f \left(\overline{u}_j - G_j\right) + \delta_{i3} \beta \overline{\Theta}, \tag{1.24}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{1.25}$$

$$\frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{\Theta}}{\partial x_i} = -\frac{\partial h_i}{\partial x_i} + \chi \frac{\partial^2 \overline{\Theta}}{\partial x_j \partial x_j}, \tag{1.26}$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z)$, $\overline{p}_* = \overline{p}/\rho$, ν и χ – коэффициенты молекулярной кинематической вязкости и теплопроводности, ρ – плотность воздуха, β – параметр плавучести, G_j – компоненты вектора геострофической скорости ветра $(U_g, V_g, 0)$,f – параметр Кориолиса, ε_{ijk} – тензор Леви-Чивиты, t – время.

Подсеточные/подфильтровые потоки импульса τ_{ij} и тепла h_i заданы соотношениями:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j, \tag{1.27}$$

$$h_i = \overline{u_i \Theta} - \overline{u}_i \overline{\Theta} \tag{1.28}$$

и содержат зависимость от не разрешаемых явно $\overline{u_i u_j}$ и $\overline{u_i \Theta}$. Для замыкания системы уравнений (1.24)–(1.28) используется модель, основанная на определении эффективной турбулентной вязкости и диффузии, дополненная динамической процедурой.

В вихреразрешающей модели ИВМ РАН [20—22] для расчета подсеточного потока импульса рассматривается анизотропная часть τ^a_{ij} тензора турбулентных напряжений τ_{ij}, которая параметризуется при помощи смешанного локализованного динамического замыкания:

$$\tau^a_{ij} = \tau^{smag}_{ij} + \tau^{ssm}_{ij} = -2(C_s \overline{\Delta})^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij} + (\overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \overline{\overline{u}_i}\ \overline{\overline{u}_j}), \tag{1.29}$$

где $\overline{S}_{ij}$ – тензор скоростей деформации; $C_s(x,y,z,t)$ – безразмерный коэффициент Смагоринского, изменяющийся во времени и пространстве и определяемый динамически [23] с использованием подхода, основанного на итерационном методе поиска обобщенного решения переопределенной системы уравнений (см. [24]). Переопределенная система получается из тождества Германо с помощью фильтрации исходной системы уравнений с помощью дополнительного "тестового" фильтра $\widehat{a}(\mathbf{x},t) = F_{\widehat{\Delta}} a(\mathbf{x},t)$ шириной $\widehat{\Delta} = \alpha\overline{\Delta}$, $\alpha > 1$:

$$\left(\widehat{\left(C_{\overline{\Delta}} \overline{\Delta}^2 M^{\tau}_{ij}\right)}\right) - \left(C_{\widehat{\overline{\Delta}}} \widehat{\overline{\Delta}}\right)^2 M^T_{ij} = L_{ij} - H_{ij} + \varepsilon_{ij} \tag{1.30}$$

Здесь $T_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j$ – тензор турбулентных напряжений, полученный при последовательном применении базового и тестового фильтров к уравнениям (1.24)–(1.25), ε_{ij} –невязка тождества Германо, а тензоры L_{ij}, H_{ij}, M^{τ}_{ij}, M^T_{ij} задаются выражениями:

$$M^T_{ij} = 2\widehat{|\overline{S}|\overline{S}}_{ij}, \qquad M^{\tau}_{ij} = 2\widehat{|\overline{S}|\overline{S}_{ij}}, \tag{1.31}$$

$$L_{i,j} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u_i}}\ \widehat{\overline{u_j}}, \quad H_{i,j} = \left(\widehat{\overline{\widehat{u}_i}\ \overline{\widehat{u}_j}} - \widehat{\overline{\widehat{u}_i}}\ \widehat{\overline{\widehat{u}_j}}\right) - \left(\widehat{\overline{\overline{u_i}\ \overline{u_j}}} - \widehat{\overline{\overline{u_i}}}\ \widehat{\overline{\overline{u_j}}}\right). \tag{1.32}$$

Решение уравнения (1.30) находится итерационным методом сопряженных градиентов с диагональным предобуславливателем. Схожим образом производится расчет подсеточного потока тепла.

В вихреразрешающей модели НИВЦ МГУ (см., например, [3; 19; 25]), расчет динамических коэффициентов реализован с помощью приближенного решения ур. (1.30), основанного на осреднении вдоль лагранжевых траекторий [26; 27]. В численной реализации обоих моделей используются консервативные конечно-разностные схемы [28] второго порядка точности для аппроксимации по пространству на прямоугольных сетках. Метод дробных шагов [29] применяется для интегрирования уравнений движения и неразрывности по времени при явной аппроксимации схемой Адамса-Башфорта третьего порядка операторов переноса импульса и тепла. Поправка к давлению, обеспечивающая выполнение уравнения неразрывности для поля скорости на каждом шаге по времени, находится из решения уравнения Пуассона с помощью итерационного метода бисопряженных градиентов с геометрическим многосеточным методом в качестве предобуславливателя. В динамической процедуре LES модели тестовый фильтр определяется согласно [18; 30], а отношение ширины базового и тестового фильтров α вычисляется следуя работе [31].

Глава 2. Аналитические интегральные модели КПС

Современные модели общей циркуляции атмосферы и океана, предназначенные как для прогноза погоды, так и для моделирования климата, все еще имеют недостаточное пространственное разрешение, чтобы воспроизводить турбулентную конвекцию в явном виде. Поэтому используются параметризации конвекции [11—13]. При этом высота конвективного пограничного слоя часто выступает в качестве диагностической переменной. Корректность воспроизведения конвекции существенно влияет на рассчитываемую моделями облачность и, следовательно, на радиационный перенос. На сетках с грубым вертикальным разрешением, используемых в моделях климата, большие градиенты метеовеличин в слое вовлечения конвективного пограничного слоя (КПС) значительно сглаживаются, что приводит к ошибкам в определении потоков этих величин, и динамики КПС в целом.

Данные наблюдений и лабораторных экспериментов показывают, что в целом эволюция высоты КПС хорошо описывается интегральными ("балковыми") соотношениями [32—34], поэтому целесообразно уточнение существующих параметризаций конвекции на их основе. Интегральные модели КПС основаны на системе уравнений, неизвестными переменными которой являются высота КПС h, перепады метеовеличин в слое вовлечения и коэффициент вовлечения. Коэффициент вовлечения определяется как отношение экстремума потока плавучести в слое вовлечения к значению потока на поверхности $A = -B_h/B_s$.

В последние десятилетие наибольшее распространение получили два вида интегральных моделей КПС – модели ”нулевого” [35] и ”первого” порядка [36]. Они различаются в том, каким образом представлен перепад плавучести и скорости на границе КПС в соответствующих идеализированных профилях. На Рисунке 2.1 представлены эти профили для плавучести и горизонтальной скорости в моделях “нулевого“ порядка. В них градиенты плавучести и скорости в слое вовлечения аппроксимируются разрывами этих величин на высоте h.

В моделях первого порядка предполагается, что внутри слоя вовлечения плавучесть и скорость ветра меняются линейно, при этом толщина слоя вовлечения, δ, становится новой независимой переменной и требует дополнительного соотношения, необходимого для замыкания системы уравнений модели. Однако, установление физически обоснованных связей δ с другими параметрами во-

влечения представляет собой сложную задачу, включающую параметеризации турбулентных, волновых и термодинамических процессов в слое вовлечения. Физика данных процессов остаётся недостаточно изученной (см., например [37]).

В целом, точность моделей нулевого порядка практически совпадает с точностью моделей первого порядка в случаях свободной конвекции и конвекции со сдвигом при сильно устойчивой стратификации в свободной атмосфере [38; 39], ухудшаясь лишь при слабой устойчивости в свободной атмосфере или при наличии значительного градиента геострофического ветра [40]. Модели обоих типов также приводят к большим ошибкам в определении высоты КПС, h, и перепада скорости в слое вовлечения, ΔU, над сильно шероховатой поверхностью [41].

В предложенных к настоящему моменту моделях нулевого порядка не возникает связи между скоростью трения на поверхности u_* и сдвигом скорости в слое вовлечения, ΔU, что, в частности, и обуславливает невысокую точность расчетов над сильно шероховатой поверхностью. Модели первого порядка эту зависимость учитывают, однако неопределенности параметризации, привносимые с новой переменной δ и дополнительные математические сложности в решении получающейся системы уравнений, в значительной степени сводят на нет это достоинство. Поэтому, представляется перспективным предложенный в работах [42; 43] подход, при котором в модели нулевого порядка реализуется связь u_* с ΔU (подробно излагается в Разделе 2.1.2).

В связи со сказанным выше, целью данной части исследования является проверка интегральной модели проникающей конвекции со сдвигом скорости [42; 43] по данным численных экспериментов с вихреразрешающей моделью (LES – Large Eddy Simulation) Института вычислительной математики (ИВМ) РАН, в которой энергетически преобладающая часть турбулентных вихрей воспроизводится явно; эта задача подразумевает, среди прочего, определение эмпирических констант интегральной модели.

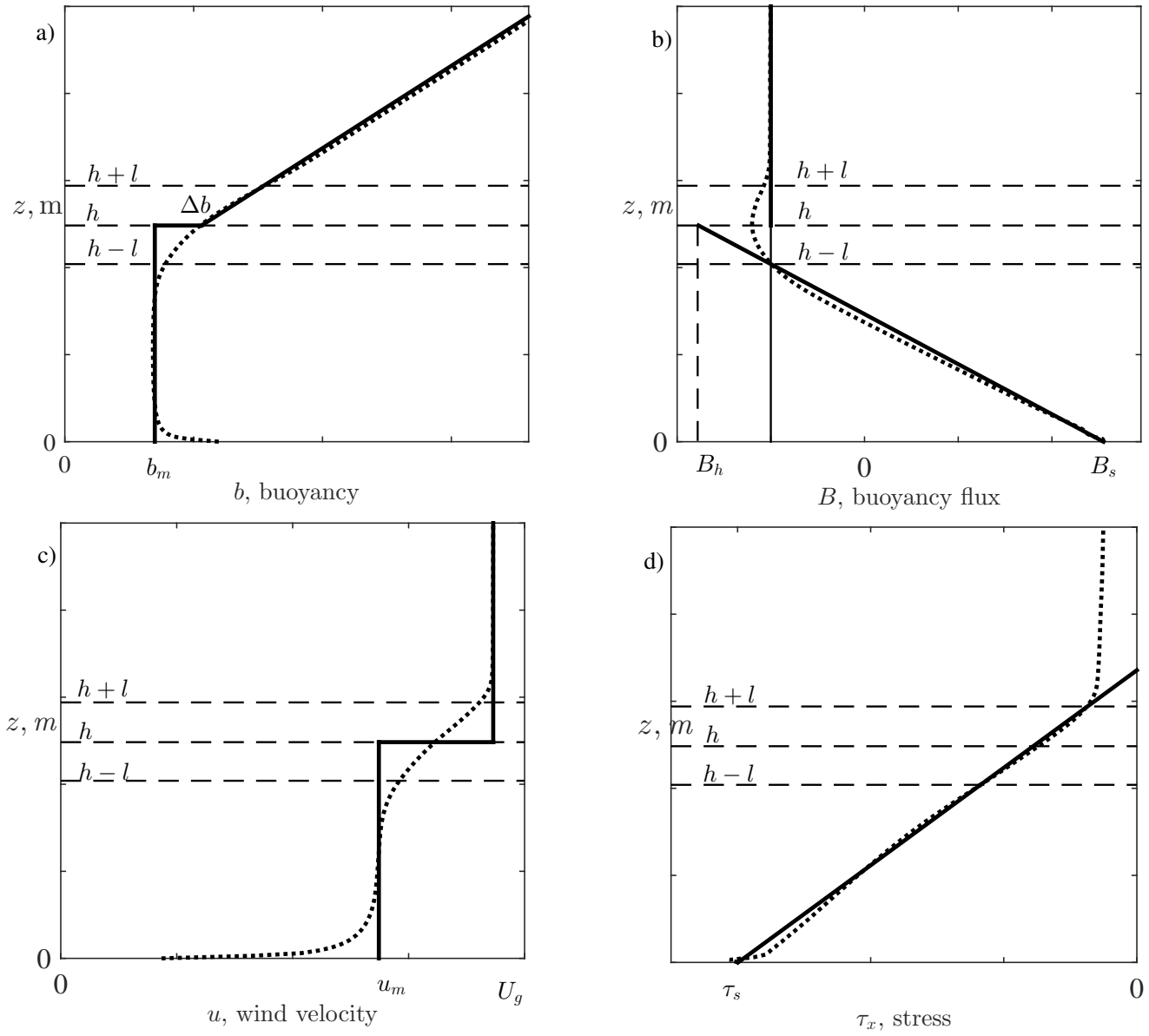

Рисунок 2.1 — Профили плавучести (а), потока плавучести (б), горизонтальной скорости ветра (в) и вертикального потока импульса (г) в конвективном пограничном слое (КПС), развивающемся на фоне устойчиво стратифицированной свободной атмосферы при наличии фонового ветра. Сплошной черной линией представлены схематичные профили, используемые в интегральных моделях КПС, пунктирной линией – осредненные по времени профили по данным LES-расчетов данной работы (см. Разделы 2.2 и 2.3).

2.1 Аналитические интегральные модели КПС

2.1.1 Уравнение притока тепла

Основу интегральных моделей КПС составляет интегрированное по высоте КПС уравнение притока тепла в приближении горизонтальной однородности и в предположении, что поток плавучести линейно меняется с высотой, а частота Брента-Вяйсяля N над КПС постоянная по высоте. Полученное таким образом уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\left(N^2h^2\right)}{\partial t} = B_s - B_h = (1+A)\,B_s \tag{2.1}$$

где t – время, h – высота КПС, B_s - приземный поток плавучести (принятый для простоты постоянным по времени), B_h - поток плавучести на границе КПС. Так как внутри КПС плавучесть постоянна, поток плавучести на верхней границе выражается через скачок плавучести, Δb, по формуле $B_h = -\Delta b\dot{h}$ [44], где $\dot{h} = \partial h/\partial t$ - скорость роста КПС или скорость вовлечения. При этом разность $B_s - B_h$ в правой части (2.1), выражается через коэффициент вовлечения:

$$A = \frac{-B_h}{B_s} = \frac{l}{h-l} \tag{2.2}$$

Если считать этот коэффициент постоянным и известным из данных наблюдений и ограничиваться режимом свободной конвекции, толщина КПС полностью описывается уравнением (2.1). Такой подход применялся в начале развития интегральных моделей КПС (см. [44—46]). При отсутствии вовлечения $A\,(t) = 0$, решение уравнения (2.1) сводится к классической формуле Н.Н.Зубова [45] $h = \sqrt{2B_st/N^2}$. При $A = const > 0$, уравнение (2.1) принимает вид

$$\dot{h} = (1+A)\,\frac{B_s}{N^2h}. \tag{2.3}$$

Наблюдаемые при измерениях в атмосфере и в лабораторных экспериментах значения коэффициента вовлечения лежат в примерном диапазоне $0 \leqslant A \leqslant 1$ (см. таблицу 1 в [47]), то есть практически во всем интервале между предельными режимами $B_h = 0$ [44] и $B_h = -B_s$ [48]. Естественно, что при таком разбросе, уравнение (2.3) с постоянным A, вообще говоря, неудовлетворительно, хотя наблюдаемые значения A в атмосферных КПС обычно близко к значению 0.2 [32;

34; 47; 49]. Ниже будет показано, что значение $A \simeq 0.2$ получается из анализа баланса турбулентной кинетической энергии для хорошо развитого КПС при свободной конвекции, если предположить, что интегральная по КПС генерация КЭТ силами плавучести полностью компенсируется диссипацией. Таким образом, такие простые интегральные модели КПС, как формула (2.3), во многих случаях хорошо воспроизводят высоту КПС.

2.1.2 Уравнение интегрального баланса КЭТ

В общем случае, коэффициент вовлечения является переменной во времени величиной, определение которой требует добавления еще одного уравнения в систему, образующую интегральную модель КПС. Для его вывода выписывается уравнение баланса КЭТ на границе перемешанного слоя и слоя вовлечения $z = h - l$ [50], или уравнение баланса (КЭТ) интегрируется по высоте для горизонтально однородного пограничного слоя [39; 42; 51]:

$$\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = \int_0^h B dz + \int_0^h \boldsymbol{\tau} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} dz - \int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz - \int_0^h \varepsilon dz. \qquad (2.4)$$

где ε - диссипация турбулентной кинетической энергии, $F = \overline{u_i' u_i' w'} + \frac{1}{\rho}\overline{p' w'}$ - вертикальный турбулентный поток КЭТ, B - поток плавучести, $\boldsymbol{\tau} = \left(\overline{u'w'}, \overline{v'w'}, \overline{w'w'}\right)$ - вертикальный поток импульса, $\boldsymbol{u} = (u, v, w)$ - вектор скорости ветра. При свободной конвекции, средняя генерация КЭТ за счет сдвига скорости ветра равна нулю. При условии $S = \boldsymbol{\tau} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} = 0$, и, используя теорию самоподобия КПС Дирдорфа [46], профили КЭТ и диссипации можно представить через универсальные функции от безразмерной высоты $\zeta = z/h$:

$$E_k = W_*^2 \Phi_{EK}(\zeta), \varepsilon = \left(W_*^3/h\right) \Phi_{DK}(\zeta), \qquad (2.5)$$

где $W_* = (B_s h)^{1/3}$ – дирдорфовский масштаб скорости, характеризующий типичное значение вертикальной и горизонтальной скорости в самоорганизующихся термиках КПС. Третий член в правой части (2.4) обычно считается малым, т.к. на верхней и нижней границе КПС турбулентные потоки $\int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz = \left(\overline{u_i' u_i' w'} + \frac{1}{\rho}\overline{p' w'}\right)\Big|_0^h$ противоположны по знаку и близки по модулю. Зилитинкевич [43], учел возможное излучение в свободную атмосферу гравитационных

волн, возбуждаемых "ударами" термиков в устойчиво-стратифицированный слой вовлечения, и определил $F_{z=h}$ как вертикальный поток энергии за счет этих волн. Тогда, согласно линейной теории [52],

$$F_{z=h} \propto \lambda^2 \Lambda N^3 \tag{2.6}$$

где λ – длина,а Λ – амплитуда волны. Принимая, согласно [53], $\Lambda \sim \lambda \sim \frac{A}{1+A}h$, получаем:

$$\int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz = F_h - F_0 = F_h = C_3 N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A}\right)^3. \tag{2.7}$$

Учитывая линейность профиля потока плавучести (см. Рис.2.1), $\int_0^h B dz = B_s h \left(\frac{1-A}{2}\right)$, получаем интегральное уравнение баланса КЭТ для режима свободной конвекции:

$$C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} = C_1 - A - C_3 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A}\right)^3. \tag{2.8}$$

где $C_{TZ} = 10/3 \int_0^1 \Phi_{EK}(\zeta) d\zeta = 10/3 c_2$, $C_1 = 1 - 2\alpha_1 = 1 - 2\int_0^1 \Phi_{DK}(\zeta) d\zeta$ – безразмерные энергетические константы. Если упростить (2.4), предположив что запас КЭТ в КПС не меняется $\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = 0$ и $F(h) = 0$, то есть суммарная генерация КЭТ силами плавучести и суммарная диссипация уравновешивают друг друга, то $A = C_1 = const$. Согласно известным в литературе оценкам (см. Табл.1) а также по данным наших LES экспериментов (Раздел 2.3), $0.15 \leqslant C_1 \leqslant 0.25$, чему соответствуют значения $0.15 \leqslant A \leqslant 0.25$, неплохо согласующиеся с упомянутыми выше прямыми энергетическими оценками.

При наличии средней скорости ветра член $\int_0^h S dz$ существен, и гипотетические соотношения (2.5) становятся не удовлетворительными. За последние двадцать лет были предложены различные способы параметризации членов интегрального уравнения баланса КЭТ для конвекции со сдвигом скорости. Часть авторов [35; 54; 55] пренебрегает левой частью (2.4), аргументируя это тем, что в развитом КПС запас КЭТ мало меняется. Для верификации таких интегральных моделей используют результаты LES-экспериментов значительной продолжительности, исключая при этом из анализа первые 3 - 4 часа модельного времени. Параметризации, учитывающие тенденцию запаса КЭТ [37; 41; 51; 56; 57] , обычно используют в качестве масштаба скорости величину W_e, определяемую как $W_e^3 = W_*^3 + \eta^3 u_*^3$, где $u_* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}$ – скорость трения в приземном слое, $\eta^3 = \frac{\int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon_s dz}{u_*^3}$ – доля сдвиговой генерации, нескомпенсированная

локальной диссипацией. Привлекая дополнительное предположение о том, что производная по времени от W_e ведет себя также как и производная от W_* в случае свободной конвекции, получается соотношение:

$$\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = C_T \frac{W_e^2}{h} \frac{dh}{dt}. \tag{2.9}$$

не предусматривающее самоподобного профиля $E_k = W_e^2 \Phi_E(\zeta)$. Зилинтинкевич [43] предложил, что в случае конвекции со сдвигом скорости ветра вертикальный профиль КЭТ можно представить в виде суммы членов, описывающих вклад турбулентности механического (сдвигового) и конвективного происхождения:

$$E_k = W_*^2 \Phi_{EK}(\zeta) + V_*^2 \Phi_{SK}(\zeta) \tag{2.10}$$

где $V_* = \left(2u_*^2 U_m\right)^{1/3}$ – сдвиговый масштаб скорости, U_m - модуль средней скорости внутри КПС. Для вычисления левой части (2.4) в [43] принималось, что $\frac{dV_*}{dt} = 0$, что, однако, не согласуется с данными LES-экспериментов.

Существующие интегральные модели сдвигового КПС можно также разделить на две группы по способу аппроксимации интеграла диссипации по толщине КПС, т.е. последнего члена в правой части (2.4). В одной группе используется предположение, что каждой из составляющих баланса КЭТ в КПС – плавучести, сдвигу и турбулентному переносу – соответствует своя доля часть диссипации, а интегральная диссипация КЭТ представляется как линейная комбинация соответствующих интегралов. Так, согласно [43]:

$$\int_0^h \varepsilon dz = \alpha_1 W_*^3 + \alpha_5 V_*^3 \tag{2.11}$$

где $\alpha_1 = \frac{1-C_1}{2}$ – константа, известная из экспериментов для режима свободной конвекции, а α_5 – дополнительная константа. В другой группе моделей постулируется, что интегральная диссипация в КПС пропорциональна интегральной продукции, в сочетании с приближением сильно перемешанного КПС. Это предположение сводит интегральное уравнение КЭТ к балансу между плавучестью и сдвигом скорости на границе слоя вовлечения. Тогда, используя в качестве альтернативных масштабов скорости W_* и u_* [58], можно выписать следующее соотношение:

$$\int_0^h B dz + \int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon dz = C_1 \left(W_*^3 + A_1 u_*^3\right), \tag{2.12}$$

где $A_1 = C_s/C_1$, C_s - доля сдвиговой генерации КЭТ, нескомпенсированная диссипацией. Некоторые авторы предполагают при этом,что $A_1 = \eta^3$. Тогда правую часть (2.12) можно записать в виде:

$$\int_0^h B dz + \int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon dz = C_1 W_e^3. \tag{2.13}$$

Перейдем к вычислению второго члена в правой части (2.4). Разбивая КПС на 3 подслоя – приземный, перемешанный и слой вовлечения – получаем:

$$\int_0^h S dz = \int_0^{h_s} S dz + \int_{h_s}^{h-l} S dz + \int_{h-l}^h S dz. \tag{2.14}$$

Первое слагаемое в правой части пропорционально кубу скорости трения $\int_0^{h_s} \boldsymbol{\tau} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} dz \propto u_*^3$ [50; 59]. Второе слагаемое мало или равно нулю из-за практического отсутствия градиента скорости в перемешанном слое. В интегральных моделях КПС "нулевого" порядка, для определения сдвиговой генерации в слое вовлечения, используется выражение для потока импульса $\overline{u'w'} = \Delta U \frac{dh}{dt}$, а градиент скорости оценивается как $\partial U/\partial z \simeq \Delta U/l$, $(l = \frac{A}{1+A}h)$, хотя некоторые некоторые модели используют в качестве масштаба длины высоту КПС [50]). При использовании масштаба $l = \frac{A}{1+A}h$, интеграл сдвиговой генерации выражается в виде:

$$\int_0^h \boldsymbol{\tau} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} dz \simeq C_S u_*^3 + C_M \frac{(\Delta U)^2}{l} \frac{dh}{dt}, \tag{2.15}$$

где, по данным LES моделирования и лабораторных экспериментов, $C_S = 2$ и $C_M = 0.7$. Формула (2.15) имеет существенный недостаток, поскольку ведет к выражению $A \sim C_1/(1 + C_{TZ}\Delta b - C_M \Delta U)$ (подробный вывод см. в [60]), и при принятых значениях C_{TZ} и C_M и скачках Δb, ΔU, типичных для хорошо развитых КПС сильно завышает коэффициент вовлечения или даже меняет его знак. Интегральные модели КПС первого порядка менее подвержены подобному эффекту из-за интерполяции профиля потока импульса в слое вовлечения и появлению в связи с этим члена $\sim u_*^2 \Delta U$ в (2.15). Этот член может фигурировать и в моделях нулевого порядка; например, в работе [43] такое же слагаемое появляется в результате аппроксимации $\int_0^h S dz \simeq 2u_*^2 U_m$, где $\Delta U = U_g - U_m$. Оценка правомерности этой аппроксимации также будет проверена по данным LES-экспериментов, обсуждаемых ниже.

В работе [43] уравнение интегрального баланса КЭТ включает поток КЭТ из слоя вовлечения за счет уходящих вверх гравитационных волн F_h. При этом,

в качестве масштаба длины волны принимается $\Lambda \sim h$ [53], в отличие от режима свободной конвекции, где Λ считается пропорциональной толщине слоя вовлечения $\Lambda \sim \frac{A}{1+A}h$. Отсюда следует:

$$F_h = C_4 \lambda^2 \Lambda N^3 = C_4 h^3 N^3 \left(\frac{A}{1+A}\right)^2. \tag{2.16}$$

В результате, для случая конвекции со сдвигом, интегральное уравнение (2.4), согласно [42], принимает вид:

$$C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} = C_1 - A - C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A}\right)^2 + A_5 \left(\frac{V_*}{W_*}\right)^3, \tag{2.17}$$

где введена константа $A_5 = \frac{1-\alpha_5}{2}$.

Оптимальная модель КПС В настоящей работе строится интегральная модель КПС при проникающей конвекции со сдвигом скорости, сочетающая минимальную сложность с реалистичным учетом всех существенных механизмов.

Интегральный баланс тепла (раздел 2.1) выражается уравнением:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}N^2 h^2 - h B_s A \left(\frac{dh}{dt}\right)^{-1}\right] = B_s, \tag{2.18}$$

которое эквивалентно уравнениям (2.1) и (2.2).

Интегральный бюджет КЭТ (раздел 2.1) согласно [42; 43], с поправкой на уточненую формулу (2.32) в разделе 2.3 имеет вид:

$$C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} + C_6 W_*^{-3} \frac{d\left(V_*^2 h\right)}{dt} = C_1 - A - C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A}\right)^2 + A_5 \left(\frac{V_*}{W_*}\right)^3 \tag{2.19}$$

где $W_* = \left(B_s h\right)^{1/3}$ – конвективный масштаб скорости Дирдорфа [46], $V_* = \left(2u_*^2 U_m\right)^{1/3}$ – масштаб скорости, характеризующий механическую (сдвиговую) генерацию турбулентности [42; 43]. Интегральный бюджет количества движения выражается системой уравнений, получаемых путем интегрирования уравнений движения:

$$h\frac{dv_m}{dt} - \Delta v \frac{dh}{dt} = -C_D u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2} + fh\left(u_m - u_g\right), \tag{2.20}$$

$$h\frac{du_m}{dt} - \Delta u \frac{dh}{dt} = -C_D v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2} - fh\left(v_m - v_g\right), \tag{2.21}$$

где u_m и v_m – средние значения составляющих скорости ветра внутри КПС, Δu и Δv – скачки скорости на верхней границе КПС, f – параметр Кориолиса, u_g и v_g - составляющие скорости геострофического ветра. При выводе уравнений (2.20)-(2.21), профили составляющих вертикального потока импульса τ_x и τ_y принимаются линейными, а приземные значения этих составляющих определены по аэродинамическим формулам:

$$\tau_{xs} = C_D u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}, \tag{2.22}$$

$$\tau_{ys} = C_D v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}, \tag{2.23}$$

где C_D - коэффициент сопротивления. Ниже эта модель проверяется и калибруется по данным вихреразрешающего моделирования.

2.2 Постановка численных экспериментов

Детальное описание вихреразрешающей модели ИВМ РАН (далее LES INM RAS), использованной в данной работе, а также результаты ее сравнения с другими моделями для различных видов течений можно найти в [61], [20], [21]. Численное решение системы уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска реализовано с помощью метода конечных разностей, для аппроксимации по пространству используется консервативная по импульсу и энергии схема 4-го порядка точности [28], для которой используется разнесенная C-сетка Аракавы, для аппроксимации по времени используется явная схема «предиктор-корректор» Адамса-Бэшфорта второго порядка. Программный код модели реализован для многопроцессорных ЭВМ с распределенной памятью с помощью технологии MPI.

Для оценки применимости различных аппроксимаций членов интегрального баланса КЭТ и других предположений из [42], приводящих к системе уравнений интегральной модели КПС, описанной выше, был проведен ряд численных экспериментов, в которых КПС развивался под действием постоянного по времени и горизонтали положительного потока тепла на подстилающей поверхности $H_s = 0.35$ К м с$^{-1}$, что соответствует потоку плавучести $B_s = 0.02$ м с$^{-1}$. На верхней границе расчетной области поток тепла был задан равным нулю. Граничные условия для скорости на нижней и верхней границах

задавались в терминах потока импульса, рассчитанного с использованием логарифмического профиля между границей и ближайшим модельным уровнем с шероховатостью поверхности равной $z_{0\text{ВОТ}} = 0.1$ м и $z_{0\text{ТОР}} = 10^{-9}$ м, соответственно. Во всех экспериментах использовались периодические граничные условия по горизонтали. Чтобы исключить отражение от верхней границы гравитационных волн, распространяющихся вверх от слоя вовлечения, в слое $z_{TOP} - 30\Delta z < z < z_{TOP}$ к решению применялось рэлеевское демпфирование со временем релаксации $t_d = 1.3 \cdot 2 \cdot \Delta t$, где Δt – шаг модели по времени, Δz - разрешение модели по вертикали. Количество расчетных узлов модели составляло $N_x = 512, N_y = 512, N_z = 394$ по координатам x,y,z, соответственно. Для корректного воспроизведения процессов в слое вовлечения и независимости статистик первого и второго порядка от разрешения модели, необходимо соблюсти условие $\frac{h}{C_s \Delta f} > 56$, где C_s – константа Смагоринского, Δf – ширина фильтра [62]. При типичных значениях $A = 0.2$, $C_S = 1.2$, и оценке толщины слоя вовлечения $\delta = \frac{Ah}{(1+A)}$, это условие соответствует $11.2\Delta f = \delta$. Для исключения влияния периодических граничных условий на характеристики КПС, достаточным считается выбор минимальных размеров расчетной области $\frac{(L_x,L_y,L_z)}{h_0} = (5,5,2)$, где h_0 – начальная высота КПС. Динамическое замыкание для подсеточных напряжений в модели LES INM RAS, предполагающее изотропность неявного фильтра, налагало ограничение на шаг сетки модели $\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta y}{\Delta z} \simeq 1$, где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ - шаги сетки модели по координатам x,y,z. Использовались разрешение по пространству $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5$ м. Размеры расчетной области составили $(L_x,L_y,L_z) = (2.56$ км, 2.56 км, 1.92 км$)$, и начальная высота КПС $h_0 = 250$ м.

Для приведенных выше параметров экспериментов $\frac{h}{C_s \Delta f} \simeq 30$. В отличие от LES модели, использованной в [62], коэффициент Смагоринского в LES INM RAS рассчитывается динамически, поэтому условие, налагаемое на вертикальное разрешение можно несколько ослабить.

Напомним, что задачей LES экспериментов была проверка гипотетических соотношений (2.10), (2.11), (2.5), (2.7), (2.16) и определения соответствующих эмпирических констант α_1, C_{TZ}, C_3 для случая свободной конвекции и C_4, A_5

для случая конвекции со сдвигом скорости:

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^h \varepsilon dz}{W_*^3} = \frac{(1 - C_1)}{2}, \tag{2.24}$$

$$c_2 = \frac{\int_0^h E_k dz}{hW_*^2} = \frac{3}{10} C_{TZ}, \tag{2.25}$$

$$C_3 = \frac{F_h}{N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A}\right)^3}, \tag{2.26}$$

$$C_4 = \frac{F_h}{N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A}\right)^2}, \tag{2.27}$$

$$\alpha_5 = \frac{\int_0^h \varepsilon dz - \alpha_1 W^3}{V_*^3} = \frac{(1 - A_5)}{2}. \tag{2.28}$$

Определения этих констант осуществлялось следующим образом. Выполнялась серия экспериментов для безветренной конвекции при стратификации в свободной атмосфере, характеризующийся различным градиентом потенциальной температуры выше КПС: $\gamma_0 = 0.01, 0.02, 0.03$ К м$^{-1}$, обозначаемые далее как CBL1, CBL2 и CBL3. Для воспроизведения конвекции со сдвигом скорости проведены два эксперимента, в которых варьировались шероховатость поверхности z_0 и скорость геострофического ветра U_g: $z_0 = 0.001$ м ,$U_g = 5$ м с$^{-1}$ – в эксперименте CBLu5, и $z_0 = 0.1$ м , $U_g = 7$ м с$^{-1}$ – в эксперименте CBLu7. Стратификация в свободной атмосфере принималась как в эксперименте CBL3, а при вычислении констант C_4 и A_5 по данным экспериментов CBLu5 и CBLu7, использовались значения C_1, C_{TZ}, полученные ранее в экспериментах со свободной конвекцией.

В анализе результатов LES-экспериментов ключевую роль играет определение высоты КПС. В данном работе высота КПС определялась как высота минимального значения потока плавучести, вычисленного осреднением по горизонтали внутри расчетной области вихреразрешающей модели.

2.3 Результаты экспериментов

Основные результаты численных экспериментов при в отсутсвие среднего сдвига скорости иллюстрируются рисунками 2.3 и 2.4. На Рисунке 2.4 показаны временные ряды значений констант C_1, C_{TZ} и C_3, рассчитанных по формулам

Таблица 1 — Значения констант C_1, C_{TZ}, C_3 под данным LES-экспериментов и оценки из литературы

Константы	C_1	C_{TZ}	C_3
CBL1	0.24	0.65	0.02
CBL2	0.23	0.66	0.01
CBL3	0.22	0.68	0.005
[42]	0.2	0.8	0.1
[40]	0.2	0.7	0.02

(2.24), (2.25) и (2.26), а также их значения из работы [42]. Дисперсия временных рядов относительно средних значений существенна, однако выраженных трендов не наблюдается, что подтверждает гипотезы подобия и дает основание принимать величины C_1, C_{TZ}, C_3 константами. Значения C_1, C_{TZ}, C_3 по вихреразрешающим расчетам заметно отличаются от предыдущих оценок: так, C_1 в среднем по трем экспериментам выше, а C_{TZ} – ниже значений, предлагаемых в [42; 43]. Оценка константы C_3 по данным экспериментов CBL1, CBL2, CBL3 на порядок меньше чем в [42], но согласуется с результатами других LES-экспериментов [40]. Значения констант по данным экспериментов CBL1, CBL2, CBL3 и их значения из предыдущих работ приведены в Таблице 1. Оценка константы C_3 наиболее значима, так как значительно влияет на предельные значения коэффициента вовлечения, получаемые в интегральной аналитической модели (см. рис. 2.2).

На рис. 2.3 показаны результатам расчета высоты КПС по модели LES и по интегральной модели [42]. Как видно, во всех трех экспериментах высота КПС растет с течением времени, t, пропорционально $\sqrt{t}$, и при этом наблюдаются колебания h с периодом $\sim h/W_* \sim 10^2$ с.

Напомним, что при безветренной конвекции справедлива оценка суммарной энергии КЭТ:

$$\int_0^h E_k dz = C_{TZ} h W_*^2 \tag{2.29}$$

Потому логично ожидать, что при конвекции со сдвигом скорости разности $h^{-1}\int_0^h E_k dz - C_{TZ}W_*^2$ окажется пропорциональный V_*^2. Как показано на рисунке 2.5, отношение этих величин как функция времени по данным эксперимента

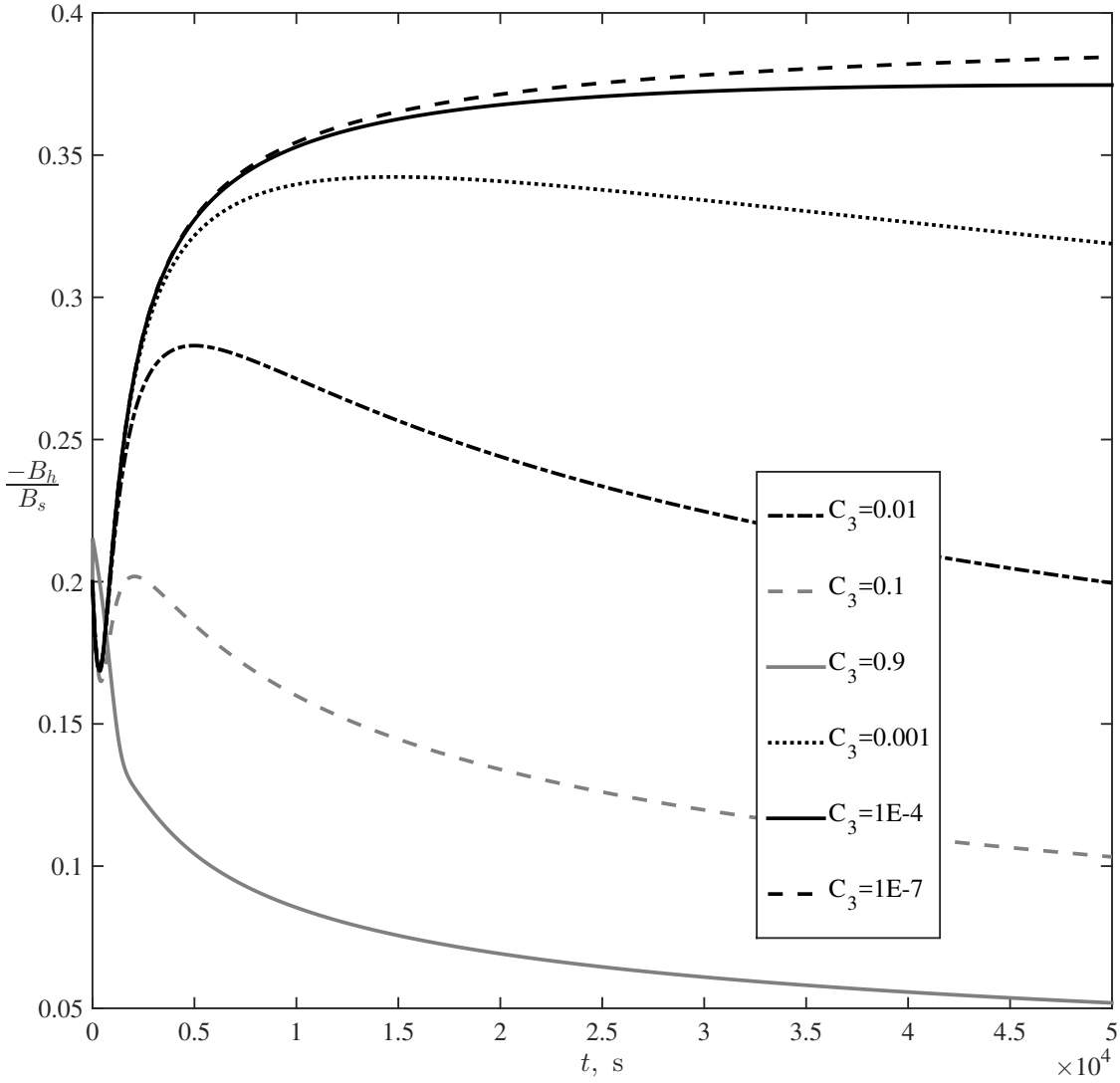

Рисунок 2.2 — Изменения во времени коэффициента вовлечения A, при различных значениях параметра C_3 по данным интегральной модели КПС в эксперименте для случая свободной конвекции.

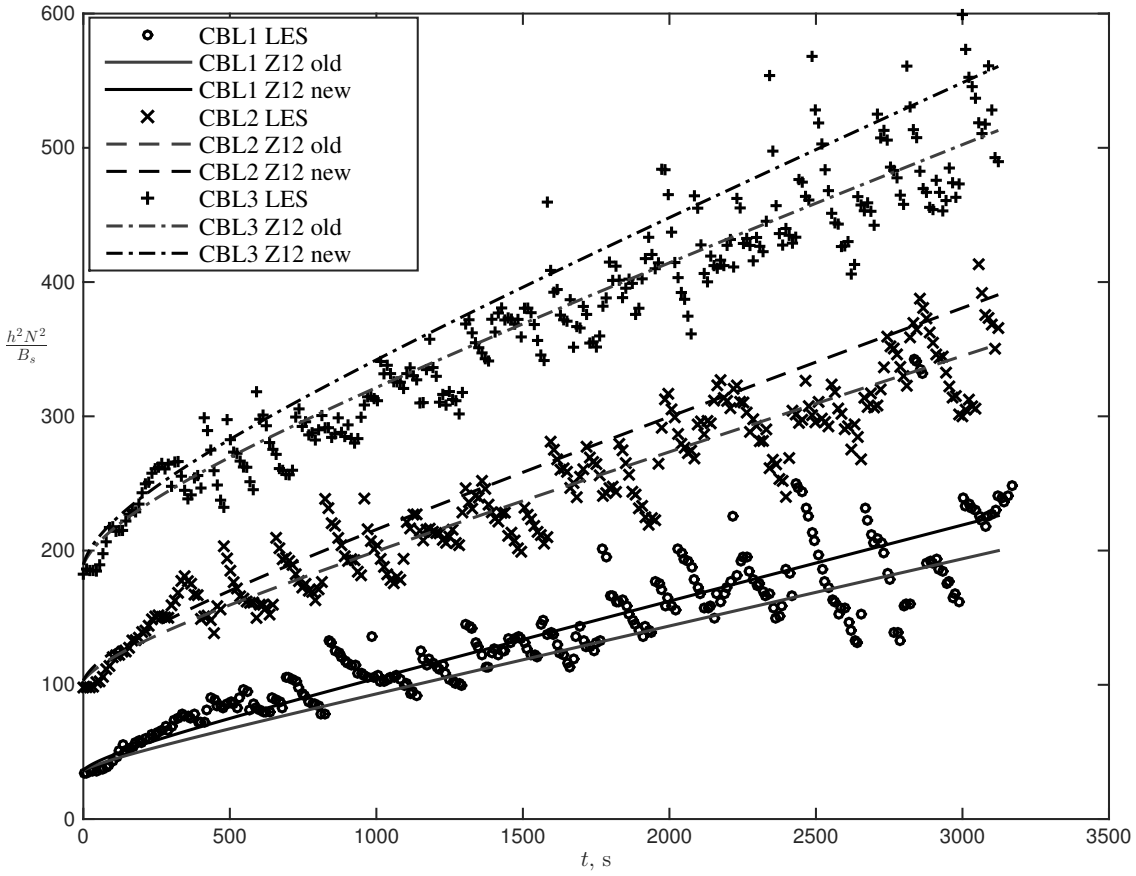

Рисунок 2.3 — Изменения во времени высоты КПС по данным LES-моделирования свободной конвекции (эксперименты CBL1, CBL2, CBL3 – обозначены маркерами). Линиями представлены решения уравнений интегральной модели [42] с двумя различными наборами констант C_1, C_{TZ}, C_3: суффикс old обозначает набор констант из оригинальной работы [42], суффикс new – оценки констант из LES-расчетов данной работы по формулам (2.24) (2.25) (2.26) (подробнее см. Табл. 1)

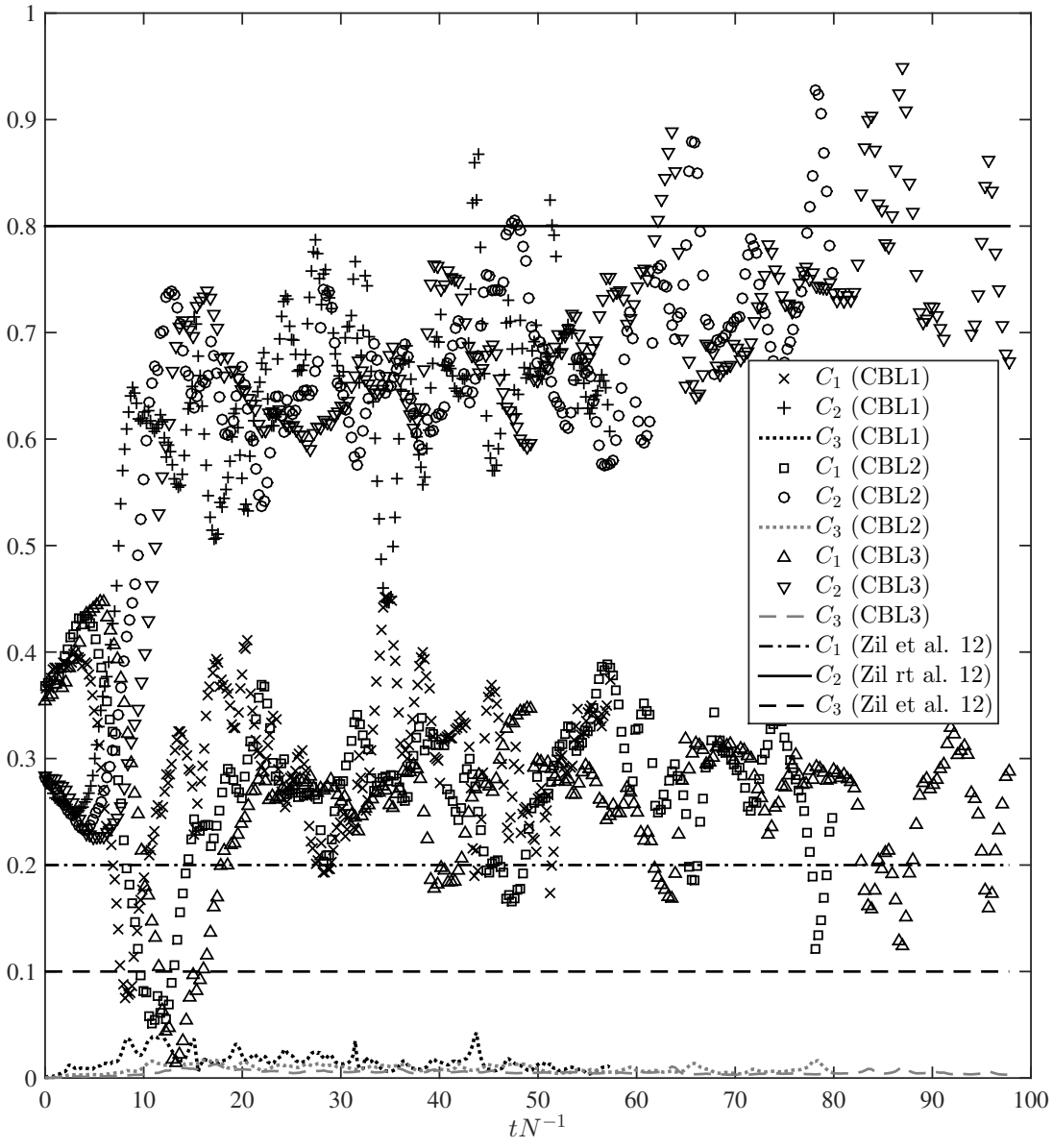

Рисунок 2.4 — Изменения во времени констант C_1, C_{TZ}, C_3 по данным экспериментов CBL1,CBL2,CBL3.

CBLu7 действительно практически постоянно:

$$\frac{h^{-1}\int_0^h E_k dz - C_{TZ}W_*^2}{V_*^2} = C_6 \approx 0.4 \tag{2.30}$$

где C_6 – константа пропорциональности. На рисунке 2.5 показана временная эволюция средней КЭТ $h^{-1}\int_0^h E_k dz$ в КПС со сдвигом скорости по мере роста КПС, для нормировки КЭТ используются: масштабы Дирдорффа, W_*^2, характеризующий КЭТ конвективного происхождения, масштаб введённый Зилитинкевичем, [42; 43], $V_* = \left(2u_*^2 U_m\right)^{1/3}$, характеризующий КЭТ, порождаемую сдвигом скорости, и их линейная комбинация $W_+ = C_{TZ}W_*^2 + C_6 V_*^2$. Как видно из рисунка, первое и второе отношение существенно меняются, а нормировка с помощью обобщенного масштаба делает безразмерную среднюю КЭТ в КПС почти постоянной. Отсюда следует полезное соотношение:

$$\int_0^h E_k dz = h\left(C_{TZ}W_*^2 + C_6 V_*^2\right) \tag{2.31}$$

Согласно (2.31), левая часть уравнения интегрального баланса КЭТ записывается в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(\int_0^h E_k dz\right) = C_{TZ}\frac{d}{dt}\left(hW_*^2\right) + C_6\frac{d}{dt}\left(hV_*^2\right) \tag{2.32}$$

Приведенные выше результаты связаны с разнонаправленным изменением во времени масштабов W_* и V_*. Масштаб Дирдорфа W_* растет вместе с h, а V_* снижается из-за уменьшения трения в приземном слое и средней скорости в КПС (не показано). Существенное уменьшение масштаба сдвиговой части генерации КЭТ V_* во времени нарушает предположение из [42] о неизменности этой величины $\frac{dV_*^2}{dt} = 0$. Таким образом, левая часть интегрального уравнения баланса КЭТ должна иметь вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\int_0^h E_k dz\right) = C_{TZ}W_*^2\frac{dh}{dt} + C_6\frac{d\left(hV_*^2\right)}{dt} \tag{2.33}$$

где справа появляется член $C_6\frac{d\left(hV_*^2\right)}{dt}$, отсутствующий в оригинальном уравнении (2.17). Выражение КЭТ через масштаб W_e и вынесение соответствующей константы пропорциональности C_T за знак производной по времени, как в (2.10) , не отражает универсального свойства интегрального баланса КЭТ, поскольку соответствующая кривая на рис. 2.5 падает со временем. Это вероятнее всего

является следствием того, что для упрощения масштаба W_e в уравнении (2.13) из оценки сдвиговой генерации (2.15) отбрасываются член с ΔU, и получаемый масштаб скорости W_e растет быстрее, чем средняя КЭТ в КПС.

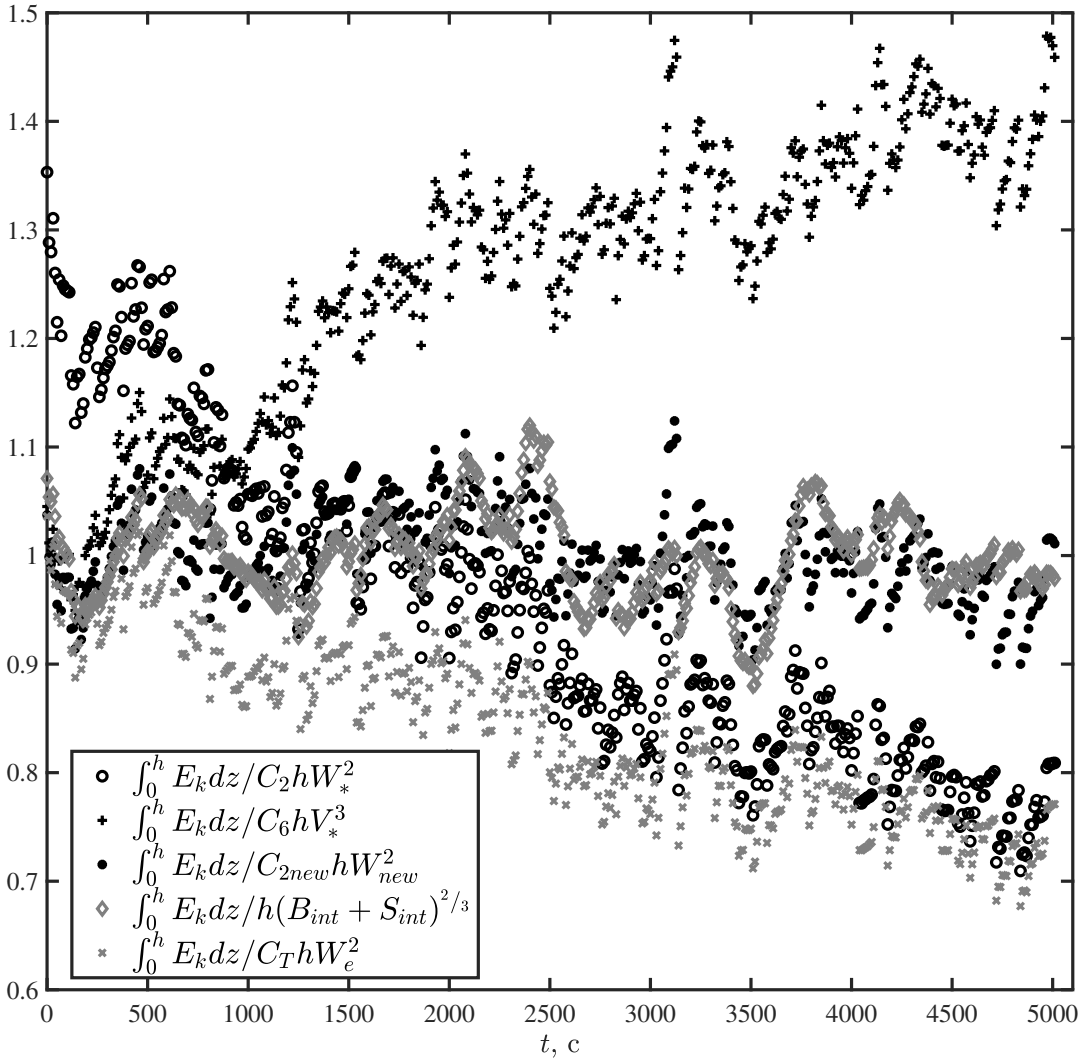

Рисунок 2.5 — Эволюция обезразмеренного интеграла КЭТ в КПС, в зависимости от выбора интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7.

Рассмотрим теперь, насколько приведенные выше масштабы подходят для оценки интеграла диссипации КЭТ. Для этого обратимся к рисунку 2.6, на котором кривые отношения интеграла диссипации к различным масштабам построены таким же способом как и для рис. 2.5, описанным выше, при этом ${W'_{new}}^3 = W_*^3 + A_5 V_*^3$. Из него видно, что значительный тренд имеет лишь отно-

шение $\left(\int_0^h \varepsilon dz\right) / \left(\overline{c_1''} W_e^3\right)$, что также может быть объяснено отсутствием члена с ΔU в определении W_e.

Оценки констант α_5, C_6, C_4 а также величины A по данным эксперимента CBLu7 составили 0.12, 0.22, 0.005 и 0.15, соответственно. Поскольку $\frac{\alpha_1}{\alpha_5} \neq \frac{c_2}{C_6}$, уравнение (2.17) нельзя переписать в виде (2.8), заменяя W_* на W_{new}. Как видно из значения параметра C_4, характеризующего поток энергии гравитационных волн из КПС в вышележащую инверсию, при характерных значениях $A = 0.2$, $B_s = 10^{-2}$, $N = 10^{-2}$, этот поток (третий член справа в уравнении (2.17)) $C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A}\right)^2 \simeq 10^{-9}$, т.е. значительно меньше остальных слагаемых баланса КЭТ в конвективном слое (например, A), и им можно пренебречь.

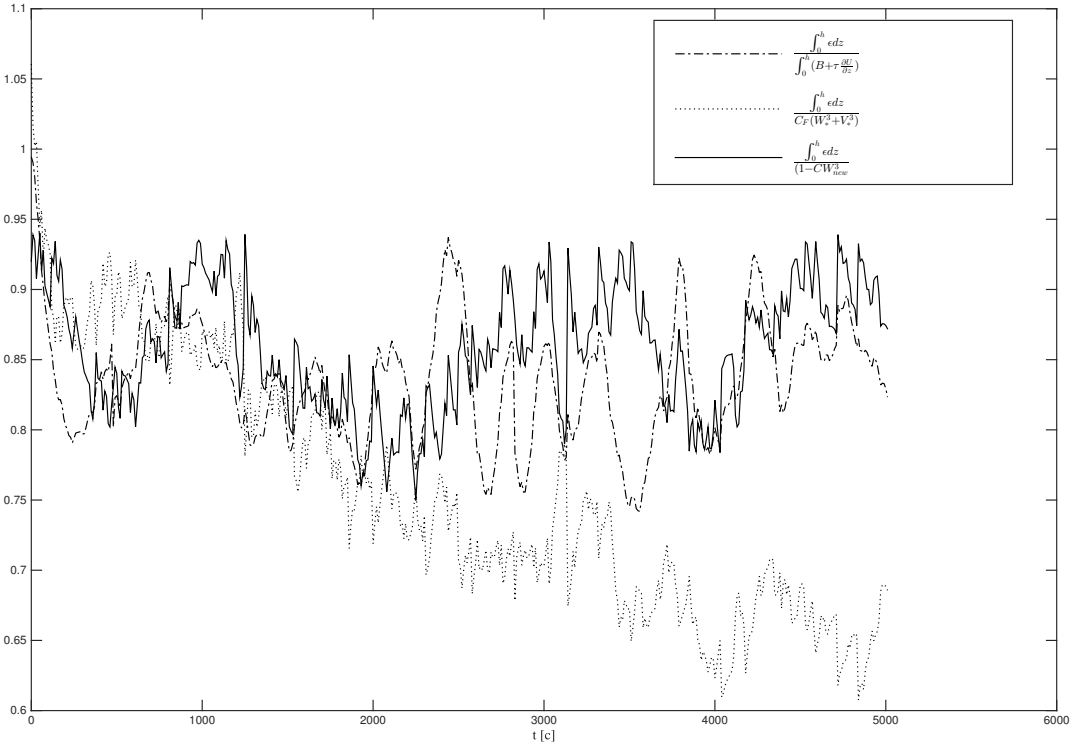

Рисунок 2.6 — Изменения во времени отношения интеграла диссипации в КПС и различных интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7.

2.4 Заключение

Проведен ряд численных экспериментов по воспроизведению свободной конвекции и конвекции со сдвигом над однородной поверхностью с помощью LES-модели ИВМ РАН. Данные расчетов подтверждают, что профили КЭТ и диссипации КЭТ хорошо масштабируются с помощью высоты КПС и масштаба Дирдорфа, соответствующие безразмерные константы оказались близкими к предыдущим оценкам из лабораторных экспериментов. Анализ экспериментов со сдвиговой конвекцией показал, что в этом случае масштабирование интеграла КЭТ и интеграла диссипации по высоте КПС с помощью линейной комбинации W_* и V_* является оправданным предположением, и позволяет строить интегральные модели КПС в приближении нулевого скачка температуры и скорости на верхней границе. Также показано, что поток КЭТ, выносимый из слоя вовлечения гравитационными волнами, мал, однако, им нельзя пренебречь в интегральном уравнении для КЭТ. Предложена и верифицирована по данным LES интегральная модель КПС, в которой уточнены константы, получаемые с помощью интегрирования функций подобия с описанными выше масштабами. Результаты данной работы описаны в [104].

Глава 3. Эффективные замыкания первого порядка на основе обобщения ТПМО

3.1 Введение

Согласно теории подобия Монина-Обухова (ТПМО), в стратифицированном приземном слое атмосферы вертикальные градиенты средней скорости и скаляров связаны с турбулентными потоками этих величин и расстоянием до поверхности z универсальным образом [63]. Параметр устойчивости $\zeta = z/L$, где L - масштаб длины Обухова, является единственной безразмерной величиной, определяющей вид соотношений поток-градиент. В рамках ТПМО универсальные функции этого параметра задают безразмерные градиенты скорости $\Phi_m(\zeta)$ и плавучести $\Phi_h(\zeta)$. Через эти градиенты и параметр ζ можно однозначно выразить другие безразмерные характеристики установившегося потока, такие как безразмерные коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии, безразмерные масштабы длины смешения для импульса и скаляров, турбулентное число Прандтля, потоковые и градиентные числа Ричардсона и т.д.

Наиболее распространенным объектом применения ТПМО является расчет турбулентных потоков вблизи поверхности при известных значениях средних метеорологических переменных на некоторой заданной высоте z_m и известных свойствах самой поверхности. В этом случае производится интегрирование безразмерных градиентов по z, а константы интегрирования связаны с некоторыми условными масштабами длины z_0 и z_{0t} (длины динамической и термической шероховатости, определяемые эмпирически для поверхностей различных типов), которые много меньше высоты z_m. Такое использование ТПМО приводит к известным «интегральным формулам» для расчета коэффициентов импульса, тепло- и влагообмена между поверхностью и атмосферой.

Одним из обобщений ТПМО на турбулентные потоки с переменным распределением потоков импульса и плавучести по высоте является локальное масштабирование [64; 65]. В этом случае замыкание первого порядка может быть построено напрямую из универсальных функций для безразмерных градиентов скорости и температуры.

Набор универсальных функций, предложенных в литературе, в настоящее время достаточно велик. Они различаются как коэффициентами, так и функциональной зависимостью от параметра устойчивости ζ, что обусловлено как исходными предположениями об их асимптотическом поведении, так и методами, с помощью которых они получены. Кроме того, ТПМО основана на ряде предположений, не все из которых могут быть выполнены при практическом применении этой теории к схемам поверхностных потоков и параметризациям АПС. В частности, для устойчивой стратификации предположение о наличии слоя постоянных потоков существенно нарушается уже для высот, на которых расположены первые уровни крупномасштабных атмосферных моделей. Соответственно, используемые в моделях функции не могут быть полностью универсальными и вносят различные погрешности в зависимости от метеорологической ситуации и способа применения этих функций. Фактически, все эти функции имеют ограниченный диапазон применимости, и вполне возможно, что одни из них больше подходят для локальных одномерных замыканий, а другие - для получения интегральных формул для расчета приземных потоков на грубых расчетных сетках, обычных для численных моделей климата и прогноза погоды.

В данной главе мы попытаемся сравнить различные универсальные функции с этой точки зрения. Универсальные функции для безразмерных градиентов, предложенные разными авторами, будут использованы для построения одноколоночных моделей с локальными турбулентными замыканиями первого порядка, а соответствующие им интегральные формулы в предположении о слое постоянных потоков в качестве схем расчета приземных турбулентных потоков. Для анализа использовался разнообразный набор универсальных функций, включающий функции с различным асимптотическим поведением и исходными предположениями, а также часто использующиеся в моделях ОЦА. Полученные результаты сравниваются с данными экспериментов LES.

В качестве примера рассматривается моделирование устойчивого АПС в соответствии с постановкой идеализированного численного эксперимента GABLS1 [66]. Этот сценарий неоднократно использовался для тестирования моделей LES и их подсеточных замыканий [например 67], а также проводился с очень высоким пространственным разрешением [68]. Кроме того, в этом численном эксперименте неоднократно демонстрировалась сходимость резуль-

татов LES к единому решению [за некоторыми исключениями; см. 69] при уточнении модельных сеток. Таким образом, есть все основания полагать, что вихреразрешающее моделирование в эксперименте GABLS1 адекватно отражает физику рассматриваемого явления, и его результаты можно рассматривать как наилучшие референсные данные для тестирования работы турбулентных замыканий одноколоночных моделей в слабоустойчивой стратификации. Ранее эта постановка часто использовалась [70—73] для сравнения и валидации одноколоночных численных моделей пограничного слоя. В данной работе, помимо результатов LES из [66], мы будем использовать результаты, полученные с помощью двух различных моделей: вихреразрешающую модель ИВМ РАН [INM-LES – Institute of Numerical Mathematics LES 102; 18] и [DSLA-LES – Dynamic Smagorinsky Lagrangian Averaging LES 3; 19], которые используют различные подсеточные замыкания и численные схемы.

Для тестирования замыканий и поверхностных схем в режиме очень устойчивого пограничного слоя (VSBL) используются LES-эксперименты, описанные в [74]. Эти эксперименты основаны на данных натурных наблюдений на антарктической станции Dome-C [75]. Моделирование проводилось с мелким разрешением сетки и быстрым охлаждением поверхности (в 16 раз быстрее, чем в GABLS1), что приводит к формированию АПС толщиной около 6 метров,который по порядку величины совпадает с сильно устойчивыми АПС в Арктике [76; 77]. Отметим, что другим примером подобной постановки является эксперимент GABLS4 [78], который был выполнен с более грубым разрешением моделей LES, о чем свидетельствует большой разброс их результатов. Также постановка VSBL включает эффект крупномасштабного оседания и период с постоянной температурой поверхности, что приводит к различным формам профилей температуры и потока тепла. В дополнение к LES данным из [74] было проведено моделирование для случая VSBL с помощью модели DSLA-LES [3], основанной на динамическом лагранжево-осредненном подсеточном замыкании, предложенном [27].

Локальное обобщение ТПМО и его связь с замыканиями первого порядка Турбулентные потоки представленные в уравнениях (1.1) — (1.3) выражаются обычно через градиентное приближение:

$$\boldsymbol{\tau} = -K_m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}, F_z = -K_h \frac{\partial \Theta}{\partial z}. \tag{3.1}$$

В приближениях первого порядка коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии задаются как

$$K_m = f_m l^2 \left|\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}\right|, \tag{3.2}$$

$$K_h = f_h l^2 \left|\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}\right|, \tag{3.3}$$

где $f_{m,h}$ - функции устойчивости для импульса и тепла, $\left|\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}$, l - турбулентный масштаб длины для нейтральной стратификации, $l \sim \kappa z$. Локальные соотношения потока и градиента могут быть выражены как

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} = \frac{-\boldsymbol{\tau}}{\sqrt{\tau}} \frac{\varphi_m(\zeta)}{\kappa z}, \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{\Theta_*}{\kappa z} \varphi_h(\zeta), \tag{3.5}$$

где $\Theta_* = -F_z/u_*$ – турбулентный масштаб температуры, F_z - турбулентный поток явного тепла, κ - постоянная Кармана, $\zeta = \frac{z}{\Lambda}$ - локальный параметр устойчивости, $\Lambda = \frac{u_*^2}{\beta \kappa \Theta_*}$ - локальный масштаб длины Монина – Обухова, $u_* = \sqrt{\tau}$ - скорость трения и $\tau = |\boldsymbol{\tau}|$, $\beta = \frac{g}{\Theta_0}$ - параметр плавучести, g ускорение свободного падения и Θ_0 – референсная потенциальная температура. $\varphi_{m,h}$ - универсальные функции для безразмерных градиентов скорости и температуры. Функции $\varphi_{m,h}$ могут быть связываются с функциями устойчивости:

$$f_m = \varphi_m^{-2}(\zeta), \tag{3.6}$$

$$f_h = \frac{1}{\varphi_m(\zeta)\varphi_h(\zeta)}. \tag{3.7}$$

Турбулентное число Прандтля Pr_t, потоковое число Ричардсона Ri_f и градиентное число Ричардсона Ri_g в таком замыкании могут быть выражены через безразмерные градиенты:

$$Pr_t = \frac{K_m}{K_h} = \frac{\varphi_h}{\varphi_m}, \tag{3.8}$$

$$Ri_f = \frac{\beta F_z}{\tau_x \frac{\partial U}{\partial z} + \tau_y \frac{\partial V}{\partial z}} = \frac{\beta \Theta_* \kappa z}{u_*^2} \varphi_m^{-1} = \frac{\zeta}{\varphi_m}, \tag{3.9}$$

$$Ri_g = \frac{\beta \frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\left|\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z}\right|^2} = \frac{\beta \Theta_* \kappa z}{u_*^2} \frac{\varphi_h}{\varphi_m^2} = \frac{\zeta \varphi_h}{\varphi_m^2}. \tag{3.10}$$

Для решения системы (уравнения (3.1)–(3.7)) необходимо выразить ζ через профили средней скорости и температуры, используя уравнение (3.10), либо в явном виде, либо с численных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений, подробнее смотрите в приложении А.2.

3.1.1 Линейные безразмерные градиенты

В классической теории подобия Монина-Обухова для устойчивого турбулентного приземного слоя [63] предполагается линейная форма безразмерных градиентов

$$\varphi_m = 1 + C_m\zeta, \tag{3.11}$$

$$\varphi_h = Pr_{t0}\left(1 + C_h\zeta\right), \tag{3.12}$$

где Pr_{t0} - число Прандтля для нейтральной стратификации. Используя (3.9), можно показать, как постоянная C_m определяет критическое потоковое числом Ричардсона:

$$Ri_f = \frac{\zeta}{1 + C_m\zeta} = {C_m}^{-1} - \frac{{C_m}^{-1}}{1 + C_m\zeta}, \tag{3.13}$$

$$\tag{3.14}$$

$$\lim_{\zeta\to\infty} Ri_f = {C_m}^{-1}. \tag{3.15}$$

Диапазон константы $C_m \in [4.0, 5.5]$ соответствует критическому потоковому числу Ричардсона $Ri_{f_c} \sim [0.18, 0.25]$, которое хорошо установлено экспериментальными данными и наблюдениями [63; 79; 80]. Уравнения (3.11) и (3.12) подставлены в уравнение. (3.10) приводят к квадратному уравнению для ζ как функции от Ri_g, которое имеет положительный корень для $0 \leqslant Ri_g \leqslant Ri_{g_c}$, где

$$Ri_{g_c} = \frac{Pr_{t0}C_h}{C_m^2}. \tag{3.16}$$

В зависимости от соотношения C_h/C_m, Pr_t для этого решения увеличивается или уменьшается до $Pr_{tc} = \frac{Pr_{t0}C_h}{C_m}$ с $\zeta \to \infty$.

3.1.2 Параметризации турбулентного числа Прандтля

Нелинейный безразмерный градиент температуры φ_h можно получить, если ввести эмпирическую зависимость $Pr_t\,(Ri_g)$, например, из [81]

$$Pr_t(Ri_g) = Pr_{t0}\left(\exp\left(\frac{-Ri_g}{Pr_{t0}Ri_{f_c}}\right) + \frac{Ri_g}{Pr_{t0}Ri_{f_c}}\right). \tag{3.17}$$

В этом случае безразмерный градиент скорости остается неопределенным и может быть любым (хотя в общем он должен быть согласован с остальным замыканием). Будем использовать линейный безразмерный градиент скорости (3.11), поскольку в некоторых работах [напр, 80] показывают, что турбулентные масштабы, полученные с его помощью, хорошо согласуются с данными DNS (прямого численного моделирования) устойчиво стратифицированного турбулентного течения Куэтта [25; 82], и, кроме того, он позволяет замыканию подчиняться асимптотике ограниченного потокового числа Ричардсона при сильной устойчивости (ур. (3.15)). Подставляя уравнение (3.4) в уравнение. (3.8) для φ_h

$$\varphi_h = Pr_t(Ri_g)\varphi_m = Pr_t(Ri_g)\,(1 + C_m\zeta)\,. \tag{3.18}$$

Подстановка ур. (3.18) в уравнение (3.10) дает

$$Ri_g = \frac{\zeta Pr_t(Ri_g)}{(1 + C_m\zeta)}, \tag{3.19}$$

которая может быть решена для ζ с помощью

$$\zeta = \frac{Ri_g}{Pr_t(Ri_g) - C_m Ri_g}. \tag{3.20}$$

Заметим, что для некоторых Ri_g, $C_m Ri_g > Pr_t(Ri_g)$, что означает существование критического градиентного числа Ричардсона для этой формы безразмерного градиента температуры.

3.1.3 Замыкание EFB

В замыкании EFB (Energy- and Flux- Budget) [79] предполагается наличие линейного безразмерного градиента скорости. При этом турбулентность может

поддерживаться сдвигом при любой устойчивости. Из равновесного состояния баланса кинетической энергии турбулентности в таком случае следует, что турбулентное число Прандтля линейно возрастает с Ri_g при высокой устойчивости, а так же форма зависимости соотношения диссипаций КЭТ и потенциальной энергии и зависимости анизотропии КЭТ $A_z = \overline{w'^2} / \left(\overline{w'^2} + \overline{u'^2} + \overline{v'^2}\right)$ от устойчивости. В своей простейшей форме, полученной из анализа установившегося состояния, замыкание позволяет получить следующее выражение для турбулентного числа Прандтля:

$$Pr_t = \frac{C_\tau}{C_F} \Bigg/ \left(1 + C_\nabla - (1 - C_\Theta) \frac{C_P Ri_f}{A_z (1 - Ri_f)}\right). \tag{3.21}$$

Используя $Ri_f(\zeta)$ из ур. (3.13) и линейный безразмерный градиент скорости (ур. (3.11)), можно получить следующее выражение для $Pr_t(\zeta)$:

$$Pr_t = \frac{C_\tau}{C_F} \Bigg/ \left(C_2 - C_1 \frac{\zeta \left(1 + \frac{C_a}{A_{z\infty}} \zeta\right)}{(A_{z0} + C_a \zeta)(1 + (C_m - 1)\zeta)}\right), \tag{3.22}$$

где $C_2 = 1 + C_\nabla$, $C_1 = (1 - C_\Theta) C_P$ и C_a - константа. Это уравнение можно свести к кубическому уравнению для ζ с известным Ri_g.

3.1.4 Функции устойчивости с нелинейным безразмерным градиентом скорости

Следуя [76; 83] и [65], можно использовать два похожих набора функций устойчивости с нелинейным безразмерным градиентом скорости

$$\varphi_m^{GA08}(\zeta) = 1 + a_m 1 \frac{\zeta (1 + \zeta)^{\frac{1}{3}}}{1 + b_m 1 \zeta}, \tag{3.23}$$

$$\varphi_h^{GA08}(\zeta) = 1 + \frac{a_h 1 \zeta + b_h 1 \zeta^2}{1 + c_h \zeta + \zeta^2}, \tag{3.24}$$

и

$$\varphi_m^{GL20}(\zeta) = 1 + \frac{a_m 2 \zeta}{(1 + b_m 2 \zeta)^{\frac{2}{3}}}, \tag{3.25}$$

$$\varphi_h^{GL20}(\zeta) = Pr_{t0} \left(1 + \frac{a_h 2 \zeta}{1 + b_h 2 \zeta}\right). \tag{3.26}$$

Эти эмпирические функции были получены из измерительного эксперимента SHEBA (Surface Heat Budget of the Arctic Ocean Experiment) и изначально предназначены для использования в схемах расчета потоков приземного слоя (см. [84] для полного пакета этих и других фукнций). Форма для обоих приближений безразмерных градиентов скорости здесь основана на предположении о "u_*-less" асимптотике, а именно, что сдвиг ветра не зависит от скорости трения u_* в пределе очень сильной устойчивости, см. [76]. Другое асимптотическое поведение, предполагаемое в этих функциях, состоит в том, что $\varphi_h(\zeta)$ становится постоянным для очень высокой устойчивости. Обе пары универсальных функций означают, что число Прандтля обращается в нуль при больших значениях ζ.

Используя аналогичные предположения, но полагая, что $\varphi_m(\zeta)$ и $\varphi_h(\zeta)$ приближаться к постоянному ненулевому значению при больших ζ, Ченг [85] получил другой набор функций устойчивости с нелинейным безразмерным градиентом скорости, используя данные измерительной кампании CASES-99:

$$\varphi_m^{CB05} = 1 + a\left(\frac{\zeta + \zeta^b\left(1+\zeta^b\right)^{\frac{1-b}{b}}}{\zeta + \left(1+\zeta^b\right)^{\frac{1}{b}}}\right), \tag{3.27}$$

$$\varphi_h^{CB05} = 1 + c\left(\frac{\zeta + \zeta^d\left(1+\zeta^d\right)^{\frac{1-d}{d}}}{\zeta + \left(1+\zeta^d\right)^{\frac{1}{d}}}\right). \tag{3.28}$$

Наконец, рассмотрим, вероятно, наиболее часто используемые функции безразмерных градиентов [6; 7], (по крайней мере, в прошлом), которые в настоящее время все еще используются в некоторых моделях климата и прогноза погоды [15; 86; 87]. Они предполагают нелинейную зависимость безразмерного градиента скорости от устойчивости. Причина популярности замыкания Луиса в моделях прогноза погоды и климата заключается в простой численной реализации. Другим фактором является то, что для грубых вертикальных сеток это замыкание не позволяет турбулентному перемешиванию исчезнуть даже при очень сильной устойчивости, тем самым предотвращая "декаплинг" АПС и поверхности. Как следствие, схема Луиса почти всегда сильно переоценивает перемешивание [9]. Функции устойчивости в этом приближении записываются как зависящие от градиентного числа Ричардсона (ур. (1.20) и (1.21)). Уравнения (3.6) и (3.7) позволяют связать эти функции устойчивости с безразмерными

градиентами, причем в данном случае последние зависят только от Ri_g:

$$\varphi_m^{\mathrm{L79}} = \sqrt{1 + 10Ri_g \left(1 + 5Ri_g\right)^{-\frac{1}{2}}}, \tag{3.29}$$

$$\varphi_h^{\mathrm{L79}} = \frac{1 + 15Ri_g \left(1 + 5Ri_g\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 10Ri_g \left(1 + 5Ri_g\right)^{-\frac{1}{2}}}}. \tag{3.30}$$

3.2 Сравнение замыканий первого порядка

В этом разделе мы дадим краткий обзор наборов универсальных функций, представленных ранее, и выделим различия между ними.

Таблица 2 — Сравниваемые турбулентные замыкания и соответствующие им функции устойчивости.

Имя	$\varphi_m(\zeta)$	$\varphi_h(\zeta)$	Ref.
BD71	ур. (3.11)	ур. (3.12)	[1; 2]
EFB	ур. (3.11)	ур. (3.22) и (3.8)	[79]
SG95	ур. (3.11)	уравнения.(3.17) и (3.20)	[81]
GA08	ур. (3.23)	ур. (3.24)	[76; 83]
GL20	ур. (3.25)	ур. (3.26)	[65]
CB05	ур. (3.27)	ур. (3.28)	[85]
L79	ур. (3.29)	ур. (3.29)	[6; 7]

Для удобства в таблице 2 приведены используемые на рисунках обозначения замыканий и формы безразмерных градиентов, из которых они получаются. В дальнейшем в тексте мы будем ссылаться на замыкания первого порядка, основанные на локально обобщенной теории Монина-Обухова (то есть с локальным масштабированием z/Λ), в которых используются определенные функции устойчивости.

Для упрощения сравнения одномерных моделей между собой, для всех используемых замыканий применялся наиболее общий идентичный набор констант, например, нейтральное число Прандтля и постоянная Кармана по возможности задавались равными значениям, полученным по данным LES экспериментов, а "внутренние" константы для универсальных функций оставались

такими же, как в исходных формулировках. Остальные константы, определяемые конкретной формой функций устойчивости, установлены в значениях, которые были первоначально предложены авторами. Согласно нашим тестам, наилучшее общее соответствие было достигнуто при $Pr_{t0} = 0.75$ и $\kappa = 0.4$.

На рисунке 3.1 показано поведение рассматриваемых замыканий, а также данные, полученные в LES-экспериментах в конфигурациях GABLS1 и VSBL. Отметим, что здесь и далее в данных, рассчитанных по LES, используются полные (разрешенные + «подсеточные») потоки. Данные вихреразрещающих моделей и данные по замыканиям первого порядка совпадают в около-нейтральных условиях, за исключением $Ri_g < 0.04$, для которого наблюдается большой разброс в LES, поскольку приповерхностный поток не очень хорошо разрешен. Разброс как в данных LES, так и между замыканиями первого порядка увеличивается с ростом устойчивости. Наибольшие различия проявляются в области $Ri_g > 0.17$ как для φ_m, так и для φ_h, что соответствует верхней половине пограничного слоя в эксперименте VSBL и верхней четверти в случае GABLS1. Это может свидетельствовать о том, что универсального поведения безразмерных градиентов в этой части АПС не существует, и оно может зависеть от условий течения, внешнего воздействия и множества процессов, происходящих на границе АПС и свободной атмосферы (перемежаемость, внутренние гравитационные волны – турбулентные взаимодействия и т.д.).

Наиболее близкое соответствие с агрегированными данными LES для обоих безразмерных градиентов наблюдается в области $0.1 < Ri_g < 0.17$, как видно на рис. 3.1, для замыкания с функциями BD71, за которыми следуют замыкания EFB и GL20. Как будет видно из следующих разделов, эти замыкания позволяют воспроизводить средние профили, аналогичные профилям в LES. Область $Ri_g > 0.2$ появляется в верхней части АПС, где значения потоков импульса и тепла относительно малы и, следовательно, будут оказывать меньшее влияние на средние профили. Можно отметить, что решения для замыканий SG95 и EFB дают схожий линейный рост ζ для $Ri_g > 0.2$, где $Pr_t \sim C_m(\mathrm{Ri}_g)$, и их поведение числа Прандтля находится в пределах, оцененных в [88].

Замыкания, полученные по данным SHEBA, существенно отличаются по своему поведению от других замыканий. Они не показывают наличия критического числа Ричардсона в решении, и в результате (см. уравнение (3.8)) турбулентное число Прандтля не растет с ростом устойчивости, а уменьшается, что противоречит ряду исследований [79—81; 89—91]. Замыкание L79 существен-

но недооценивает критическое потоковое число Ричардсона, а линейный рост турбулентного числа Прандтля начинается гораздо раньше, чем в замыканиях SG95 или EFB.

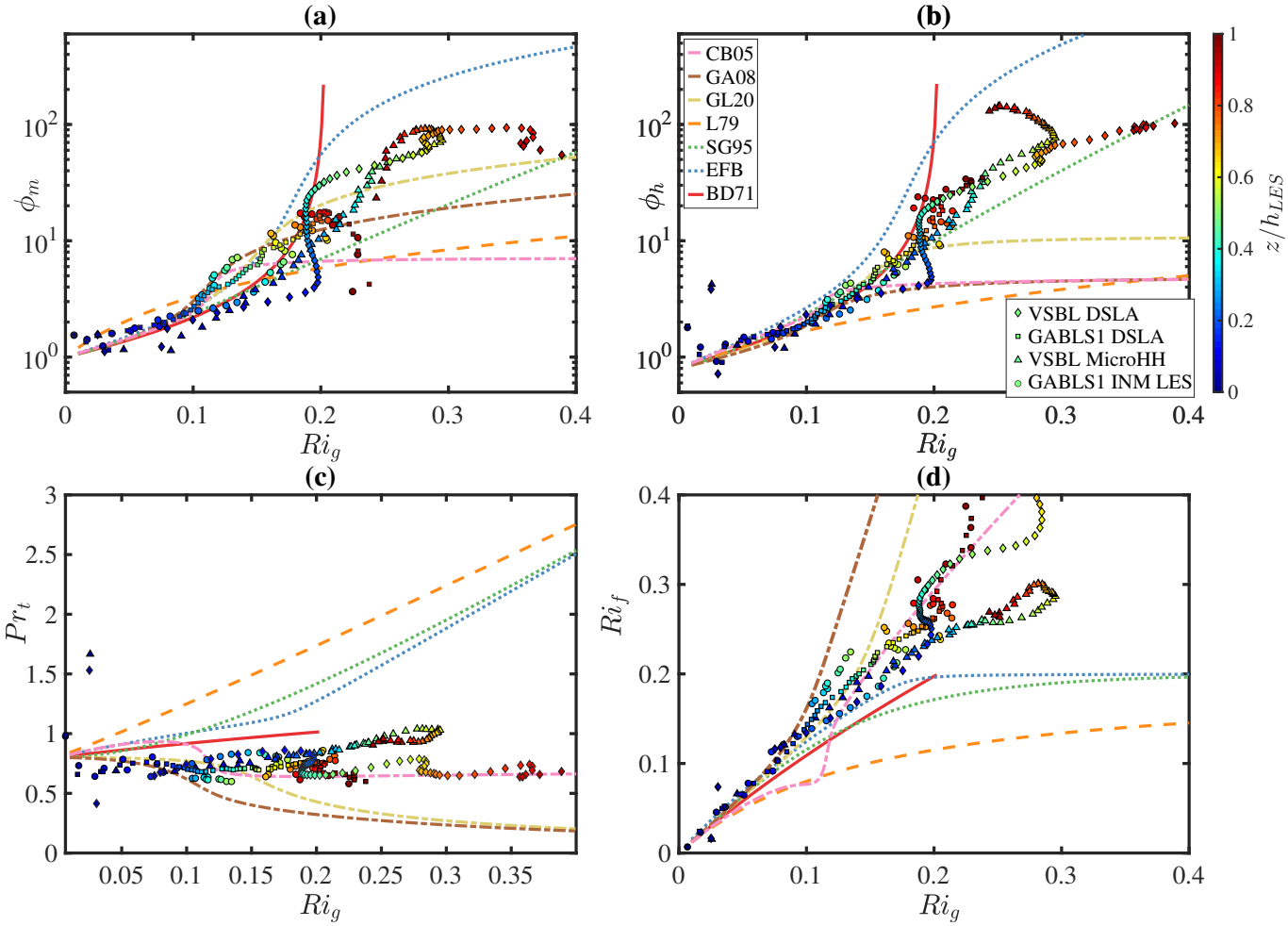

Рисунок 3.1 — Зависимость безразмерных градиентов скорости *(a)* φ_m и температуры *(b)* φ_h, а также *(c)* Pr_t и *(d)* Ri_f от Ri_g. Легенда соответствует таб. 2. Кружками, треугольниками, ромбами и квадратами представлены зависимости полученные по данным вихреразрещающего моделирования, заливка при этом соответствует безразмерной высоте z/h.

3.2.1 Слабоустойчивый пограничный слой

В этом разделе сравнивается точность выбранных замыканий в условиях температурной устойчивости, используя постановку численных экспериментов GABLS1 [92]. Одноколоночные модели запускались с тем же разрешением, что

и LES. Для оценки качества использовались результаты двух LES-моделей с вертикальным разрешением 3.25 м, которые воспроизвели вертикальное распределение средней скорости ветра и температуры, очень близкое к среднему по GABLS1: LES-модель INM [18] и LES-DSLA [3; 19]. Основное различие этих моделей заключается в процедуре: INM LES использует динамическое смешанное динамическое замыкание и замыкания подобия масштабов, а LES-DSLA использует динамический подход, дополненный лагранжевым осреднением для вычисления константы Смагоринского и подсеточного числа Прандтля. Несмотря на эти различия, в случае GABLS1 модели работают очень похоже.

На рисунке 3.2 показаны профили потенциальной температуры Θ, скорости ветра $|\boldsymbol{U}|$, кинематического потока тепла $\overline{\Theta' w'}$ и потока импульса τ, усредненных за последний час эксперимента. Разница между замыканиями BD71 и EFB очень мала в средних профилях, но более заметна для турбулентных потоков, и оба они ближе к данным LES, чем другие. Замыкание SG95 демонстрирует проблему с воспроизведением узкой струи в профиле скорости, но воспроизводит профиль температуры, схожий с BD71 и EFB. Также можно заметить, что модели с нелинейным безразмерным градиентом скорости (GA07, GL20, CB05 и L79) значительно отличаются как от EFB, SG95 и BD71, которые предполагают линейный градиент скорости, так и данных LES, особенно это заметно для CB05. В то же время, наибольшую ошибку как в среднем профилях, так и в профилях потоков дает замыкание, основанное на [6].

3.2.2 Сильно-устойчивый пограничный слой

Для проверки замыканий первого порядка в случае очень устойчивого АПС были проведены эксперименты согласно постановке [74], которая соответствует экстремальному охлаждению снежной поверхности во время антарктической зимы. В целом эта постановка не сильно отличается от GABLS1, за исключением увеличения скорости охлаждения поверхности в 16 раз до 4 K с^{-1}, после чего температура поверхности поддерживается постоянной в течение значительного периода времени (16.75 ч). Также в уравнение для температуры добавляется еще один внешний форсинг в виде крупномасштабной вертикальной адвекции (оседания), который в среднем способствует увеличе-

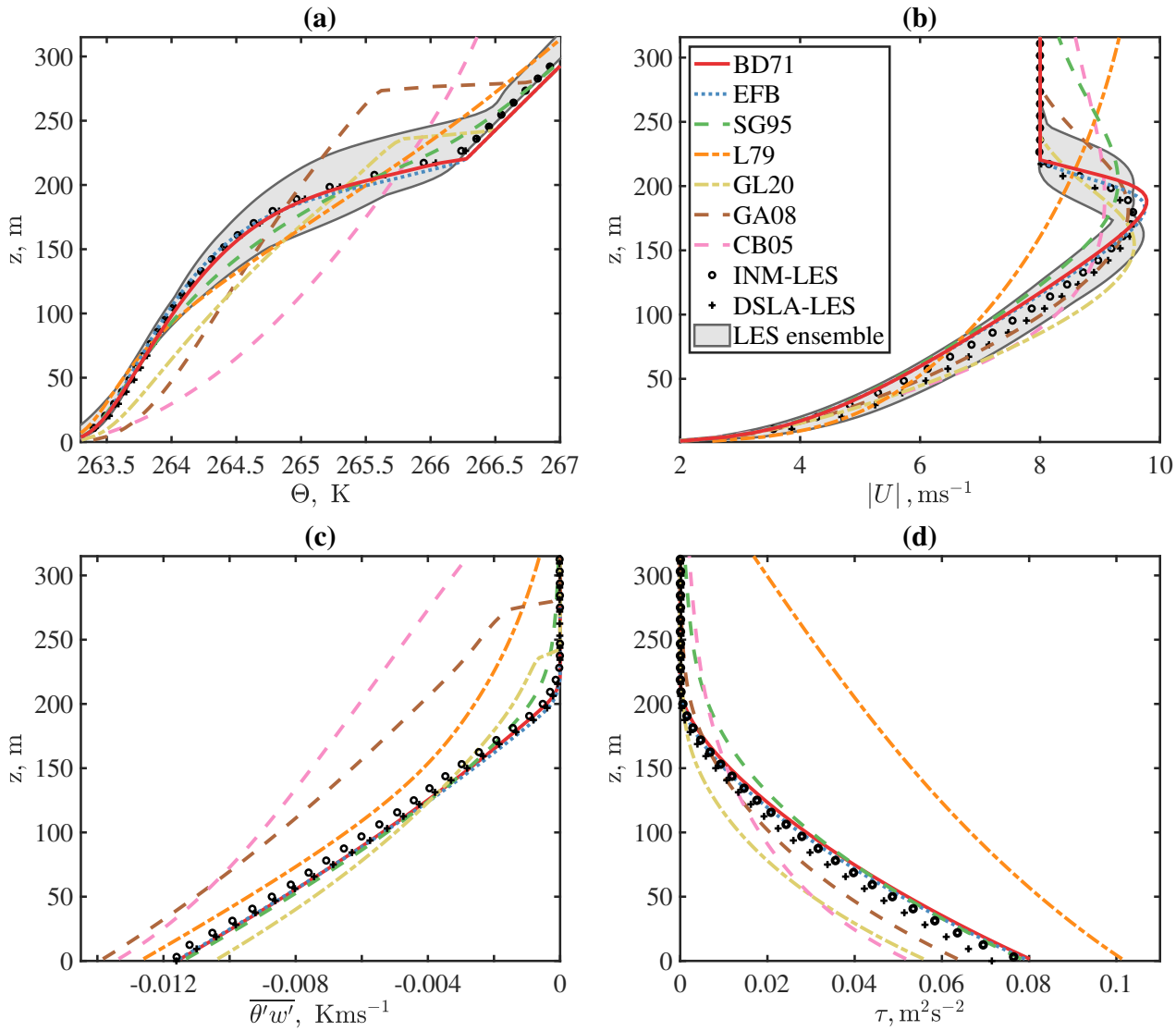

Рисунок 3.2 — Профили *(a)* Θ, *(b)* $|U|$, *(c)* $\overline{\Theta' w'}$ и *(d)* τ полученные по данным одноколоночных моделей в эксперементе GABLS1, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. (*INM-LES*) соответсвует конфигурации вихреразрешающей модели из [93], а (*DSLA-LES*) из [3]. Серой заливкой показан разброс данных вихреразрешающих моделей с разрешением 3.125 м из [66] (источник https://gabls.metoffice.com).

нию градиента температуры в верхней части АПС. Профиль потока тепла в этом эксперименте сильно отличается от линейного.

Результаты моделирования, а также референсные профили LES (данные MicroHH LES из [74] и DSLA-LES) показаны на рис. 3.3. В целом, выводы, сделанные для случая меньшей устойчивости GABLS1, можно повторить и в отношении этого эксперимента, однако стоит отметить больший разброс между одномерными моделями. Так, разница в средних профилях для замыканий BD71, EFB, SG95 значительно увеличивается по сравнению с GABLS1, что,

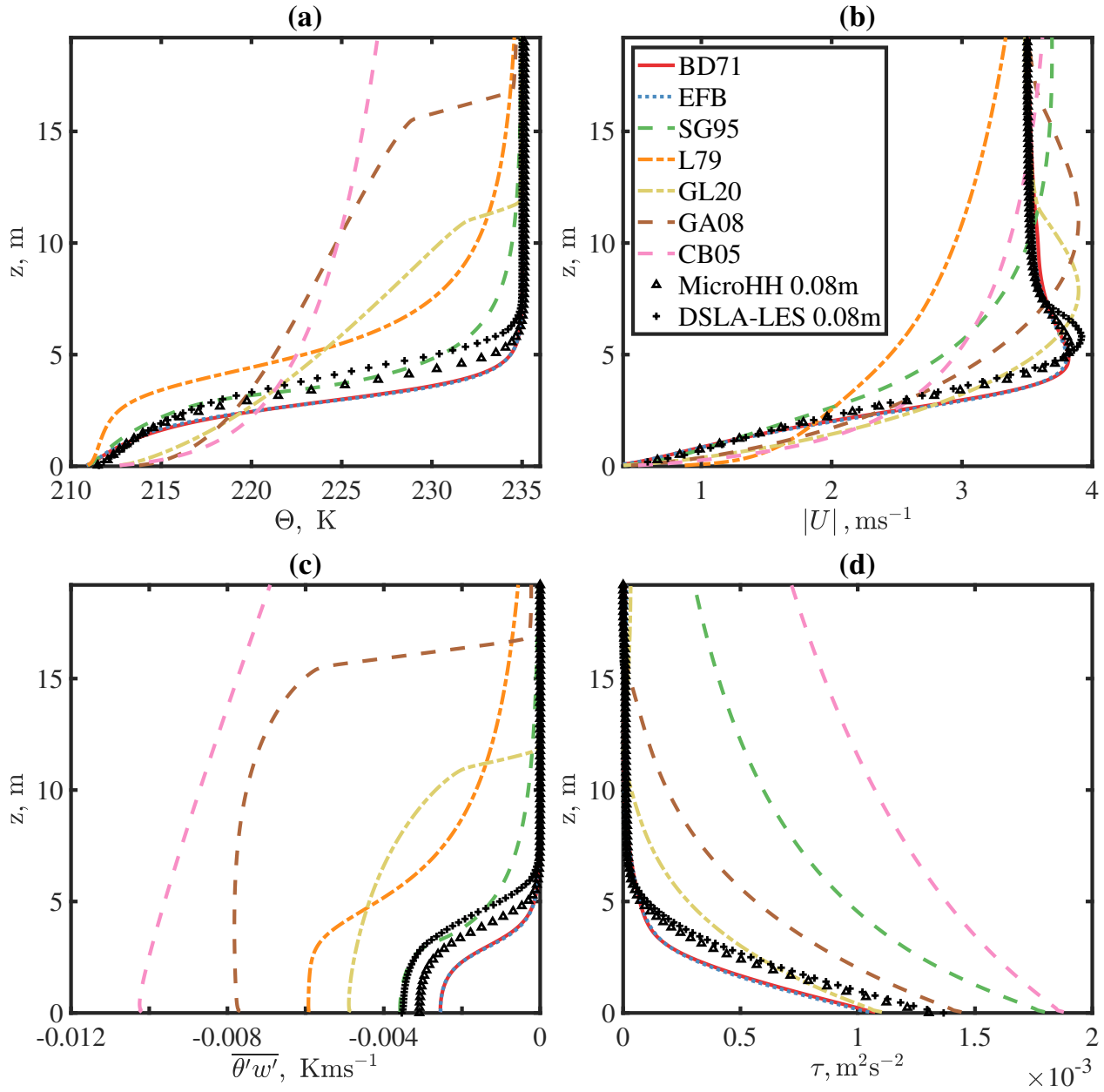

Рисунок 3.3 — Профили *(a)* Θ, *(b)* $|U|$, *(c)* $\overline{\Theta' w'}$ и *(d)* τ полученные по данным одноколоночных моделей в эксперименте VSBL, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. Треугольники и кресты соответствуют данным вихреразрешающего моделирования из [74] и с помощью модели DSLA-LES соответственно.

скорее всего, связано с различием в поведении замыканий в области сильной устойчивости, в частности SG95 и BD71 обеспечивают там более интенсивное перемешивание. SG95 также не удается воспроизвести струю в этом эксперименте. Еще одним отличием является то, что из всех схем с нелинейным градиентом скорости схема GL20 демонстрирует наилучшее и относительно хорошее согласие с LES в отношении профиля ветра и потока импульса.

Сравнение профилей Ri_g, Ri_f и Pr_t для обоих экспериментов показано на рис. 3.4. Число Ричардсона получено из полных потоков LES (состоящих из разрешенного и «подсеточного» потоков), а число Прандтля рассчитано как $Pr_t = Ri_g Ri_f^{-1}$. Эти результаты подтверждают поведение, наблюдаемое на рис. 3.1, но в форме, которая подчеркивает зависимость от z/h и реализуемую локальную стабильность в замыканиях. То есть, все профили замыканий первого порядка близки к LES вблизи поверхности и расходятся в верхней части АПС, и все одноколоночные модели ближе к LES в эксперименте GABLS1. Замыкания, ограничивающие Ri_f по своему построению (L79, SG95, BD71 и EFB), дают близкие значения Ri_{f_c} в эксперименте VSBL и в меньшей степени в случае GABLS1, однако из данных LES только MicroHH демонстрирует подобное поведение. Разброс между самими моделями LES в эксперименте VSBL больше, чем в эксперименте GABLS1, как для профилей Ri_g, так и для Ri_f. Как показывают рис. 3.4e, f, профили Pr_t в замыканиях BD71 и EFB различаются, несмотря на очень близкие профили скорости ветра и потенциальной температуры, которые они дают для слабо- и сильно стратифицированных случаев на рис. 3.2 и 3.3. Это различие соответствует меньшему изменению результирующих профилей Ri_g. Одной из причин этого может быть то, что эти замыкания работают при близких значениях Ri_{f_c} (которые равны для обоих замыканий) в верхней части АПС.Основные различия в результатах для Pr_t наблюдаются в верхней части АПС, где турбулентные потоки уже малы и не могут сильно влиять на среднюю устойчивость (Ri_g).

3.2.3 Оценка схем поверхностных потоков

Как отмечалось ранее, обобщение локальных функций безразмерных градиентов на весь пограничный слой может дать существенные ошибки в одномерных моделях, если эти функции неявно содержат информацию о зависимости потоков от безразмерной высоты z/h. Однако это же обстоятельство может дать преимущество при использовании этих интегральных функций для расчета поверхностных потоков. С одной стороны, с увеличением расстояния от поверхности предположение о поверхностном слое нарушается все больше и больше, а значит, увеличивается и ошибка в оценках поверхностных потоков. С

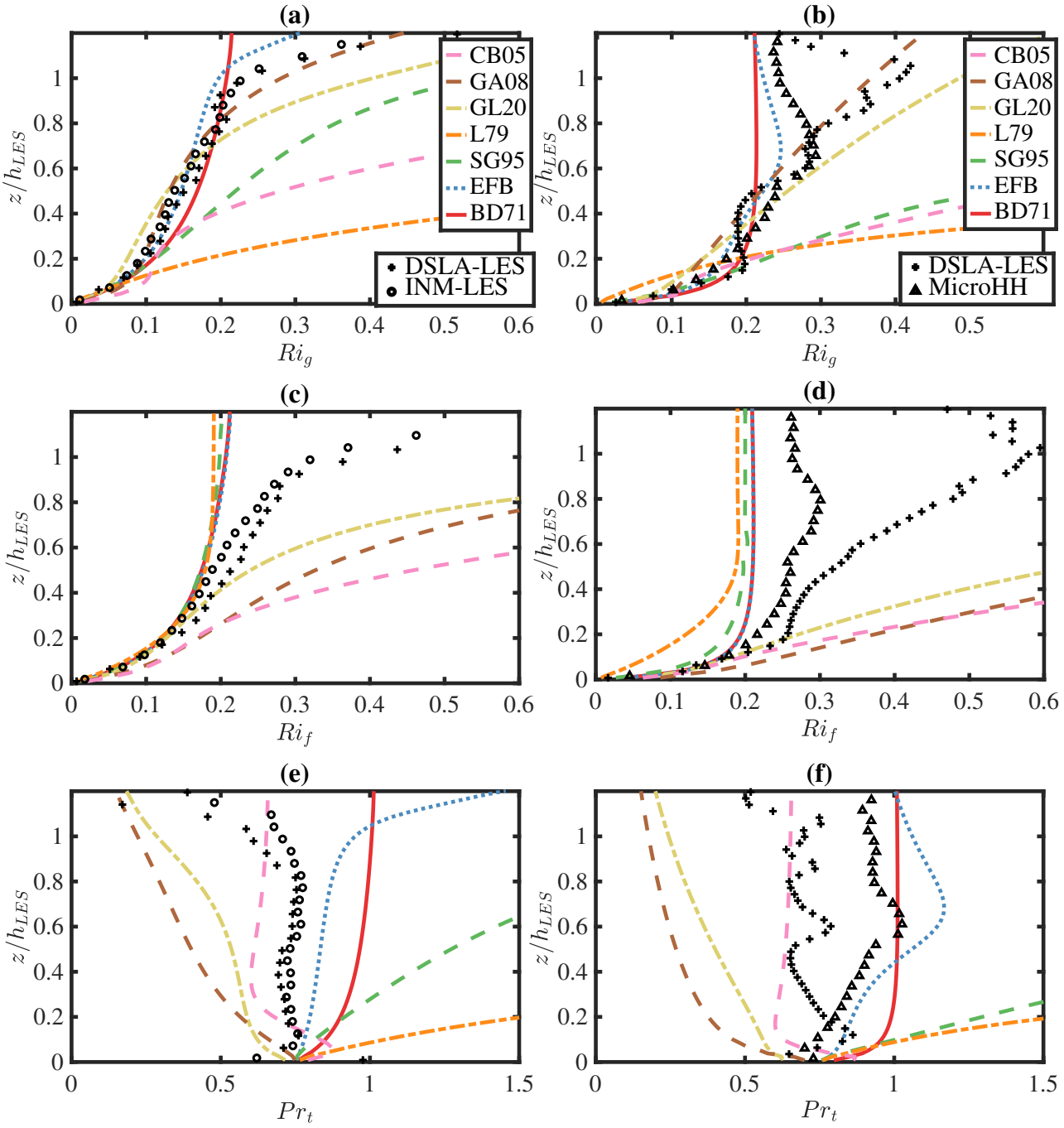

Рисунок 3.4 — Профили *(a,b)* Ri_g, *(c,d)* Ri_f и *(e,f)* Pr_t полученные по данным одноколоночных моделей в эксперементе GABSL1 *(слева)* и VSBL *(справа)* VSBL, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. Данные (*INM-LES*) и (*LES-DSLA*) относятся к вихреразрешающей модели НИВЦ МГУ и ИВМ РАН с различными видами подсеточных замыканий, *(MicroHH LES)* – данные вихреразрешающего моделировани из [74].

другой стороны, информация о зависимости z/h, неявно введенная в интегральные функции, может смягчить это увеличение ошибки и расширить диапазон

высот z, на которых применима та или иная схема расчета поверхностных потоков. Можно попытаться проверить эту гипотезу, используя данные LES.

Расчет поверхностных потоков тепла и импульса по интегральным формулам можно кратко описать следующим образом: функции безразмерных градиентов (3.4) и (3.5) интегрируются в предположении, что потоки и масштаб Обухова L постоянны с высотой, и образуют систему уравнений для u_{*s}, Θ_{*s} и L. Тогда можно вычислить потоки тепла и импульса вблизи поверхности $\overline{\Theta' w'}_s = \Theta_{*s} u_*$, $\tau_s = u_{*s}^2$:

$$u_{*s} = \frac{(|\boldsymbol{U}(z)| - |\boldsymbol{U_s}|)\,\kappa}{\Psi_m(z/L) - \Psi_m(z_0/L)}, \tag{3.31}$$

$$\Theta_{*s} = \frac{(\Theta(z) - \Theta_s)\,\kappa}{\Psi_h(z/L) - \Psi_h(z_{0t}/L)}, \tag{3.32}$$

$$L = \frac{u_{*s}^2}{\beta \kappa \Theta_{*s}}, \tag{3.33}$$

где Ψ_m и Ψ_h - интегральные универсальные функции, полученные из φ_m и φ_h.

Внешними параметрами для этой системы уравнений являются значения скорости ветра $U(z)$ и температуры $\Theta(z)$ на высоте z, их значения на поверхности U_s, Θ_s и характеристики поверхности z_0, z_{0t}. Все внешние параметры могут быть получены из данных LES для рассмотренных выше экспериментов GABLS1 и VSBL.

На рисунке 3.5 показаны поверхностные потоки тепла и импульса, рассчитанные по формулам (3.31)–(3.33) с использованием всех рассмотренных выше универсальных функций. Эти потоки показаны как зависящие от z/h и нормированы на соответствующие поверхностные потоки, полученные из данных LES, которые, как предполагается, являются референсными "истинными" данными. Таким образом, имитируется поведение схем поверхностных потоков, когда известны значения скорости и температуры на некоторой высоте z, но пренебрегается вариациями потоков внутри приземного слоя. Отклонение каждой кривой от единицы на горизонтальной оси показывает относительную ошибку соответствующей схемы и, таким образом, указывает на ее применимость или неприменимость на различных расстояниях от поверхности.

На рис. 3.5 видно, что для эксперимента GABLS1 со слабоустойчивым АПС большинство поверхностных схем хорошо оценивают поток тепла независимо от безразмерной высоты z/h, но для потока импульса схема Луиса дает

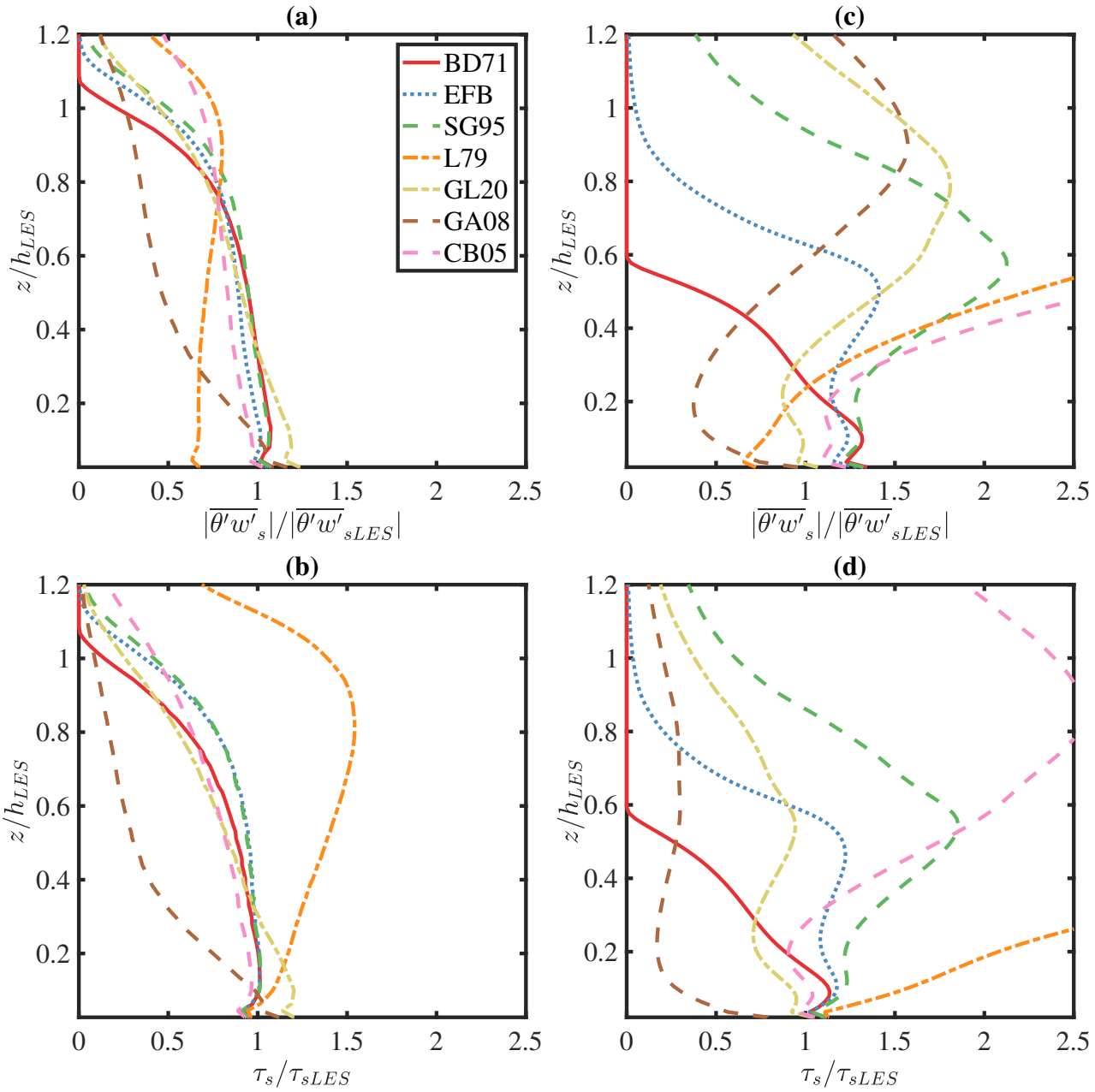

Рисунок 3.5 — Профили отношения потоков тепла *(a, b)* и импульса *(c, d)* рассчитанные с помощью поверхностной схемой соответствующей замыканию (интегральный вид функций из таб. 2) к рассчитанным по данным вихреразрешающей модели (DSLA-LES) в экспериментах GABLS1 [92] *(слева)* и VSBL [74] *(справа)*.

значительное завышение с высотой. Для АПС с более высокой устойчивостью в эксперименте VSBL все схемы не в состоянии правильно оценить потоки в верхней половине АПС $z/h > 0.5$. Ближе всего к единице в нижней части АПС находится схема EFB, однако воспроизводимый ею поток импульса быстро исчезает в верхней части пограничного слоя. Схема GL20 следует за ней вплотную, а CB05, SG95 и L79, напротив, работают хуже, но продолжают воспроизво-

дить ненулевой поток импульса во всем АПС, что означает, что их применение не приведет к декаплингу при использовании грубой вертикальной сетки. Это означает, что если эти поверхностные схемы будут применены в глобальной модели вдали от приземного слоя (т.е. самая нижняя ячейка вертикальной сетки будет находиться в области АПС $z/h > 0.5$), то это все равно приведет к появлению некоторого потока импульса.

3.3 Заключение

В данной главе проведена оценка с использованием данных LES-экспериментов различных схем переноса первого порядка. Рассматриваемые схемы были построены на основе локально-обобщенной ТПМО. Показано, что полученные функции устойчивости и замыкания первого порядка, использующие безразмерный градиент линейной скорости, обеспечивают хорошее согласие с данными вихреразрешающего моделирования. В частности, наилучшее согласие с данными LES было получено при использовании [1] и [79] замыканий. Все остальные замыкания приводят к слишком сильному перемешиванию и, следовательно, завышают высоту АПС. Наибольшие расхождения с LES демонстрирует схема [6]. Эти результаты, по-видимому, более выражены для условий очень устойчивого АПС. Стоит отметить, что данное сравнение подразумевает наиболее "благоприятные" условия для одноколоночных моделей, так как используемые пространственное и временное разрешения значительно выше чем фактически используемые в моделях прогноза погоды и климата.

Произведена оценка применимости рассмотренных универсальных функций для построения интегральных формул для расчета турбулентных потоков тепла и импульса у поверхности. В качестве исходных данных для расчета приземных потоков тепла и импульса использовались профили средней скорости и температуры, полученные в LES. Такая постановка демонстрирует поведение схемы, когда предполагается, что над поверхностью АПС корректно воспроизведен схемой турбулентного переноса. В случае слабо стратифицированных АПС большинство интегральных формул показывают хорошие результаты до 0.8 высоты АПС, за исключением функций, предложенных в [6]. Для очень устойчивого АПС схемы расчета приземных потоков, основанные на линейных

безразмерных градиентах скорости, дают уменьшающиеся до нуля потоки при интегрировании выше половины АПС, а схемы, основанные на [76] и [65], рассчитывают ненулевые потоки по всей толщине АПС. С другой стороны, схемы [85] и [6], соответствующие универсальным функциям с "длинными" хвостами, сильно переоценивают турбулентные потоки на поверхности, в случае если расчетный уровень находиться в верхней части АПС. Это, в свою очередь, может быть желательной характеристикой для реализации в моделях климата и прогноза погоды, чтобы предотвратить декаплинг АПС от подстилающей поверхности на грубых вертикальных сетках.

Глава 4. Оптимизация замыканий первого порядка и внедрение в МЗС РАН

4.1 Введение

Проблема воспроизведения устойчивого пограничного слоя характерна для оперативных моделей прогноза погоды и климата. Разработчикам моделей приходится соблюдать баланс при использовании схем АПС. С одной стороны, использование априорно более физически обоснованных схем турбулентного переноса, увеличивает их точность в одноколоночных тестах, оцениваемых в основном по данным вихреразрешающего моделирования, и следовательно точность в интерактивном режиме, когда они включаются в климатическую модель. С другой стороны, их реализация в моделях Земной системы с грубой вертикальной сеткой этого не гарантирует. Например, локальное обобщение ТПМО с линейными безразмерными градиентами скорости и температуры [1; 2], подтверждаемые данными LES [например 3; 94], выражается в так называемые “короткохвостые“ функции устойчивости, то есть корректированные по устойчивости длины смешения быстро уменьшаются до нуля с увеличением градиентного числа Ричардсона Ri_g. На грубых вертикальных сетках климатических моделей это вызывает эффект декаплинга, приводящий к резкому охлаждению поверхности в ночное время [4]. Другим недостатком недооценки перемешивания в АПС является неправильный поворот ветра и, как следствие, ошибки в воспроизведении динамики циклонов, в частности, в их времени жизни [5]. Для того чтобы избежать подобных эффектов, в глобальных моделях до сих пор широко используются так называемые “длиннохвостые“ функции коррекции стабильности [6; 7]. Они предотвращают декаплинг, но сильно переоценивают перемешивание и высоту АПС и служат источником других ошибок [5; 8; 9].

Исследование влияния параметризаций турбулентного переноса на воспроизведние современного климата проводилось с использованием климатической модели INMCM [15; 16], участвующей в межмодельных сравнительных экспериментах CMIP (Coupled Model Intercomparison Project Phase) [17]. В ней довольного долго не обновлялась схема турбулентного переноса. Вер-

сия INMCM5 по-прежнему использует “длиннохвостые“ функции Луиса для устойчивой стратификации и замыкание первого порядка. В данном главе произведена оценка улучшения воспроизведения климатической моделью современного климата с помощью новых функций устойчивости для УПС, основанных на оптимизации по данным LES (EB07,[95]), которые не приводят к чрезмерному перемешиванию и следуют правильному асимптотическому поведению, наблюдаемому в LES для условий устойчиво-стратифицированных АПС. Насколько известно автору, эти функции ранее не оценивались ни в одной глобальной модели. Схема АПС по-прежнему остается в рамках замыканий первого порядка. Последнее продиктовано необходимостью снижения сложности вычислений и недостаточным выигрышем в производительности модели [9; 25]. Далее, в духе того, как эти функции были получены, произведена попытка до-оптимизировать их константы на наборе LES-экспериментов и оценить эффективность новых констант в климатической модели.

4.2 Функции устойчивости для замыканий первого порядка

Ниже приводится формулировка новых функций устойчивости для устойчивой стратификации из [95], обозначаемая EB, которые будут внедрены в климатическую модель:

$$f_m = (1 + p_m Ri_g)^{-2} + q_m Ri_g^{-1/2}, \tag{4.1}$$

$$\tag{4.2}$$

$$f_h = (1 + p_h Ri_g)^{-3} + q_h, \tag{4.3}$$

где $p_{m,h}$ и $q_{m,h}$ - эмпирические константы, полученные из данных LES-экспериментов для нейтральных и устойчиво-стратифицированных АПС .Стоит отметить что степени при Ri_g в (4.1) и (4.3), следуют [96].

4.2.1 Оптимизация с помощью данных LES

Чтобы улучшить функции устойчивости EB, проведена дальнейшая оптимизация констант замыкания на наборе из 10 экспериментов LES для устойчивого АПС. Эти эксперименты в целом повторяют конфигурацию GABLS1 [66; 92], но отличаются задаваемыми параметрами поверхности и внещнего форсинга. Для того чтобы охватить больший интервал интегральной устойчивости, изменялись параметры динамической и термической шероховатостьи поверхности (z_{0m} и z_{0h} соответственно), величина геострофического ветра U_g и скорость охлаждения поверхности C_R. Изменения составляли $z_{0m} = [0.01, 0.1, 1]\text{m}$, $z_{0h} = [0.005, 0.01, 1]\text{m}$, $U_g = [4, 9, 16]\text{m}$ и $C_R = [0.25, 05]$ К/ч. Все остальные параметры, такие как размер расчетной области, брались точно такими же, как и в GABLS1. Для расчетов использовалась вихреразрешающая модель НИВЦ МГУ [3; 19; 94] с пространственным разрешением 12.5 м. Для оптимизации мы использовали осредненные pf 9-ый час эксперимента профили LES экспериментов.

Результирующая интегральная устойчивость L/h_{bl}, где L - поверхностный масштаб Обухова, а h_{bl} - высота пограничного слоя, для набора из 10 экспериментов находилась в диапазоне 1,5 $\sim$ 7. На рисунок 4.1 представлены получающиеся в описанных выше эксперимента профили скорости ветра и потенциальной температуры, а так же временой ход высоты пограничного слоя и интегральной устойчивости.

Выбранная нами процедура оптимизации отличается от фиттинга кривых к усредненным безразмерным градиентам LES в оригинальном исследовании [95]. Вместо этого проводилась оптимизация на основе метода роя частиц [97], где каждая “частица“ представляет результаты численного расчета с одноколоночной моделью в вышеупомянутой конфигурации численного эксперимента с функциями устойчивости EB07 с определенными константами в пространстве $\psi \in [p_m, p_h, q_m, q_h, l_\infty]$:

$$\dot{\psi}_i = \omega\dot{\psi} + c_1 r_1(\psi_i - \psi_{i\text{best}}) + c_2 r_2(\psi_i - \psi_{\text{best}}), \tag{4.4}$$

где $r_{1,2} \sim U(0,1)$ - равномерно распределенные случайные числа, ω - весовой параметр инерции, c_1 и c_2 - конгитивный и социальный коэффициенты, $\psi_{i\text{best}}$ и ψ_{best} - персональная и глобальная лучшие известные позиции в пространстве параметров. Из предварительных тестов были выбраны $c_1 = c_2 = 1{,}5$ и $\omega = 0{,}9$, а

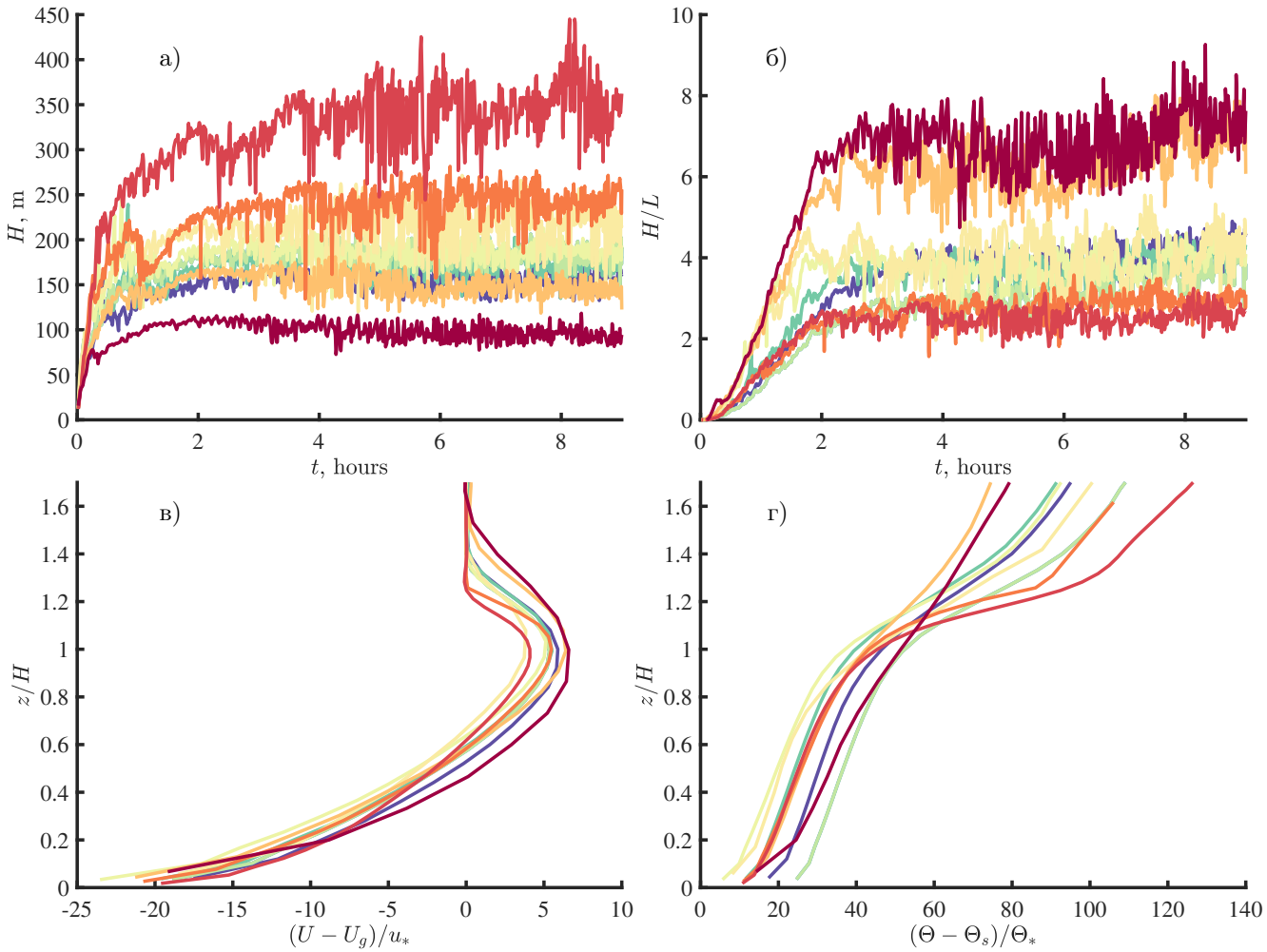

Рисунок 4.1 — Временной ход (**а**) высоты пограничного слоя h_{bl}, (**б**) интегральной устойчивости h_{bl}/L и профили осредненных за 9ый час скорости ветра (**в**) и дефицита потенциальной температуры(**г**) в используемых для оптимизации констант замыкания EB07 десяти численных экспериментов с вихреразрешающей моделью.

также обнаружено, что 10 "прыжков" частиц достаточно для сходимости роя из 100 особей. Оптимизация проводилась отдельно для каждого из 10 численных экспериментов со следующей функцией минимизации:

$$F = \frac{\langle(\mathbf{U}_{SCM} - \mathbf{U}_{LES})^2\rangle}{\mathbf{U}_0^2} + \frac{\langle(\Theta_{SCM} - \Theta_{LES})^2\rangle}{\Theta_0^2} \tag{4.5}$$

$$+ \frac{\langle(F_{zSCM} - F_{zLES})^2\rangle}{F_{z0}} + \frac{\langle(\tau_{SCM} - \tau_{LES})^2\rangle}{\tau_0}, \tag{4.6}$$

где Φ_{SCM} и Φ_{LES} - средние за 9-ый час эксперимента профили в одноколоночной модели и LES соответственно, $\langle\rangle$ - осреднение по всей вертикальной

области, а Φ_0 - масштабные параметры. Формулировка одноколоночной модели была аналогична [94]. Поскольку модифицированные параметры замыкания предполагаются для использования в климатической модели с грубой вертикальной сеткой, вертикальное разрешение одноколоночной модели совпадало с вертикальным разрешением в INMCM.

4.2.2 Результаты оптимизации

10 наборов констант, оптимизированных для конкретной конфигурации экспериментов, описанных в разделе 4.2.1, а также исходные значения из [95] можно увидеть в таблице 3. Лучшая комбинация констант из полученных выбиралась на основе минимума ошибки во всех конфигурациях экспериментов, таким образом что итоговым стал набор [$p_m = 30.6$, $p_h = 10.6$, $q_m = 0.0032$, $q_h = 0.0014$] Поведение оптимизированной и оригинальной версии замыкания в эксперименте GABLS1 показано на рисунке 4.2. Оптимизированные параметры замыкания по сути приближают критическое потоковое число Ричардсона к получаемому в LES моделировании, однако, при этом не сильно отличаются от оригинального замыкания, что скорее всего означает что замена констант в совместных экспериментах с МЗС слабо повлияет на воспроизводимость климата.

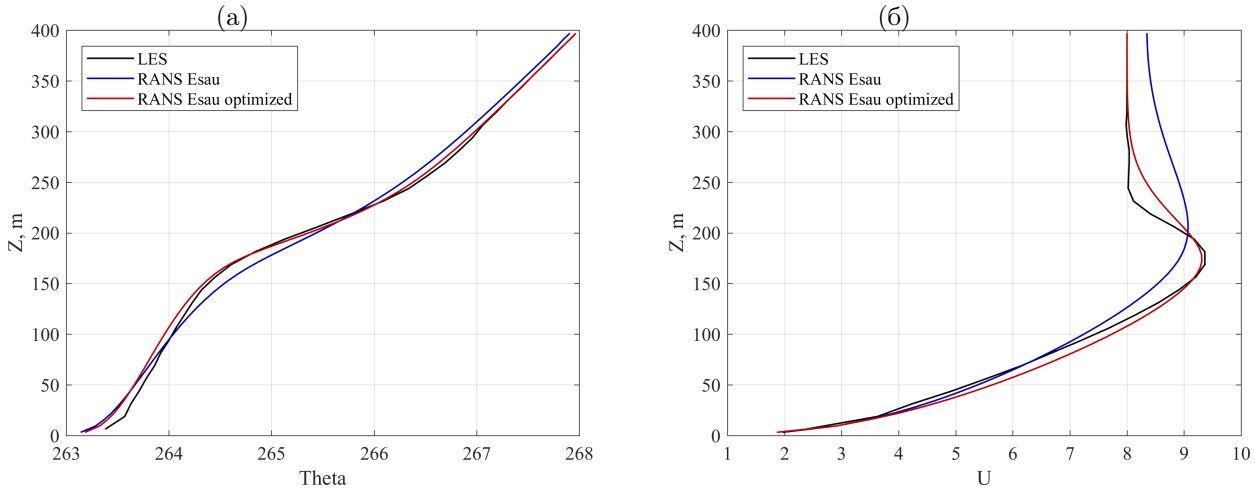

Рисунок 4.2 — Профили (**а**) потенциальной температуры и (**б**) скорости в одноколоночных тестах замыкания EB07 с оригинальными и оптимизированными константами в эксперименте GABLS1.

Таблица 3 — Результаты оптимизации констант в [95] на данных GABLS-подобных экспериментов вихреразрешающей модели.

Параметры эксперимента и оптимизации	p_m	q_m	p_h	q_h	l_∞	ошибка	p_m/p_h
[98]	21	0.005	10	0.0012	150		0.48
$z_{0m} = 1$ м, $z_{0h} = 1$ м							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	30.7	0.0032	10.6	0.0014	47.6	0.228	0.35
$n_p = 500$, $n_t = 20$	23.7	0.0017	9.5	0.0015	38.2	0.222	0,40
$\Delta z = 2\Delta z_{\text{INMCM}}$	20.9	0.0029	8.2	0.0038	24.0	0.200	0.39
$z_{0m} = 0.01$ м, $z_{0h} = 0.01$ м							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	13.2	0.0035	6.1	0.0017	19.3	0.201	0.46
$n_p = 500$, $n_t = 20$	12.8	0.0026	5.4	0.0013	19.1	0.184	0.42
$z_{0m} = 1$ м, $z_{0h} = 0.005$ м							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	43.7	0.0008	15.1	0.0008	83.8	0.256	0,35
$z_{0m} = 1$ м, $z_{0h} = 1m$							
$U_g = 16$ м/с							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	12.18	0.0024	6.629	0.0001	65.34	0.716	0.51
$z_{0m} = 1$ м, $z_0 h = 1$ м							
$U_g = 4$ м/с							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	18.8	0.0008	9.18	0.00016	66.8	0.12	0.49
$z_{0m} = 1$ м, $z_0 h = 1$ м,							
$C_R = 0.5$ К/ч							
$n_p = 100$, $n_t = 10$	28.8	0.0046	8.7	0.0026	56.1	0.35	0.30

4.3 Результаты численных экспериментов по воспроизведению современного климата

Для оценки современного климата проводились расчеты с моделью INMCM с горизонтальным разрешением $2^\circ \times 1{,}5^\circ$ и 73 вертикальными уровнями в атмосфере, и $0{,}5^\circ \times 0{,}5^\circ$ горизонтального разрешения в океанической

модели, и использовали реалистичные изменения форсинга [17]. Эксперименты сравнивались друг с другом, а также с реанализами R2 DOE (пространственное разрешение около 1.9°) и ERA5 (пространственное разрешение 0.25°), предварительно интерполированными на сетку модели. Выбор этих двух реанализов обусловлен следующим: реанализ R2 DOE имеет близкое к климатической модели пространственное разрешение; реанализ ERA5 является в последние годы стандартом де-факто для верификации моделей CMIP. В качестве референсных данных при анализе среднемесячных значений балла облачности и радиационного баланса на ВГА использовался спутниковый продукт CERES с разрешением 1°.

4.3.1 Воспроизведение современного климата

В качестве метрик для сравнения результатов моделирования/верификации по данным реанализов были выбраны стандартные статистические метрики – систематическое отклонение/ошибка (bias), средняя абсолютная разница/ошибка (MAE), среднеквадратическая разница/ошибка (RMSE). Анализировались как среднемесячные, так и 6-часовые двумерные и трехмерные поля, зонально осредненные профили и годовой ход. Значения ошибок для основным приземных полей (на которые влияет параметризация перемешивания АПС) и радиационного баланса на ВГА, представлены в таблице 4 для трёх проведенных экспериментов (L79 – версия INMCM5 с функциями устойчивости Луиса, EB07 – с функциями устойчивости EB07, EB07+opt – с функциями устойчивости EB07 с использованием набора оптимизированных констант, описанных выше).

Ожидаемо, наибольшее улучшение в воспроизведении климата наблюдаются при переходе от замыкания Луиса к использованию замыкания EB07, а оптимизация констант дает незначительные улучшение. Наибольшее улучшение происходит за счет уменьшения средней ошибки, при этом для многих полей не происходит уменьшения среднеквадратичной и абсолютной ошибки. Замена замыкания приводит к наиболее значительным улучшениям в полях поверхностной и приземной температуры. Стоит отметить отсутствие улучше-

Таблица 4 — Средние глобальные ошибки в экспериментах по воспроизведению современного климата с различной версиями INMCM5.

Наименования переменной		L79	EB07	EB07+opt
Температура поверхности, K	bias	0.61	0.36	0.38
	MAE	2.26	2.23	2.21
	RMSE	1.88	1.85	1.83
Температура на 2 м, K	bias	0.28	0.01	0.04
	MAE	1.91	1.90	1.88
	RMSE	1.75	1.76	1.73
Скорость ветра на 10 м, м/с	bias	-0.38	-0.37	-0.39
	MAE	1.76	1.76	1.74
	RMSE	1.82	1.81	1.78
Высота АПС, м	bias	-47.4	-54.6	-55.4
	MAE	205.8	206.8	206.8
	RMSE	181.73	181.7	181.0
Приземное давление, гПа	bias	-0.39	-0.36	-0.36
	MAE	3.33	3.33	3.29
	RMSE	3.75	3.79	3.75
Балл облачности	bias	-0.05	-0.04	-0.04
	MAE	0.13	0.12	0.12
	RMSE	0.11	0.11	0.11
Осадки, мм/сутки	bias	0.22	0.20	0.21
	MAE	1.69	1.70	1.68
	RMSE	2.08	2.10	2.08
Радиационный баланс на ВГА, Вт/м2	bias	1.23	0.74	0.68
	MAE	12.27	12.07	12.05
	RMSE	11.03	11.03	10.99

ния воспроизведение высоты АПС при смене параметризации перемешивания. Скорее всего это связано с тем что реанализ R2 DOE сам по себе ее завышает.

Пространственное распределение различий между получаемыми в экспериментах с замыканием L79 и EB07 а также изменения средней ошибки для полей приземной температуры и скорости ветра представлены на рис. 4.3 и 4.5 соответственно, из которых видно, что основные изменения происходят в полярных широтах, однако видно общее похолодание и в средних широтах. Наибольшее понижение температуры наблюдается в прибрежной части Антарктиды и Российской Арктике. Значительное повышение температуры в Северном море связано со смещением средниклиматической границей ледового покрова. Использование новых функций устойчивости позволяет улучшить температуру

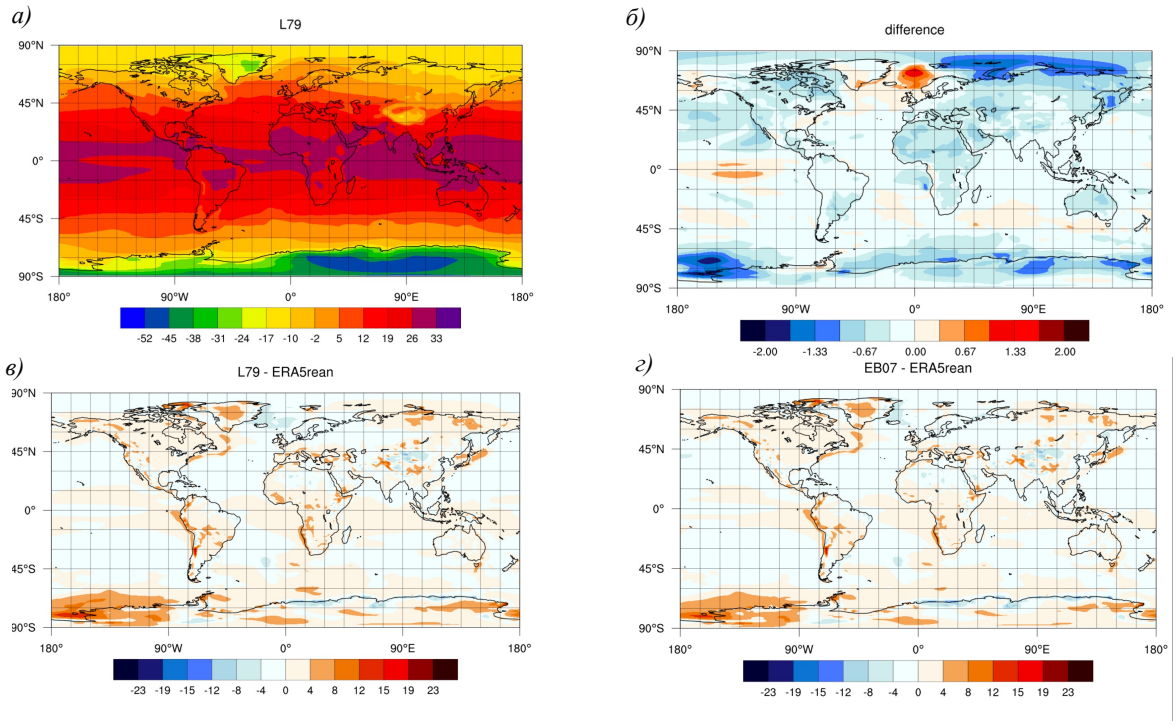

Рисунок 4.3 — Среднегодовое поле приземной температуры в экспериментах с *(а)* INMCM, *(б)* разница между INMCM+EB и оригинальной версией INMCM, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM и *(г)* INMCM+EB.

не только у поверхности, но и в целом в тропосфере. На рис. 4.4 представлены профили зонально-осредненной ошибки температуры относительно реанализа R2 DOE. Основные улучшения происходят в тропосфере в полярных областях. Кроме того можно заметит улучшение в верхней тропосфере в приэкваториальной зоне.

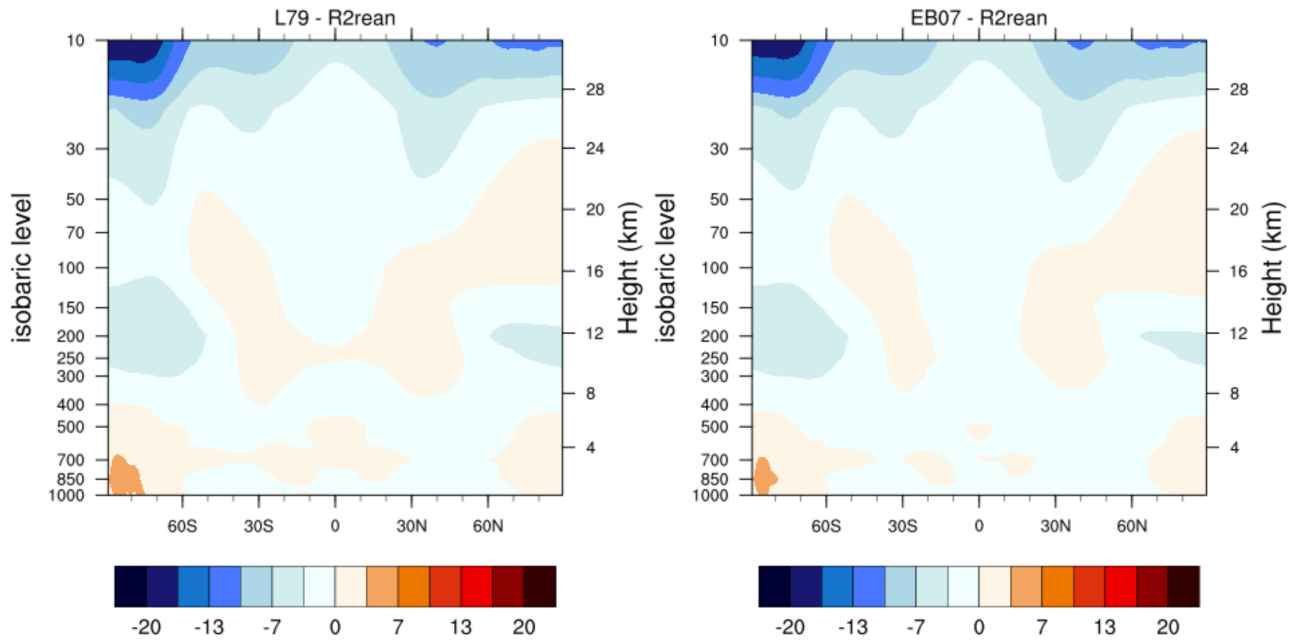

Рисунок 4.4 — Профили зонально-осредненной ошибки в поле температуры относительно реанализа R2 DOE в экспериментах с INMCM5 (слева) и с использованием замыкания EB07 (справа).

Изменения в среднеклиматическом приземном ветре достигают до 1 м/с по амплитуде, и связаны в основном с увеличением скорости ветра над Южным океаном и небольшим смещением ВЗК. Усиление циркумполярного течения вызвано более холодной Антарктидой и соответствующем увеличением мощности антарктического антициклона. Согласованные изменения можно увидеть в среднезональных зависимостях метеовеличин на рис. 4.6а,в.

Получаемые изменения среднего годового хода либо систематические (напр.в поле приземной температуры рис. 4.6б), либо незначительные (напр.в поле приземной скорости ветра рис. 4.6г).

4.4 Заключение

В модель INMCM были внедрены новые замыкания основывающеяся на функциях устойчивости [95]. Проведена оптимизация параметров данного замыкания на расширенном наборе LES-данных. Для это были дополнительно проведены порядка 10 численных экспериментов с похожей на GABLS1 поста-

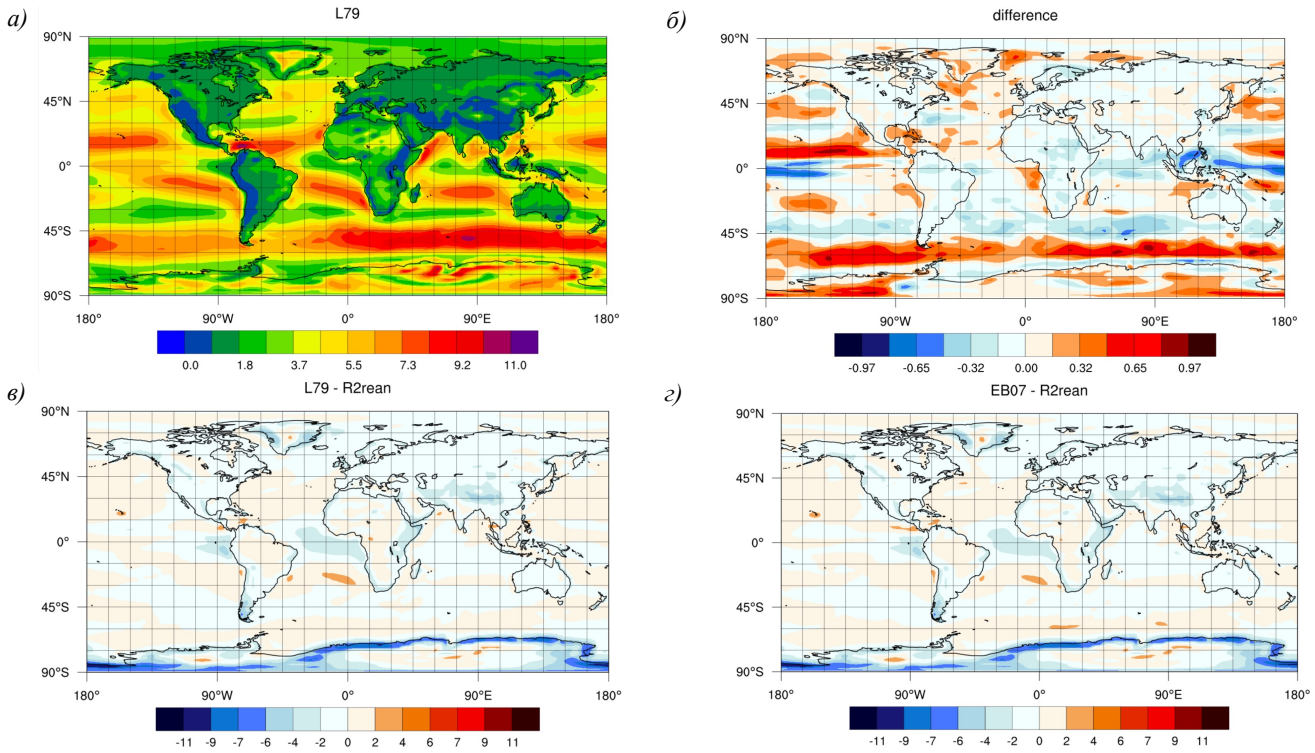

Рисунок 4.5 — Климатическая средняя скорость ветра на 10 м в экспериментах с *(а)* INMCM, *(б)* разница между INMCM+EB и оригинальной версией INMCM, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM и *(г)* INMCM+EB.

новкой, но покрывающих интервал интегральной устойчивости $h/L = [1.5,7]$. Для оптимизации использовался метод роя частиц, где каждая “частица“ представляет собой реализацию одноколоночной модели с грубой вертикальной сеткой с замыканием EB с определенными константами для GABLS1-подобных конфигураций численных экспериментов.

Проведен анализ различий в воспроизведении современного климата для среднеклиматических полей, годового хода, а также зонально-осредненных зависимостей приземных метеовеличин между версями модели со старым и новым замыканием, а также пространственное распределение их ошибок относительно реанализа. Как видно, новое замыкание ожидаемо улучшает воспроизведение приземной температуры в основном в полярных регионах, где наблюдаются наиболее устойчивые ПС. Похожее улучшение наблюдается и в других приземных полях: давления на уровне моря, скорости ветра на 10м; уменьшается ошибка в средней высоте пограничного слоя. При этом не происходит ухудшения в тесно связанных с воспроизведением динамики АПС полях облачности и осадков. Кроме того, похолодание прибрежной части Антарктики, приводит к увеличению приземного градиента ветра в Южном океане и усилению антарктического

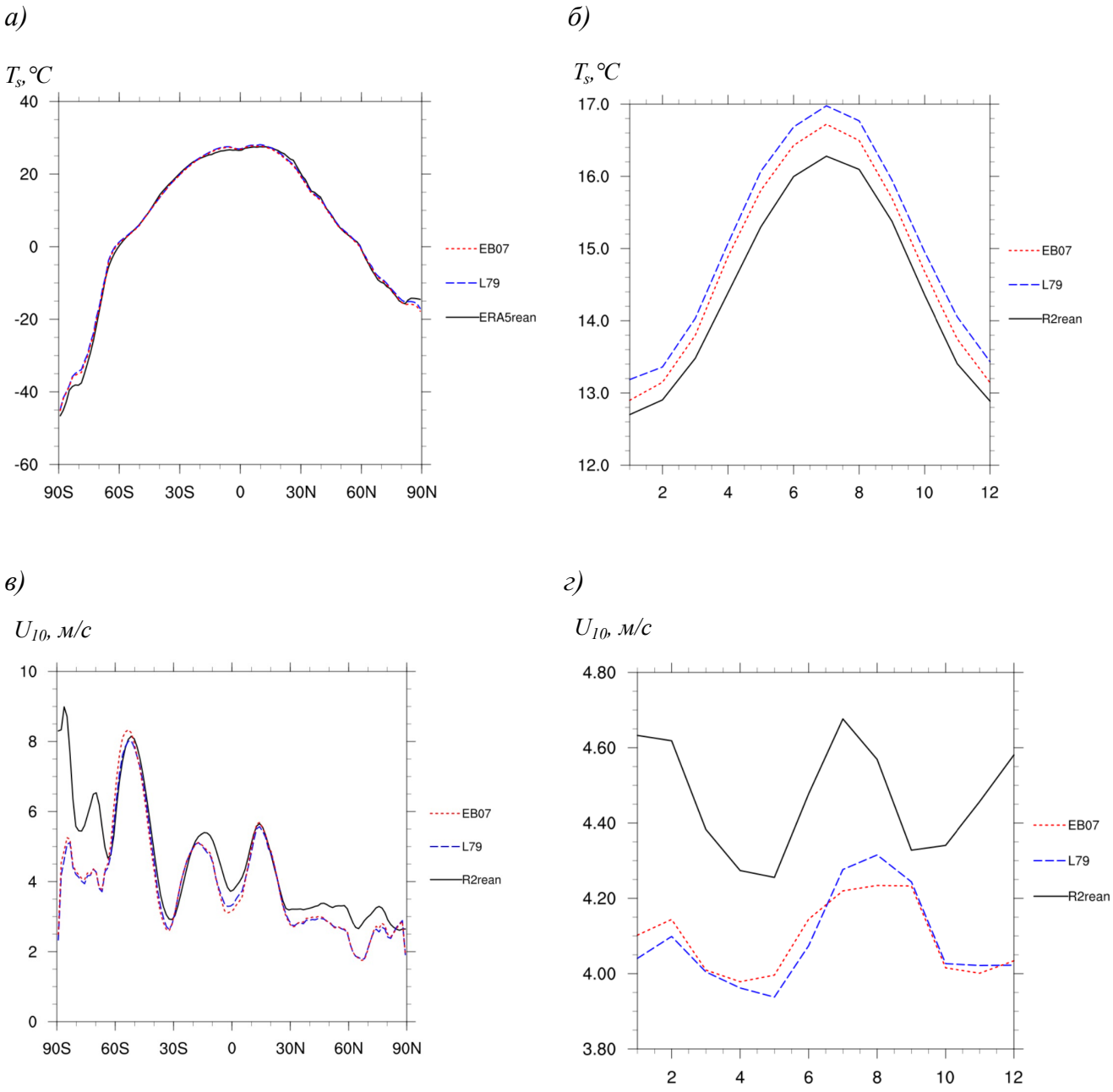

Рисунок 4.6 — Климатическая средняя скорость ветра на 10 м в экспериментах с *(а)* INMCM5, *(б)* разница между INMCM5+EB и INMCM5, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM5 и *(г)* INMCM5+EB.

антициклона. Однако, эксперименты с дополнительно оптимизированными параметрами замыкания, не показывают значимого относительно версии модели с оригинальными константами ввиду слабого различия соответствующих функций устойчивости.

Заключение

Проведен ряд численных экспериментов по воспроизведению свободной конвекции и конвекции со сдвигом над однородной поверхностью с помощью LES-модели ИВМ РАН. Данные расчетов подтверждают, что профили КЭТ и диссипации КЭТ хорошо масштабируются с помощью высоты КПС и масштаба Дирдорфа, соответствующие безразмерные константы оказались близкими к предыдущим оценкам из лабораторных экспериментов. Анализ экспериментов со сдвиговой конвекцией показал, что в этом случае масштабирование интеграла ТКЭ и интеграла диссипации по высоте КПС с помощью линейной комбинации W_* и V_* является оправданным предположением, и позволяет строит интегральные модели КПС в приближении нулевого скачка температуры и скорости на верхней границе. Также показано, что поток КЭТ, выносимый из слоя вовлечения гравитационными волнами, мал и им можно пренебречь в уравнении интегрального баланса КЭТ.

Так же в данном исследовании проведена оценка различных замыканий первого порядка с использованием данных LES-экспериментов. Рассматриваемые схемы построены на основе локального обобщения ТПМО. Показано, что полученные функции устойчивости и замыкания первого порядка, использующие безразмерный градиент линейной скорости, обеспечивают хорошее согласие с данными LES. В частности, наилучшее согласие с данными LES было получено при использовании [1] и [79] замыканий, за которыми следует замыкание на основе параметризации турбулентного числа Прандтля [81]. Все остальные замыкания приводят к слишком сильному перемешиванию и, следовательно, завышают высоту АПС. Степень завышения варьируется от схемы к схеме, и в зависимости от рассматриваемого свойства не всегда одна и та же схема оказывается лучше. Наибольшие расхождения с LES демонстрирует схема [6]. Эти результаты, по-видимому, более выражены для очень устойчивого АПС в эксперименте VSBL, чем для слабоустойчивых условий. Следует отметить, что приведенное выше сравнение представляет собой применение одноколоночных моделей в благоприятных условиях с численной точки зрения, то есть с очень высоким вертикальным разрешением и с гораздо меньшими временными шагами, чем те, которые фактически используются в моделях прогнозирования климата и погоды. Численные аспекты параметризации вертикальной турбу-

лентной диффузии в моделях прогноза погоды должны рассматриваться как отдельный вопрос и оцениваться по-другому. Данное исследование не может быть достаточным для окончательного ответа или даже четкой рекомендации по использованию или неиспользованию функций в моделях прогноза погоды и климата. В частности, из-за влияния на схему АПС ряда факторов, таких как особенности реализации, ошибки численной аппроксимации, другие компоненты моделей общей циркуляции атмосферы и диапазоны их параметров, нет никакой гарантии, что конкретный набор универсальных функций будет хорошо работать в конкретном МОЦА. Поэтому оценка эффективности универсальных функций в моделях прогноза погоды и климата что требует отдельного исследования.

Оценивалась применимость рассмотренных универсальных функций для построения «интегральных формул». В качестве исходных данных для расчета поверхностных потоков тепла и импульса использовались профили средней скорости и температуры, полученные в LES. Такая постановка демонстрирует поведение поверхностной схемы, когда предполагается, что над поверхностью АПС корректно воспроизведен схемой турбулентного переноса. В случае слабо стратифицированных АПС большинство поверхностных схем показывают хорошие результаты до 0.8 высоты АПС, за исключением функций, предложенных в [6]. Для очень устойчивого АПС поверхностные схемы, основанные на линейных безразмерных градиентах скорости, дают уменьшающиеся потоки при интегрировании выше половины АПС, а функции, основанные на "u-less" асимптотике ([76] и [65]), рассчитывают ненулевой поток в области, расширенной до всей толщины АПС. С другой стороны, функции с "длинным" хвостом, такие как [85] и [6], сильно переоценивают поверхностные потоки. Это, в свою очередь, может быть желательной характеристикой для реализации в моделях климата и прогноза погоды, чтобы предотвратить отсоединение АПС от подстилающей поверхности на грубых вертикальных сетках.

Наконец, мы подчеркиваем, что большинство рассмотренных функций устойчивости были изначально для приземного слоя, и их применение во всей АПС выходит за пределы области, для которой они были определены. Тем не менее, представленная стратегия их расширения может быть полезна для их будущего тестирования в моделях прогноза климата и погоды, и такое тестирование рекомендуется для большого количества функций, чтобы лучше понять их влияние в более широком масштабе.

Резюмируя, основные результаты работы, заключаются в следующем:

1. Выполнена модификация интегральной модели КПС для случая свободной конвекции и сдвигово-конвективного режима. На основе данных LES экспериментов высокого разрешения оценены параметры интегральной модели в том числе для генерации ТКЭ за счёт сдвига скорости в пограничном слое, при этом был использован масштаб скорости, учитывающий как приповерхностную скорость трения, так и среднюю скорость ветра в КПС.
2. Показано, что для квазистационарных слабо- и сильно- устойчивых ПС турбулентные замыкания первого порядка с использованием локально–обобщенной ТПМО могут воспроизводить стационарное состояние, получающееся в LES экспериментах. При этом лучше его воспроизводят замыкания, использующие линейный безразмерный градиент скорости и растущее с устойчивостью турбулентное число Прандтля. На грубых сетках данные замыкания значительно занижают турбулентные потоки в приземном слое при сильной устойчивости, а замыкания основанные на "u_*-less" асимптотике, позволяют сохранить обмен с поверхностью и избежать явления декаплинга.
3. Реализована новая схема вертикального турбулентного перемешивания в МЗС ИВМ РАН INMCM. Модифицированные функции устойчивости лучше воспроизводят УПС на сетке модели в идеализированных экспериментах. Для новой версии замыкания проведена оптимизация констант функций устойчивости по данным набора LES экспериментов для устойчиво-стратифицированного ПС.
4. Использование новой схемы турбулентного переноса в расчетах по воспроизведению современного климата позволяет уменьшить ошибку модели относительно реанализа в приземных характеристиках.

Список сокращений и условных обозначений

DSLA-LES	Dynamic Smagorinsky Lagrangian Averaging LES, вихреразрещающая модель с динамическим замыканием на основе лагранжева осреднения
EFB	семейство RANS замыканий Energy- and Flux- Budget
ERA5	ECMWF Reanalysis v.5, пятая версия реанализа Европейского центра среднесрочных прогнозов
GABLS	GEWEX Atmospheric Boundary Layer Study
INMCM	Institute of Numerical Mathematics Climate Model – модель Земной системы ИВМ РАН
LES	Large-Eddy Simulation, вихреразрешающее моделирование
RANS	Reynolds-Averaged Navier Stockes, модели статистического осреднения по Рейнольдсу
VSBL	Very Stable Boundary Layer
АПС	атмосферный пограничный слой
КПС	конвективный пограничный слой
КЭТ	кинетическая энергия турбулентности
МЗС	Модели земной системы
ТПМО	теория подобия Монина-Обухова
УПС	устойчивый пограничный слой

Список литературы

1. *Businger J. A.*, *Wyngaard J. C.*, *Izumi Y.*, *Bradley E. F.* Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer // Journal of Atmospheric Sciences. — 1971. — Т. 28, № 2. — С. 181—189.
2. *Dyer A.* A review of flux-profile relationships // Boundary-Layer Meteorology. — 1974. — Т. 7, № 3. — С. 363—372.
3. *Kadantsev E.*, *Mortikov E.*, *Zilitinkevich S.* The resistance law for stably stratified atmospheric planetary boundary layers // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. — 2021. — Т. 147, № 737. — С. 2233—2243.
4. *Derbyshire S.* Boundary-layer decoupling over cold surfaces as a physical boundary-instability // Bound.-Layer Meteorol. — 1999. — Т. 90. — С. 297—325.
5. *Holtslag A.*, *Svensson G.*, *Basu S.*, *Beare B.*, *Bosveld F.*, *Cuxart J.* Overview of the GEWEX Atmospheric Boundary Layer Study (GABLS) // Proceedings of the Workshop on Diurnal cycles and the stable boundary layer, 7-10 November 2011, Reading, UK. — 2012. — С. 11—23.
6. *Louis J.-F.* A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere // Boundary-Layer Meteorology. — 1979. — Т. 17, № 2. — С. 187—202.
7. *Louis J.*, *Tiedtke M.*, *Geleyn J.* A short history of the operational PBL-Parameterization of ECMWF, Workshop on planetary boundary layer parameterization. — 1982.
8. *Edwards J. M.*, *Beljaars A. C.*, *Holtslag A. A.* [и др.]. Representation of boundary-layer processes in numerical weather prediction and climate models // Bound.-Layer Meteorol. — 2020. — Т. 177, № 2/3. — С. 511—539.
9. *Garratt J.*, *Wilczak J.*, *Holtslag A.*, *Schmid H. P.*, *Grachev A.*, *Beljaars A.*, *Foken T.*, *Chen F.*, *Fairall C.*, *Hicks B.* [и др.]. Commentaries on Top-Cited Boundary-Layer Meteorology Articles // Boundary-Layer Meteorology. — 2020. — Т. 177, № 2. — С. 169—188.

10. *Суязова В. И.*, *Дебольский А. В.*, *Мортиков Е. В.*, *Гладских Д. С.*, *Шестакова А. А.*, *Чечин Д. Г.* Влияние параметризаций термической шероховатости на расчет турбулентных потоков моделью приземного слоя атмосферы // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2025.

11. *Kohler M.*, *Ahlgrimm M.*, *Beljaars A.* Unified treatment of dry convective and stratocumulus-topped boundary layers in the ECMWF model // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. — 2011. — Т. 137, № 654. — С. 43—57. — DOI: 10.1002/qj.713.

12. *Witek M. L.*, *Teixeira J.*, *Matheou G.* An Integrated TKE-Based Eddy Diffusivity/Mass Flux Boundary Layer Closure for the Dry Convective Boundary Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2010. — Т. 68. — С. 1526—1540. — DOI: 10.1175/2011JAS3548.1. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/pdf/10.1175/2011JAS3548.1.

13. A New Vertical Diffusion Package with an Explicit Treatment of Entrainment Processes // Monthly Weather Review. — 2006. — Т. 134. — С. 2318—2341. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/pdf/10.1175/MWR3199.1.

14. *Volodin E.* Simulation of present-day climate with the INMCM60 model // Izv., Atmos. Oceanic. Phys. — 2023. — Т. 59, № 1. — С. 16—22.

15. *Volodin E.*, *Mortikov E.*, *Kostrykin S.*, *Galin V. Y.*, *Lykossov V.*, *Gritsun A.*, *Diansky N.*, *Gusev A.*, *Iakovlev N.* Simulation of the present-day climate with the climate model INMCM5 // Climate dynamics. — 2017. — Т. 49, № 11. — С. 3715—3734.

16. *Volodin E.*, *Gritsun A.* Simulation of observed climate changes in 1850–2014 with climate model INM-CM5 // Earth System Dynamics. — 2018. — Т. 9, № 4. — С. 1235—1242.

17. *Eyring V.*, *Bony S.*, *Meehl G. A.*, *Senior C. A.*, *Stevens B.*, *Stouffer R. J.*, *Taylor K. E.* Overview of the Coupled Model Intercomparison Project Phase 6 (CMIP6) experimental design and organization // Geoscientific Model Development. — 2016. — Т. 9, № 5. — С. 1937—1958.

18. *Glazunov A.*, *Rannik Ü.*, *Stepanenko V.*, *Lykosov V.*, *Auvinen M.*, *Vesala T.*, *Mammarella I.* Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // Geoscientific Model Development. — 2016. — Т. 9, № 9. — С. 2925—2949.

19. *Tkachenko E.*, *Debolskiy A.*, *Mortikov E.* Intercomparison of Subgrid Scale Models in Large-Eddy Simulation of Sunset Atmospheric Boundary Layer Turbulence: Computational Aspects // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — Т. 42, № 7. — С. 1580—1595.

20. *Глазунов А.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть I. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 5—25.

21. *Глазунов А.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть II. Численные эксперименты; моделирование турбулентности в канале с шероховатыми границами // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 25—37.

22. *Глазунов А.* Моделирование нейтрально стратифицированного турбулентного потока воздуха над шероховатой поверхностью // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.–2006. — 2006. — Т. 42, № 3. — С. 307—325.

23. *Germano M.*, *Piomelli U.*, *Moin P.*, *Cabot W. H.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Physics of Fluids A: Fluid Dynamics. — 1991. — Vol. 3, no. 7. — P. 1760—1765. — DOI: 10.1063/1.857955. — Publisher: American Institute of Physics.

24. *Ghosal S.*, *Lund T. S.*, *Moin P.*, *Akselvoll K.* A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows // Journal of fluid mechanics. — 1995. — Т. 286. — С. 229—255.

25. *Mortikov E.*, *Glazunov A.*, *Debolskiy A.*, *Lykosov V.*, *Zilitinkevich S.* Modeling of the Dissipation Rate of Turbulent Kinetic Energy // Doklady Earth Sciences. Т. 489. Вып. 2. — Springer. 2019. — С. 1440—1443.

26. *Bou-Zeid E.*, *Meneveau C.*, *Parlange M.* A scale-dependent Lagrangian dynamic model for large eddy simulation of complex turbulent flows // Phys. Fluids. — 2005. — Т. 17, № 2. — С. 025105.

27. *Meneveau C.*, *Lund T. S.*, *Cabot W. H.* A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence // Journal of fluid mechanics. — 1996. — Т. 319. — С. 353—385.

28. *Morinishi Y.*, *Lund T.*, *Vasilyev O.*, *Moin P.* Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // Journal of computational physics. — 1998. — Т. 143, № 1. — С. 90—124.

29. *Brown D. L.*, *Cortez R.*, *Minion M. L.* Accurate projection methods for the incompressible Navier–Stokes equations // Journal of computational physics. — 2001. — Т. 168, № 2. — С. 464—499.

30. *Zang Y.*, *Street R. L.*, *Koseff J. R.* A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // Physics of Fluids A: Fluid Dynamics. — 1993. — Т. 5, № 12. — С. 3186—3196.

31. *Lund T.* On the use of discrete filters for large eddy simulation // Annual Research Briefs. — 1997. — С. 83—95.

32. *Bange J.*, *Spieß T.*, *Kroonenberg A. van den.* Characteristics of the early-morning shallow convective boundary layer from Helipod flights during STINHO-2 // Theoretical and Applied Climatology. — 2007. — Т. 90, № 1/2. — С. 113.

33. *Stull R. B.* An introduction to boundary layer meteorology. Т. 13. — Springer Science & Business Media, 1988.

34. *Deardorff J. W.*, *Willis G. E.*, *Stockton B. H.* Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer // Journal of Fluid Mechanics. — 1980. — Т. 100, № 01. — С. 41. — DOI: 10 . 1017 / S0022112080001000. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract%7B%5C_%7DS0022112080001000.

35. *Tennekes H.* A Model for the Dynamics of the Inversion Above a Convective Boundary Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1973. — Т. 30, № 4. — С. 558—567. — DOI: 10.1175/1520-0469(1973)030<0558:AMFTDO>2.0.CO;2.

36. *Betts A. K.* reply to comment on the paper: 'Non-precipitating convection and its parameterization' // Quarterly Journal Of The Royal Meteorological Society. — 1974. — Т. 100, № 425. — С. 469—471.

37. *Sun J., Xu Q.* Parameterization of sheared convective entrainment in the first-order jump model: Evaluation through Large-eddy simulation // Boundary-Layer Meteorology. — 2009. — Т. 132, № 2. — С. 279—288. — DOI: 10.1007/s10546-009-9394-2.

38. *Gentine P., Bellon G., Heerwaarden C. C. van.* A Closer Look at Boundary Layer Inversion in Large-Eddy Simulations and Bulk Models: Buoyancy-Driven Case // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2015. — Т. 72, № 2. — С. 728—749. — DOI: 10.1175/JAS-D-13-0377.1.

39. *Kim S. W., Park S. U., Pino D., Vila-Guerau de Arellano J.* Parameterization of entrainment in a sheared convective boundary layer using a first-order jump model // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. — Т. 120, № 3. — С. 455—475. — DOI: 10.1007/s10546-006-9067-3.

40. *Fedorovich E., Conzemius R., Mironov D.* Convective entrainment into a shear-free, linearly stratified atmosphere: Bulk models reevaluated through large eddy simulations // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2004. — Т. 61, № 3. — С. 281—295. — DOI: 10.1175/1520-0469(2004)061<0281:CEIASL>2.0.CO;2.

41. *Liu P., Sun J., Shen L.* Parameterization of Sheared Entrainment in a Well-developed CBL. Part II: A Simple Model for Predicting the Growth Rate of the CBL // Advances in Atmospheric Sciences. — 2016. — Т. 33, October. — С. 1185—1198. — DOI: 10.1007/s00376-016-5209-9.

42. *Zilitinkevich S. S.* The Height of the Atmospheric Planetary Boundary layer: State of the Art and New Development // National Security and Human Health Implications of Climate Change / под ред. H. J. S. Fernando, Z. Klaić, J. L. McCulley. — Dordrecht : Springer Netherlands, 2012. — С. 147—161.

43. *Зилитинкевич С., Тюряков С., Троицкая Ю., Е.А М.* Теоретические модели высоты пограничного слоя атмосферы и турбулентного вовлечения на его верхней границе // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 48, № 1. — С. 150—160.

44. *Lilly D. K.* Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. — 1968. — Т. 94. — С. 292—304. — DOI: 10.1002/qj.49709440106. — URL: http://climate-dynamics.org/wp-content/uploads/2015/05/lilly68a.pdf.

45. *Зубов Н. Н.* Арктический лед. — Изд. Севморпути, 1945.

46. *Deardorff J. W.* Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models // Monthly Weather Review. — 1972. — Т. 100, № 2. — С. 93—106. — DOI: 10.1175/1520-0493(1972)100<0093:POTPBL>2.3.CO;2.

47. *Zilitinkevich S.* Turbulent Penetrative Convection. — Avebury Technical, 1991.

48. *Ball F. K.* Control of inversion height by surface heating // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. — 1960. — Т. 86, № 370. — С. 483—494. — DOI: 10.1002/qj.49708637005.

49. *Villani M. G.*, *Maurizi A.*, *Tampieri F.* Discussion and applications of slab models of the convective boundary layer based on turbulent kinetic energy budget parameterisations // Boundary-Layer Meteorology. — 2005. — Т. 114, № 3. — С. 539—556. — DOI: 10.1007/s10546-004-1415-6.

50. *Tennekes H.*, *Driedonks A. G. M.* Basic Entrainment Equations for the Atmospheric Boundary Layer // Boundary-Layer Meteorology. — 1981. — Т. 20. — С. 515—531.

51. *Pino D.*, *Vila-Guerau de Arellano J.*, *Kim S. W.* Representing sheared convective boundary layer by zeroth- and first-order-jump mixed-layer models: Large-eddy simulation verification // Journal of Applied Meteorology and Climatology. — 2006. — Т. 45, № 9. — С. 1224—1243. — DOI: 10.1175/JAM2396.1.

52. *Gossard E. E.*, *Hooke W. H.* Waves in the atmosphere : atmospheric infrasound and gravity waves : their generation and propagation. — Elsevier Scientific Pub. Co, 1975. — С. 456.

53. *Troitskaya Y. I.* The viscous-diffusion nonlinear critical layer in a stratified shear flow // Journal of Fluid Mechanics. — 1991. — Т. 233. — С. 25—48.

54. *Mahrt L.*, *Lenschow D. H.* Growth Dynamics of the Convectively Mixed Layer. — 1976. — DOI: 10.1175/1520-0469(1976)033<0041:GDOTCM>2.0.CO;2. — URL: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0469(1976)033%7B%5C%%7D3C0041:GDOTCM%7B%5C%%7D3E2.0.CO%7B%5C%%7D5Cn2.

55. *Conzemius R. J.*, *Fedorovich E.* Dynamics of Sheared Convective Boundary Layer Entrainment. Part II: Evaluation of Bulk Model Predictions of Entrainment Flux // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2006. — Т. 63, № 4. — С. 1179—1199. — DOI: 10.1175/JAS3696.1. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/JAS3696.1.

56. *Fedorovich E.* Modeling the atmospheric convective boundary layer within a zero order jump approach: an extended theoretical framework. — 1995.

57. *Conzemius R.*, *Fedorovich E.* Bulk Models of the Sheared Convective Boundary Layer: Evaluation through Large Eddy Simulations // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2007. — Т. 64, № 3. — С. 786—807. — DOI: 10.1175/JAS3870.1. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/JAS3870.1.

58. *Driedonks A. G. M.* Models and observations of the growth of the atmospheric boundary layer. — 1982. — DOI: 10.1002/14356007.a02. — arXiv: 1310.1707v3 ISBN: 9780199682676.

59. *Liu P.*, *Sun J.*, *Shen L.* Parameterization of Sheared Entrainment in a Well-Developed CBL. Part I: Evaluation of the Scheme through Large-Eddy... // Advances in Atmospheric Sciences. — 2016. — Т. 33, September. — С. 1185—1198. — DOI: 10.1007/s00376-016-5208-x.

60. *Pino D.*, *Vilà-Guerau de Arellano J.*, *Duynkerke P. G.* The Contribution of Shear to the Evolution of a Convective Boundary Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2003. — Т. 60, № 16. — С. 1913—1926. — DOI: 10.1175/1520-0469(2003)060<1913:TCOSTT>2.0.CO;2. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%7B%5C%%7D282003%7B%5C%%7D29060%7B%5C%%7D3C1913%7B%5C%%7D3ATCOSTT%7B%5C%%7D3E2.0.CO%7B%5C%%7D3B2.

61. *Глазунов А.*, *Заславский М.* Расчет параметров приводного слоя атмосферы по численной модели планетарного пограничного слоя и спектру

ветровых волн // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. — 1997. — Т. 33, № 2.

62. *Sullivan P. P.*, *Patton E. G.* The Effect of Mesh Resolution on Convective Boundary Layer Statistics and Structures Generated by Large-Eddy Simulation // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2011. — Т. 68, № 10. — С. 2395—2415. — DOI: 10.1175/JAS-D-10-05010.1. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/JAS-D-10-05010.1.

63. *Monin A.*, *Yaglom A.* Statistical fluid mechanics. Т. 1. — MIT Press, Cambridge/Mass, 1971. — С. 769.

64. *Nieuwstadt F. T.* The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer // Journal of the atmospheric sciences. — 1984. — Т. 41, № 14. — С. 2202—2216.

65. *Gryanik V. M.*, *Lüpkes C.*, *Grachev A.* [и др.]. New modified and extended stability functions for the stable boundary layer based on SHEBA and parametrizations of bulk transfer coefficients for climate models // J. Atmos. Sci. — 2020. — Т. 77, № 8. — С. 2687—2716.

66. *Beare R. J.*, *Macvean M. K.*, *Holtslag A. A.*, *Cuxart J.*, *Esau I.*, *Golaz J.-C.*, *Jimenez M. A.*, *Khairoutdinov M.*, *Kosovic B.*, *Lewellen D.* [и др.]. An intercomparison of large-eddy simulations of the stable boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. — Т. 118, № 2. — С. 247—272.

67. *Basu S.*, *Porté-Agel F.* Large-eddy simulation of stably stratified atmospheric boundary layer turbulence: a scale-dependent dynamic modeling approach // J. Atmos. Sci. — 2006. — Т. 63, № 8. — С. 2074—2091. — https://doi.org/10.1175/JAS3734.1.

68. *Sullivan P. P.*, *Weil J. C.*, *Patton E. G.*, *Jonker H. J.*, *Mironov D. V.* Turbulent winds and temperature fronts in large-eddy simulations of the stable atmospheric boundary layer // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2016. — Т. 73, № 4. — С. 1815—1840.

69. *Maronga B.*, *Li D.* An investigation of the grid sensitivity in large-eddy simulations of the stable boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2022. — Т. 182, № 2. — С. 251—273.

70. *Svensson G.*, *Holtslag A. A.* Analysis of model results for the turning of the wind and related momentum fluxes in the stable boundary layer // Boundary-layer meteorology. — 2009. — Т. 132, № 2. — С. 261—277.

71. *Pleim J.*, *Gilliam R.*, *Godowitch J.* Evaluation of PBL models compared to GABLS experiments and testing meteorology and air quality models // 19th Symposium on Boundary Layers and Turbulence Conference Proceedings. — 2010.

72. *Sterk H.*, *Steeneveld G.*, *Holtslag A.* Unravelling the role of turbulent mixing, land surface coupling and radiation in a coupled GABLS1 experiment // Proceedings of the Workshop on Diurnal cycles and the stable boundary layer, Reading, UK, 7-10 November 2011. — 2012. — С. 251—251.

73. *Holtslag A.*, *Svensson G.*, *Baas P.*, *Basu S.*, *Beare B.*, *Beljaars A.*, *Bosveld F.*, *Cuxart J.*, *Lindvall J.*, *Steeneveld G.* [и др.]. Stable atmospheric boundary layers and diurnal cycles: Challenges for weather and climate models // Bulletin of the American Meteorological Society. — 2013. — Т. 94, № 11. — С. 1691—1706.

74. *Linden S. J. van der*, *Edwards J. M.*, *Heerwaarden C. C. van*, *Vignon E.*, *Genthon C.*, *Petenko I.*, *Baas P.*, *Jonker H. J.*, *Wiel B. J. van de.* Large-Eddy Simulations of the Steady Wintertime Antarctic Boundary Layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2019. — Т. 173, № 2. — С. 165—192.

75. *Genthon C.*, *Six D.*, *Gallée H.*, *Grigioni P.*, *Pellegrini A.* Two years of atmospheric boundary layer observations on a 45-m tower at Dome C on the Antarctic plateau // Journal of Geophysical Research: Atmospheres. — 2013. — Т. 118, № 8. — С. 3218—3232.

76. *Grachev A. A.*, *Andreas E. L.*, *Fairall C. W.*, *Guest P. S.*, *Persson P. O. G.* SHEBA flux–profile relationships in the stable atmospheric boundary layer // Boundary-layer meteorology. — 2007. — Т. 124, № 3. — С. 315—333.

77. *Petenko I.*, *Argentini S.*, *Casasanta G.*, *Genthon C.*, *Kallistratova M.* Stable surface-based turbulent layer during the polar winter at Dome C, Antarctica: Sodar and in situ observations // Boundary-Layer Meteorology. — 2019. — Т. 171, № 1. — С. 101—128.

78. *Couvreux F.*, *Bazile E.*, *Rodier Q.*, *Maronga B.*, *Matheou G.*, *Chinita M. J.*, *Edwards J.*, *Stratum B. J. van*, *Heerwaarden C. C. van*, *Huang J.* [и др.]. Intercomparison of large-eddy simulations of the Antarctic boundary layer for very stable stratification // Boundary-Layer Meteorology. — 2020. — Т. 176, № 3. — С. 369—400.

79. *Zilitinkevich S.*, *Elperin T.*, *Kleeorin N.*, *Rogachevskii I.*, *Esau I.* A hierarchy of energy-and flux-budget (EFB) turbulence closure models for stably-stratified geophysical flows // Boundary-layer meteorology. — 2013. — Т. 146, № 3. — С. 341—373.

80. *Zilitinkevich S.*, *Druzhinin O.*, *Glazunov A.*, *Kadantsev E.*, *Mortikov E.*, *Repina I.*, *Troitskaya Y.* [и др.]. Dissipation rate of turbulent kinetic energy in stably stratified sheared flows // Atmospheric Chemistry and Physics. — 2019.

81. *Schumann U.*, *Gerz T.* Turbulent mixing in stably stratified shear flows // Journal of applied meteorology. — 1995. — Т. 34, № 1. — С. 33—48.

82. *Glazunov A.*, *Mortikov E.*, *Barskov K.*, *Kadantsev E.*, *Zilitinkevich S.* Layered structure of stably stratified turbulent shear flows // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. — 2019. — Т. 55, № 4. — С. 312—323.

83. *Grachev A. A.*, *Andreas E. L.*, *Fairall C. W.*, *Guest P. S.*, *Persson P. O. G.* Turbulent measurements in the stable atmospheric boundary layer during SHEBA: ten years after // Acta Geophysica. — 2008. — Т. 56, № 1. — С. 142—166.

84. *Gryanik V. M.*, *Lüpkes C.* A Package of Momentum and Heat Transfer Coefficients for the Stable Surface Layer Extended by New Coefficients over Sea Ice // Boundary-Layer Meteorology. — 2022. — С. 1—32.

85. *Cheng Y.*, *Brutsaert W.* Flux-profile relationships for wind speed and temperature in the stable atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2005. — Т. 114, № 3. — С. 519—538.

86. *Dufresne J.-L.*, *Foujols M.-A.*, *Denvil S.*, *Caubel A.*, *Marti O.*, *Aumont O.*, *Balkanski Y.*, *Bekki S.*, *Bellenger H.*, *Benshila R.* [и др.]. Climate change projections using the IPSL-CM5 Earth System Model: from CMIP3 to CMIP5 // Climate dynamics. — 2013. — Т. 40, № 9. — С. 2123—2165.

87. *Voldoire A.*, *Sanchez-Gomez E.*, *Salas y Mélia D.*, *Decharme B.*, *Cassou C.*, *Sénési S.*, *Valcke S.*, *Beau I.*, *Alias A.*, *Chevallier M.* [и др.]. The CNRM-CM5. 1 global climate model: description and basic evaluation // Climate dynamics. — 2013. — Т. 40, № 9. — С. 2091—2121.

88. *Basu S.*, *Holtslag A. A.* Turbulent Prandtl number and characteristic length scales in stably stratified flows: steady-state analytical solutions // Environmental Fluid Mechanics. — 2021. — Т. 21, № 6. — С. 1273—1302.

89. *Stretch D.*, *Rottman J.*, *Nomura K.*, *Venayagamoorthy S.* Transient mixing events in stably stratified turbulence // 14th Australasian fluid mechanics conference, Adelaide, Australia. — 2001. — С. 10—14.

90. *Katul G. G.*, *Porporato A.*, *Shah S.*, *Bou-Zeid E.* Two phenomenological constants explain similarity laws in stably stratified turbulence // Physical Review E. — 2014. — Т. 89, № 2. — С. 023007.

91. *Sukoriansky S.*, *Galperin B.*, *Perov V.* A quasi-normal scale elimination model of turbulence and its application to stably stratified flows // Nonlinear Processes in Geophysics. — 2006. — Т. 13, № 1. — С. 9—22.

92. *Cuxart J.*, *Holtslag A. A.*, *Beare R. J.*, *Bazile E.*, *Beljaars A.*, *Cheng A.*, *Conangla L.*, *Ek M.*, *Freedman F.*, *Hamdi R.* [и др.]. Single-column model intercomparison for a stably stratified atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. — Т. 118, № 2. — С. 273—303.

93. *Glazunov A.* Numerical modeling of turbulent flows over an urban-type surface: Computations for neutral stratification // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. — 2014. — Т. 50, № 2. — С. 134—142.

94. *Debolskiy A. V.*, *Mortikov E. V.*, *Glazunov A. V.*, *Lüpkes C.* Evaluation of surface layer stability functions and their extension to first order turbulent closures for weakly and strongly stratified stable boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2023. — Т. 187, № 1/2. — С. 73—93.

95. *Esau I. N.*, *Byrkjedal Ø.* Application of a large-eddy simulation database to optimisation of first-order closures for neutral and stably stratified boundary layers // Bound.-Layer Meteorol. — 2007. — Т. 125. — С. 207—225.

96. *Derbyshire S.* Stable boundary-layer modelling: Established approaches and beyond // Boundary-Layer Meteorology. — 1999. — Т. 90, № 3. — С. 423—446.

97. *Bonyadi M. R.*, *Michalewicz Z.* Particle swarm optimization for single objective continuous space problems: a review // Evolutionary computation. — 2017. — Т. 25, № 1. — С. 1—54.

98. *Esau I. N.* Formulation of the planetary boundary layer feedback in the Earth's climate system // Computational Technologies. — 2008. — Т. 13, S3. — С. 90—103.

99. *Soloviev A.*, *Lukas R.*, *Hacker P.* An approach to parameterization of the oceanic turbulent boundary layer in the western Pacific warm pool // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2001. — Т. 106, № C3. — С. 4421—4435.

Публикации автора по теме диссертации

100. *Debolskiy A. V.*, *Mortikov E. V.*, *Glazunov A. V.*, *Lüpkes C.* Evaluation of surface layer stability functions and their extension to first order turbulent closures for weakly and strongly stratified stable boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. — 2023. — Vol. 187, no. 1. — P. 73—93. — DOI: 10.1007/s10546-023-00784-3.

101. *Glazunov A.*, *Mortikov E.*, *Debolskiy A.* Studies of stable stratification effect on dynamic and thermal roughness lengths of urban-type canopy using large-eddy simulation // Journal of the Atmospheric Sciences. — United States, 2022. — DOI: 10.1175/jas-d-22-0044.1.

102. *Glazunov A. V.*, *Debolskiy A. V.*, *Mortikov E. V.* Turbulent Length Scale for Multilayer RANS Model of Urban Canopy and Its Evaluation Based on Large-Eddy Simulations // Supercomputing Frontiers and Innovations. — 2021. — Vol. 8, no. 4. — P. 100—116. — DOI: 10.14529/jsfi210409.

103. *Mortikov E. V.*, *Debolskiy A. V.*, *Glazunov A. V.*, *Chechin D. G.*, *Shestakova A. A.*, *Suiazova V. I.*, *Gladskikh D. S.* Planetary boundary layer scheme in the INMCM Earth system model // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. — Netherlands, 2024. — Vol. 39, no. 6. — P. 343—352. — DOI: 10.1515/rnam-2024-0029.

104. *Дебольский А. В.*, *Степаненко В. М.*, *Глазунов А. В.*, *Зилитинкевич С. С.* Интегральные модели проникающей конвекции со сдвигом скорости // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2019. — Т. 55, № 2. — С. 3—16. — DOI: 10.31857/S0002-35155523-16.

105. *Варенцов М. И.*, *Репина И. А.*, *Глазунов А. В.*, *Самсонов Т. Е.*, *Константинов П. И.*, *Степаненко В. М.*, *Лыкосов В. Н.*, *Артамонов А. Ю.*, *Дебольский А. В.*, *Печкин А. С.*, *Соромотин А. В.* Особенности пограничного слоя атмосферы г. Надыма по данным экспериментальных измерений и вихреразрешающего моделирования // Вестник Московского университета. Серия 5: География. — 2022. — № 6. — С. 64—78. — DOI: 10.55959/MSU0579-9414-5-2022-6-64-78.

106. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Система моделирования горизонтально однородных геофизических пограничных слоев с реализацией иерархии турбулентных замыканий / Е. В. Мортиков, А. В. Дебольский, Д. С. Гладских, Р. А. Ахтамьянов, Е. М. Гащук, А. А. Шестакова, В. И. Суязова ; НИВЦ МГУ. — № 990-2024 ; заявл. 31.12.2024 ; опубл. 31.12.2024, 990-2024 (Рос. Федерация).

107. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Блок параметризаций пограничного слоя атмосферы для моделей Земной системы / Е. В. Мортиков, Е. М. Ахтамьянов Р. А. Гащук, М. А. Тарасова, А. В. Дебольский, А. И. Варенцов, А. А. Шестакова, Д. Г. Чечин, Е. М. Володин, Н. И. Силин ; НИВЦ МГУ. — № 2024690745 ; заявл. 31.12.2024 ; опубл. 31.12.2024, 2024690745 (Рос. Федерация).

Список рисунков

1 Типичный суточный ход высоты пограничного слоя в средних широтах в МЗС ИВМ РАН *(a)*; профиль скорости ветра в устойчиво-стратифицированном ПС в оригинальном блоке АПС с замыканием первого порядка, в замыкании второго порядка и данным LES экспериментов*(b)*; годовой ход высоты пограничного слоя в Арктике *(c)*; ошибка средней температуры на высоте 2-х метров в МЗС ИВМ РАН (historic 1979-1999, 5 членов ансамбля) относительно реанализа R2 NCEP NCAR DOE Reanalysis *(d)*. Источник: [103]. 7

2.1 Профили плавучести (а), потока плавучести (б), горизонтальной скорости ветра (в) и вертикального потока импульса (г) в конвективном пограничном слое (КПС), развивающемся на фоне устойчиво стратифицированной свободной атмосферы при наличии фонового ветра. Сплошной черной линией представлены схематичные профили, используемые в интегральных моделях КПС, пунктирной линией – осредненные по времени профили по данным LES-расчетов данной работы (см. Разделы 2.2 и 2.3). 21

2.2 Изменения во времени коэффициента вовлечения A, при различных значениях параметра C_3 по данным интегральной модели КПС в эксперименте для случая свободной конвекции. . . . 32

2.3 Изменения во времени высоты КПС по данным LES-моделирования свободной конвекции (эксперименты CBL1, CBL2, CBL3 – обозначены маркерами). Линиями представлены решения уравнений интегральной модели [42] с двумя различными наборами констант C_1, C_{TZ}, C_3: суффикс old обозначает набор констант из оригинальной работы [42], суффикс new – оценки констант из LES-расчетов данной работы по формулам (2.24) (2.25) (2.26) (подробнее см. Табл. 1) 33

2.4 Изменения во времени констант C_1, C_{TZ}, C_3 по данным экспериментов CBL1,CBL2,CBL3. 34

2.5 Эволюция обезразмеренного интеграла КЭТ в КПС, в зависимости от выбора интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7. 36
2.6 Изменения во времени отношения интеграла диссипации в КПС и различных интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7. 37

3.1 Зависимость безразмерных градиентов скорости *(a)* φ_m и температуры *(b)* φ_h, а также *(c)* Pr_t и *(d)* Ri_f от Ri_g. Легенда соответствует таб. 2. Кружками, треугольниками, ромбами и квадратами представлены зависимости полученные по данным вихреразрещающего моделирования, заливка при этом соответствует безразмерной высоте z/h. 49
3.2 Профили *(a)* Θ, *(b)* $|U|$, *(c)* $\overline{\Theta' w'}$ и *(d)* τ полученные по данным одноколоночных моделей в эксперементе GABLS1, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. (*INM-LES*) соответсвует конфигурации вихреразрешающей модели из [93], а (*DSLA-LES*) из [3]. Серой заливкой показан разброс данных вихреразрешающих моделей с разрешением 3.125 м из [66] (источник https://gabls.metoffice.com). 51
3.3 Профили *(a)* Θ, *(b)* $|U|$, *(c)* $\overline{\Theta' w'}$ и*(d)* τ полученные по данным одноколоночных моделей в эксперименте VSBL, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. Треугольники и кресты соответствуют данным вихреразрешающего моделирования из [74] и с помощью модели DSLA-LES соответственно. 52
3.4 Профили *(a,b)* Ri_g, *(c,d)* Ri_f и *(e,f)* Pr_t полученные по данным одноколоночных моделей в эксперементе GABSL1 *(слева)* и VSBL *(справа)* VSBL, обозначения в легенде соответствуют таб. 2. Данные (*INM-LES*) и (*LES-DSLA*) относятся к вихреразрешающей модели НИВЦ МГУ и ИВМ РАН с различными видами подсеточных замыканий, *(MicroHH LES)* – данные вихреразрешающего моделировани из [74]. 54

3.5 Профили отношения потоков тепла *(a, b)* и импульса *(c, d)* рассчитанные с помощью поверхностной схемой соответствующей замыканию (интегральный вид функций из таб. 2) к рассчитанным по данным вихреразрешающей модели (DSLA-LES) в экспериментах GABLS1 [92]*(слева)* и VSBL [74] *(справа)*. 56

4.1 Временной ход (**а**) высоты пограничного слоя h_{bl}, (**б**) интегральной устойчивости h_{bl}/L и профили осредненных за 9ый час скорости ветра (**в**) и дефицита потенциальной температуры(**г**) в используемых для оптимизации констант замыкания EB07 десяти численных экспериментов с вихреразрешающей моделью. 62

4.2 Профили (**а**) потенциальной температуры и (**б**) скорости в одноколоночных тестах замыкания EB07 с оригинальными и оптимизированными константами в эксперименте GABLS1. 63

4.3 Среднегодовое поле приземной температуры в экспериментах с *(а)* INMCM, *(б)* разница между INMCM+EB и оригинальной версией INMCM, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM и *(г)* INMCM+EB. 67

4.4 Профили зонально-осредненной ошибки в поле температуры относительно реанализа R2 DOE в экспериментах с INMCM5 (слева) и с использованием замыкания EB07 (справа). 68

4.5 Климатическая средняя скорость ветра на 10 м в экспериментах с *(а)* INMCM, *(б)* разница между INMCM+EB и оригинальной версией INMCM, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM и *(г)* INMCM+EB. 69

4.6 Климатическая средняя скорость ветра на 10 м в экспериментах с *(а)* INMCM5, *(б)* разница между INMCM5+EB и INMCM5, *(в)* средняя ошибка относительно ERA5 для INMCM5 и *(г)* INMCM5+EB. 70

A.1 Схема взаимодействия процедур, относящихся к блоку пограничного слоя (отмечены фиолетовым), с другими компонентами МЗС (процедуры – без заливки, модули – зеленая заливка, красная заливка означает неявную передачу данных через механизм **common block**) в оригинальной программной реализации INMCM5. 93

А.2 Схема работы интерфейсов блока атмосферного пограничного слоя. 95

Список таблиц

1 Значения констант C_1, C_{TZ}, C_3 под данным LES-экспериментов и оценки из литературы 31

2 Сравниваемые турбулентные замыкания и соответствующие им функции устойчивости. 47

3 Результаты оптимизации констант в [95] на данных GABLS-подобных экспериментов вихреразрешающей модели. 64

4 Средние глобальные ошибки в экспериментах по воспроизведению современного климата с различной версиями INMCM5. 66

Приложение А

А.1 Программная реализация блока АПС

На рис. А.1 схематически представлено многообразие передачи данных в текущей версии МЗС. Поэтому предоставление явно описываемых структур данных, а также удобство функционала расчета производных величин и конвертации/копирования необходимых данных для использования в других компонентах МЗС, минимизация требуемых в программной реализации кода климатической модели изменений, являлись основными целями в разработке новых интерфейсов АПС.

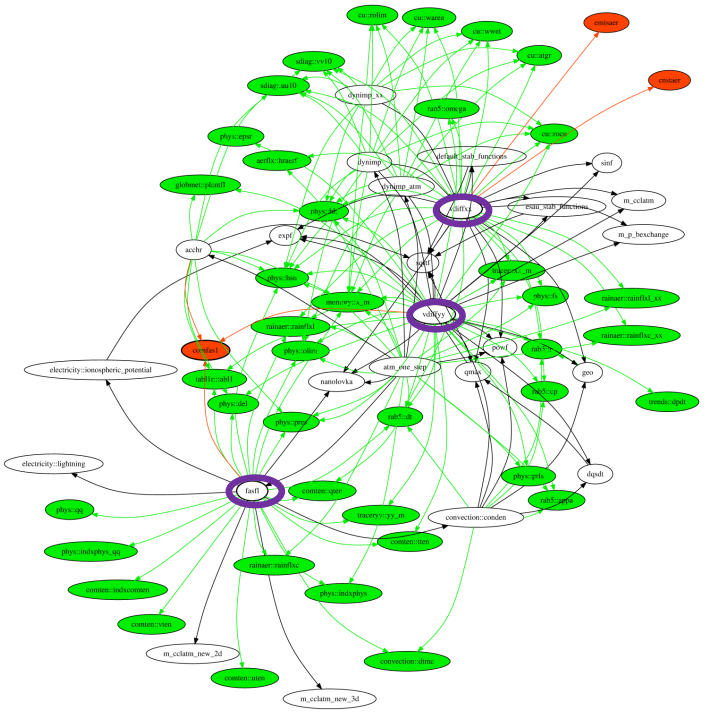

Рисунок А.1 — Схема взаимодействия процедур, относящихся к блоку пограничного слоя (отмечены фиолетовым), с другими компонентами МЗС (процедуры – без заливки, модули – зеленая заливка, красная заливка означает неявную передачу данных через механизм **common block**) в оригинальной программной реализации INMCM5.

Для работы с программным кодом блока приземного слоя использована система контроля версий с открытым исходным кодом git (`https://git-scm.`

com/) на отдельном сервере НИВЦ МГУ (http://tesla.parallel.ru/). Основной открытый репозиторий модуля АПС расположен по адресу http://tesla.parallel.ru/inmcm-mirror/abl-mirror.git. На рис. А.2 представлена блок-схема модели АПС. Серым выделены основные компоненты, входящие в "ядро" модуля АПС, представляющего собой отдельную библиотеку, основой которой являются процедура расчета характеристик турбулентного замыкания. Отдельно внутри блока выделены подблок микрофизики облаков (синий цвет) и блок диагностики. Выделение их в отдельный модуль преследует несколько целей. Основные уравнения климатической модели (крупномасштабная динамика, радиационный перенос) реализованы на так называемой σ-сетке по вертикали ($\sigma_i = p_i/p_s$, где p_i – давление на i-ом уровне по вертикали, p_s – приземное давление), в то время как одноколоночная версия модели и сами параметризации турбулентного перемешивания модуля АПС, данные для тестовых численных экспериментов описываются на z-сетке. Таким образом переход между вертикальными сетками отмечает границу в реализации численной модели, требующей определения вспомогательных интерфейсов. С другой стороны, блок АПС связан не только с климатической моделью в целом, но и с отдельными ее компонентами, представленными также в виде библиотек. Например, для одноколоночных тестов модулю АПС для расчета граничных условий на поверхности необходим обмен данными и конфигурационными параметрами с блоком приземного слоя. Представление этих блоков в виде отдельных библиотек позволяет на этапе конфигурирования и сборки учитывать соответствующие зависимости и совместимость версий средствами CMake.

Разбиение модуля АПС на подмодули турбулентного замыкания, микрофизики, диагностики и вспомогательных процедур (численная реализация решения уравнения диффузии-адвекции для вычисления тенденций, процедур согласования термодинамического состояния) естественным образом позволяет сформировать подход к представлению данных для интерфейсов модуля. Из них можно выделить вектор состояния (профили основных переменных климатической модели – компонент скорости ветра, температуры, удельной влажности, геопотенциала и т.д.), характеристики турбулентного замыкания (профили коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии, КЭТ, масштаба турбулентной длины и т.д.) характеристики облачности (профили водности облаков и балл облачности, нижняя и верхняя граница облачности и т.д.), тенденции их изменения по времени и диагностические переменные (доступная

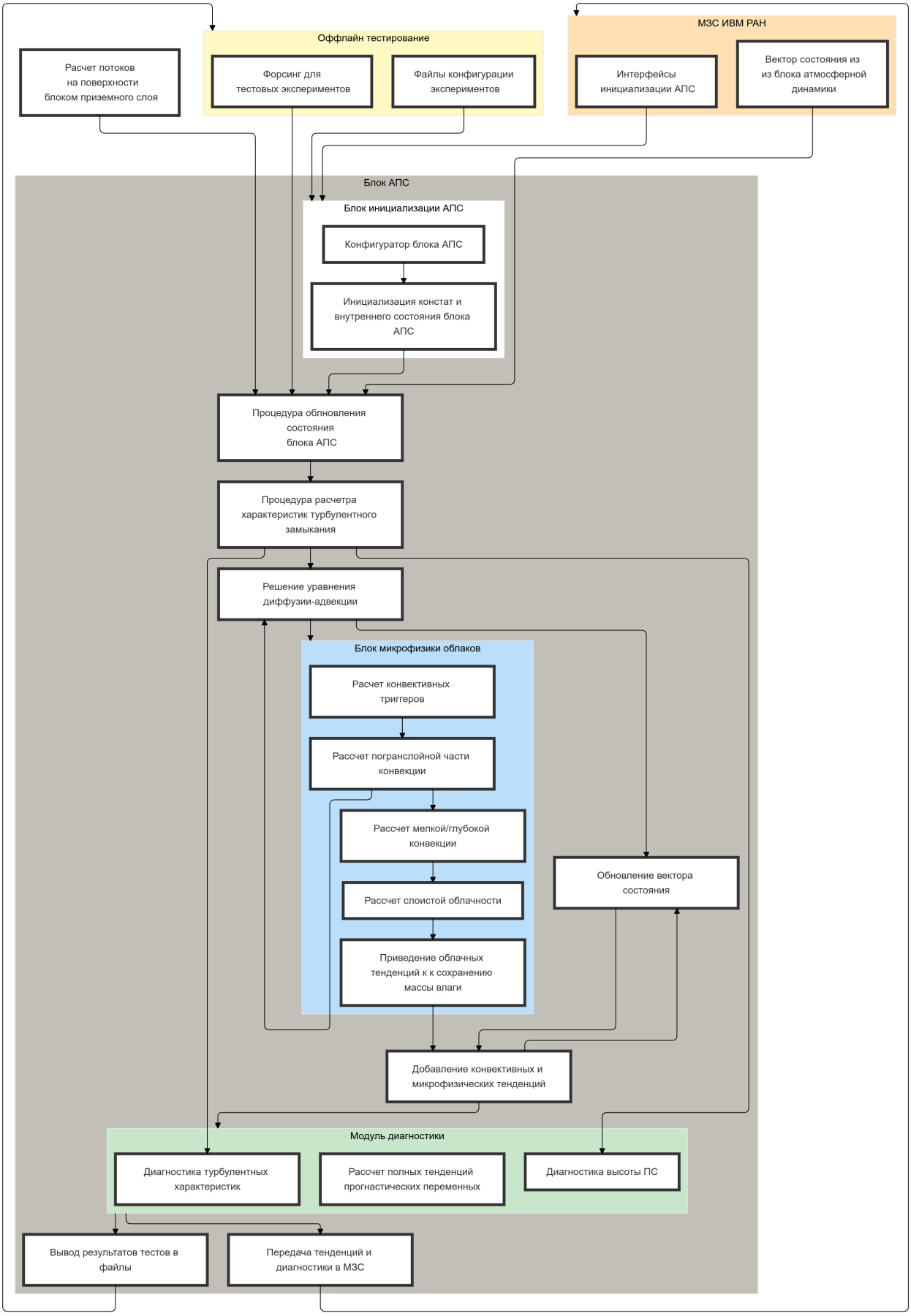

Рисунок А.2 — Схема работы интерфейсов блока атмосферного пограничного слоя.

конвективная потенциальная энергия, высота ПС и т.д.), описания вертикальной сетки, физических констант и параметров замыкания. В рамках языка программирования Fortran удобно реализовывать хранение этих данных в виде производных типов (derived datatype, конструкция аналогичная структурам в языке C). Так, например, для передачи структуры, задающей вектор состояния атмосферы в одной колонке климатической модели:

Листинг А.1: Описание структуры вектора состояния

```
module abl_state_data
    !< @brief abl state def.
    implicit none
    type stateBLDataType
        real, allocatable:: u(:)        !< u-componet velocity, [m/s]
        real, allocatable:: v(:)        !< v-componet velocity, [m/s]
        real, allocatable:: temp(:)     !< absolute temperature, [K]
        real, allocatable:: theta(:)    !< potential temperature, [K]
        real, allocatable:: qv(:)       ! specific humidity,[bar]
        real, allocatable:: theta_v(:) !< virtual potential temperature, [K]
        real, allocatable:: rho(:)      !< air density, [K]
        real ::  p0                     !< surface pressure [bar]
        integer :: kmax                 !< number of vertical cells
    end type stateBLDataType

    public:: scm_data_allocate          !< allocate fields
    public:: scm_data_deallocate        !< deallocate fields
    public:: scm_data_copy              !< copy statBLDataType instance into anoter
    contains
```

В этом же модуле реализуются процедуры выделения, освобождения и копирования памяти для вектора состояния –**scm_data_allocate**, **scm_data_deallocate**, **scm_data_copy**. Похожим образом описывается структура для хранения переменных турбулентного замыкания:

Листинг А.2: Описание структуры вектора турбулентных характеристик

```
module abl_turb_data
```

```
 !<@brief turbulent fields
 type turbBLDataType
      real, allocatable:: uw(:)           !< u-component of
kinematic vertical momentum flux, [m2/s2]
      real, allocatable:: vw(:)           !< v-component of
kinematic vertical momentum flux, [m2/s2]
      real, allocatable:: thetaw(:)       !<  kinematic
vertical heat flux flux, [K m/s]
      real, allocatable::thetavw(:)       !<  kinematic
vertical virtual temperature  flux, [ K m/s]
      real, allocatable:: qvw(:)          !<  kinematic
vertical moisture  flux, [ bar m/s]
      real, allocatable:: s2(:)           !< square of shear
frequancy [s-2]
      real, allocatable:: n2(:)           !< Brunt-Vaisala
frequancy [s-2]
      real, allocatable :: qcw(:)         !< turbulent
vertical liquid water flux [kg/kg m /s]
      real, allocatable:: cloud_frac_w(:) !< turbulent
vertical cloud fraction flux [ m /s]
      real, allocatable:: tke(:)          !< turbulent kinetic
 energy [m2/s2]
      real, allocatable:: eps(:)          !< dissipation rate
of turbulent kinetic energy [m2/s3]
      real, allocatable:: l_turb(:)       !<  turbulent length
 scale  [m]
      real, allocatable:: rig(:)          !< gradient
Richardson number
      real, allocatable:: prt(:)          !< turbulent Prandtl
 number
      real, allocatable:: rif(:)          !< flux Richardson
number
      real, allocatable:: km(:)           !< kinematic
turbulent viscosity coefficient [ m2 / s]
      real, allocatable:: kh(:)           !< kinematic
turbulent diffusion coefficient [ m2 / s]
      real:: ustr                         !< surface dynamic
velocity scale [m/s]
      real:: tstar                        !< surface dynamic
temperature scale [K]
      integer:: kmax                      !< number of
vertical cells
 end type turbBLDataType
```

```
25      public:: turb_data_allocate
        public:: turb_data_deallocate
        public:: turb_data_copy
        public:: update_fields
        contains
```

С использованием этих структур передача данных между подпрограммами реализуется с помощью промежуточных интерфейсов-адаптеров, в которых описывается преобразование из **stateBLDataType**, **turbBLDataType**, **convTriggersDataType**, **cloudsDataType**, **diagBLDataType** в соответствующие переменные МЗС. На этапе конфигурации и инициализации модуля похожим образом передаются различные параметры конфигурации, физические константы и т.д.

A.2 Решения для замыканий

Для решения системы (уравнения (3.1)–(3.7)) необходимо выразить ζ через профили средней скорости и температуры, используя уравнение (3.10), либо в явном виде, либо с численных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

Для некоторых замыканий это можно сделать аналитически (см. ниже для BD71 и EFB, или используя уравнение. Для замыканий, в которых турбулентное число Прандтля выражается через градиентное число Ричардсона, используется ур. (3.20). Для других решение ищется какая-то итерационная процедура. Проще всего вывести итерационный метод вида:

$$\zeta_{n+1} = \frac{Ri_g \varphi_m^2(\zeta_n)}{\varphi_h(\zeta_n)}. \tag{A.1}$$

Предварительное тестирование показало, что метод работает относительно хорошо, а более сложный метод Ньютона-Рафсона, похоже, лишь незначительно улучшает решения, увеличивая вычислительные затраты.

Случай линейных безразмерных градиенты

В случае использования функций устойчивости вида (3.11) и (3.12), подстановка их в ур. (3.10):

$$Ri_g = \frac{\zeta \varphi_h}{\varphi_m^2} = \frac{Pr_{t0}\zeta\left(1 + C_h\zeta\right)}{\left(1 + C_m\zeta\right)^2}, \tag{A.2}$$

это уравнение можно преобразровать в квадратное уравнение относительно ζ:

$$\left(Pr_{t0}C_h - C_m^2 Ri_g\right)\zeta^2 + \left(Pr_{t0} - 2C_m Ri_g\right)\zeta - Ri_g = 0 \tag{A.3}$$

Предполагая неотрицательность Ri_g, и типичные значения C_m и C_h ($C_m \leqslant C_h$), можно показать что ур. (A.3) имеет один неотрицательный корень:

$$\zeta^+ = \frac{2C_m Ri_g - Pr_{t0} + \sqrt{4(Pr_{t0}C_h - C_m)Ri_g + Pr_{t0}^2}}{2\left(Pr_{t0}C_h - C_m^2 Ri_g\right)}, \tag{A.4}$$

В упращенном случае $C_m = Pr_{t0}C_h$,это решение сводится к $\zeta = \frac{Ri_g}{1 - C_m Ri_g}$, которое можно найти в работе [99].

Замыкание EFB

Для замыкания EFB подстановка ур. (3.22) в ур. (3.19)

$$Ri_g = \frac{\left(\frac{C_\tau}{C_F}\right)\left(A_{z0} + C_a\zeta\right)\left(1 + \left(C_m - 1\right)\zeta\right)\zeta}{\left(1 + C_m\zeta\right)\left(C_2\left(A_{z0} + C_a\zeta\right)\left(1 + \left(C_m - 1\right)\zeta\right) - C_1\zeta\left(1 + \frac{C_a}{A_{z\infty}}\zeta\right)\right)}, \tag{A.5}$$

приводит к кубическому уравнению относительно ζ:

$$\left(g_1 - h_1\right)\zeta^3 + \left(g_2 - h_2\right)\zeta^2 + \left(g_3 - h_3\right)\zeta + g_4 = 0. \tag{A.6}$$

Здесь, получающиеся коэффициенты, связаны с константами замыкания следующим образом:

$$h_1 = \frac{C_\tau}{C_F}C_a\left(C_m - 1\right) \tag{A.7}$$

$$h_2 = \frac{C_\tau}{C_F}\left(A_{z0}\left(C_m - 1\right) + C_a\right), \tag{A.8}$$

$$h_3 = \frac{C_\tau}{C_F}A_{z0}, \tag{A.9}$$

и

$$g_1 = Ri_g C_m C_1',\ g_2 = Ri_g\left(C_1' + C_m C_2'\right), \tag{A.10}$$

$$g_3 = Ri_g\left(C_2' + C_m C_3'\right),\ g_4 = Ri_g C_3' \tag{A.11}$$

$$C_1' = C_a\left(C_2\left(C_m - 1\right) - \frac{C_1}{A_{z\infty}}\right), \tag{A.12}$$

$$C_2' = C_2\left(A_{z0}\left(C_m - 1\right) + C_a\right) - C_1, \tag{A.13}$$

$$C_3' = C_2 A_{z0}. \tag{A.14}$$

В работе используется версия EFB, с константами из [79]:

$$C_\Theta = 0.76,\ C_\nabla = 0.78,$$
$$C_\tau = 0.15,\ C_F = C_\tau / \left[(1 + C_\nabla)\, Pr_{t0}\right],$$
$$A_{z\infty} = 0.0209,\ A_{z0} = 0.2,\ C_a = 0.003$$

A_z при этом определяется как:

$$A_z = \frac{A_{z0} + C_a \frac{z}{L}}{1 + \frac{C_a}{A_{z\infty}} \frac{z}{L}}. \tag{A.15}$$

Единственный физически обоснованный корень ур. (A.6):

$$\zeta = \begin{cases} \sqrt[3]{4}\left(q^2 - \sqrt{-\Delta}\right)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3}\mathrm{atan2}\left(\sqrt{-\Delta}, -q\right)\right) - \frac{b}{3}, \Delta < 0, \\ \sqrt[3]{\left(\frac{-q+\sqrt{\Delta}}{2}\right)} + \sqrt[3]{\left(\frac{-q-\sqrt{\Delta}}{2}\right)} - \frac{b}{3}, \Delta > 0, \end{cases} \tag{A.16}$$

где $\mathrm{atan2}\left(\alpha, \beta\right)$ – двухаргументная функция арктангенса

$$q = \left(\frac{2}{27}\left(\frac{g_2 - h_2}{g_1 - h_1}\right)^2 - \frac{1}{3}\frac{g_3 - h_3}{g_1 - h_1}\right)\frac{g_2 - h_2}{g_1 - h_1} + \frac{g_4}{g_1 - h_1},$$

$$\Delta = q^2 + \frac{4}{27}\left(\frac{-1}{3}\frac{g_2 - h_2}{g_1 - h_1} + \frac{g_2 - h_2}{g_1 - h_1}\right)^3,$$

$$b = \frac{1}{3}\frac{g_2 - h_2}{g_1 - h_1}.$$