

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «БАЛТИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ИММАНУИЛА КАНТА»

На правах рукописи
УДК 504.3, 551.51, 551.59, 519.6



Курдяева Юлия Андреевна

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ОТ ТРОПОСФЕРНЫХ
ИСТОЧНИКОВ В ВЕРХНЮЮ АТМОСФЕРУ**

Специальность 25.00.29 —
«Физика атмосферы и гидросферы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Доктор физико-математических наук, профессор
Кшевецкий Сергей Петрович

Калининград — 2020

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ	12
1.1 Основные уравнения гидродинамики, используемые в моделях атмосферы	12
1.2 Геофизические модели атмосферы	16
1.3 Крупномасштабные и климатические атмосферные модели	20
1.4 Особенности моделирования атмосферных волн от метеорологических источников	34
1.5 Основные выводы	37
Глава 2. ПОСТАНОВКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ОТ ВАРИАЦИЙ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ	39
2.1 Физическая постановка задачи	39
2.2 Начальные и граничные условия	44
2.3 Исследование корректности задачи о распространении волн от колебаний давления на нижней границе в рамках линеаризованной недиссипативной модели атмосферных гидродинамических процессов	47
2.4 Исследование корректности задачи о распространении волн от колебаний давления на нижней границе в рамках линеаризованной диссипативной модели атмосферных гидродинамических процессов	52
2.5 Обсуждение результатов исследования корректности и постановка нелинейной диссипативной задачи	53
2.6 Тестирование численной нелинейной модели на аналитических решениях линеаризованных уравнений	56

2.7	Основные выводы	60
Глава 3. ДВУМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ		
РАСПРОСТРАНЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН С		
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ		
ДАННЫХ О ВАРИАЦИЯХ ДАВЛЕНИЯ У		
ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ 61		
3.1	Двумерное распространение волн от локальных вариаций давления	61
3.2	Моделирование возмущений верхней атмосферы из области солнечного терминатора и солнечного затмения в тропосфере . .	65
3.3	Влияние ветра в задачах вертикального распространения волн . .	72
3.4	Основные выводы	77
Глава 4. ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ		
РАСПРОСТРАНЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН С		
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ		
ДАННЫХ О ВАРИАЦИЯХ ДАВЛЕНИЯ У		
ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ 78		
4.1	Трехмерное решение задачи о распространении волн от наблюдаемых локальных вариаций давления	78
4.2	Вертикальное распространение в верхнюю атмосферу акустико-гравитационных волн от атмосферных фронтов в московском регионе	81
4.3	Непериодические граничные условия для расчета атмосферных волн	88
4.4	Результаты моделирования распространения волн от неустойчивостей на атмосферном фронте	91
4.5	Основные выводы	97
Заключение		99
Список сокращений и условных обозначений		101
Список литературы		103
Список рисунков		118

Введение

Научная квалификационная работа посвящена постановке, исследованию и решению краевой задачи о распространении волн в безветренной стратифицированной атмосфере от волновых колебаний давления на нижней границе (на поверхности Земли), численному моделированию атмосферных волн, распространяющихся из нижней атмосферы в верхнюю, генерируемых различными тропосферными источниками

Актуальность темы исследования. Атмосфера Земли представляет собой сложную динамическую систему, которая постоянно подвергается различным воздействиям. Источники возмущений могут быть внешними (например, нагрев атмосферы Солнцем) или внутренними, то есть связанные с непосредственно происходящими в земной атмосфере процессами. Работа этих источников определяет общий энергетический баланс атмосферы. Основным перенос энергии из нижней атмосферы в верхнюю атмосферу происходит через инфразвуковые и внутренние гравитационные волны (ВГВ). Потоки энергии и импульса, переносимые атмосферными волнами из тропосферы в верхнюю атмосферу, сравнимы с энергией, получаемой атмосферным газом от солнечного излучения или других источников [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]. Поэтому невозможно полное описание теплового режима и циркуляции верхней атмосферы без учета притоков энергии, приносимой снизу атмосферными волнами. Изменение атмосферных параметров, вызванное распространением и диссипацией этих волн, влияет на распространение электромагнитных волн в околоземном пространстве в широком диапазоне частот (частоты от КВ, УКВ до ОНЧ) [8], [9], [10]. Это важно учитывать при работе систем геолокации, радио- и спутниковой связи.

При изучении волновых процессов в верхней атмосфере обычно применяются экспериментальные методы исследования, которые не позволяют изучать волновые процессы в атмосфере более детально. Полученные таким способом данные могут не обладать необходимым разрешением как по времени, так и по пространству. Более того, они дают возможность исследовать только эффекты, вызванные тем или иным событием, а не особенности самого процесса. Мощности вычислительных машин растут с каждым годом, поэтому применение численного моделирования для решения подобных задач позволяет изучить

атмосферные процессы детально. На сегодняшний день становится возможным более качественно решать геофизические задачи, связанные с внутренними проблемами, возникающими при описании атмосферы и межслоевого взаимодействия. В отличие от экспериментальных исследований, численное моделирование позволяет изучать сами процессы, а не только эффекты, вызванные ими.

Большая часть атмосферных волн, вносящих вклад в состояние верхней атмосферы, генерируется на тропосферных высотах метеорологическими источниками. Экспериментальной информации обычно недостаточно для точного задания этих источников при моделировании, так как они обладают сложной структурой, которая существенно меняется со временем. На данный момент не предложено подходов для моделирования распространения атмосферных волн, генерируемых такими сложными источниками, в верхнюю атмосферу. Разработка и исследование нового метода решения гидродинамической задачи о генерации атмосферных волн позволит эффективно моделировать атмосферные процессы различных масштабов, вызванные их распространением от тропосферных возмущений, улучшить вычислительный аппарат, применяемый в геофизических задачах и получить новые результаты, касающиеся установления волнового режима в атмосфере.

Целью диссертационной работы является решение задачи о распространении атмосферных волн от поля давления в верхнюю атмосферу и изучение их характеристик. Для достижения этих целей были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Поставить задачу о распространении атмосферных волн от переменного давления у поверхности Земли, исследовать её корректность, разработать метод её решения и применить его к многомасштабной модели атмосферы для последующего моделирования атмосферных процессов;
2. Выполнить тестирование развитой модели. Проверить и проиллюстрировать полученные теоретические результаты о поведении гидродинамических функций у поверхности Земли с помощью численных расчетов;
3. Провести численные расчеты с использованием экспериментальных данных о вариациях атмосферного давления, полученных в период различной активности тропосферных процессов;
4. Изучить характеристики атмосферных волн на термосферных высотах, распространяющихся от различных источников в тропосфере, определить ос-

новые эффекты в атмосфере, вызванные распространением волн и изучить их воздействие на параметры среды.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Постановка и обоснование задачи о генерации атмосферных волн переменным давлением в приземном слое атмосферы;
2. Исследование поставленной задачи показало, что в отсутствии начальных атмосферных возмущений, поле давления у поверхности Земли однозначно определяет изменение атмосферных параметров на всех высотах;
3. Результаты численных расчетов распространения атмосферных волн в период солнечного затмения. Показано возникновение волновых возмущений с периодами характерными для инфразвуковых и высокочастотных внутренних гравитационных волн и появление перемещающихся возмущений с периодом около 50 минут;
4. Результаты численных расчетов с использованием экспериментальных данных, полученных на сети микробарографов во время прихода атмосферного фронта. Нагрев верхней атмосферы волнами, генерируемыми сильным метеорологическим возмущением, оценен в 4-5 К. Впервые дана оценка амплитуды температурных волновых возмущений (100 К) и амплитуды горизонтальной скорости (60 м/сек).

Научная новизна. Впервые поставлена и исследована краевая задача для атмосферных гидродинамических уравнений о распространении атмосферных волн от колебаний давления на нижней границе в термосферу. Впервые показано, что в бездиссипативном случае решение граничной задачи о волнах от переменного давления в отсутствии начального волнового возмущения однозначно определяется только переменным полем давления на нижней границе. Впервые показано, что диссипативная задача о распространении волн от вариаций давления для однозначности решения, кроме поля давления, требует также задания горизонтальной скорости (равной нулю) и возмущения температуры (равного нулю) на нижней границе, а также задания вертикальной производной от вертикальной скорости, равной нулю. Предложен вариант постановки задачи, в котором плавно уменьшаются до нуля коэффициенты вязкости и теплопроводности у поверхности Земли. Поэтому такая модификация задачи позволяет не ставить условия на поле скоростей у поверхности Земли. Проведены исследования распространения инфразвуковых и внутренних гравитационных волн в

атмосфере от вариаций атмосферного давления, задаваемых на основе экспериментальных наблюдений. Определены характерные особенности термосферных возмущений, вызываемых солнечным затмением, которые подтверждаются результатами экспериментальных исследований динамики ионосферы. Впервые дана оценка амплитуды температурных возмущений в верхней атмосфере, вызванных инфразвуковыми волнами и ВГВ от неустойчивостей, порожденных атмосферным фронтом. Изучены процессы распространения волн от вариаций давления на поверхности Земли, а также характеристики генерируемых волн.

Степень достоверности. Достоверность материала, представленного в диссертации, обеспечивается предложенными строгими математическими доказательствами, а также тестированием модернизированной компьютерной программы, которая показала хорошее совпадение численных расчетов с точными аналитическими решениями из нужного класса решений. Достоверность прикладных расчетов обеспечивается применением апробированных методов обработки экспериментальных данных. Полученные результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными исследованиями и существующими представлениями о распространении атмосферных волн.

Теоретическая и практическая значимость. В результате проведенного исследования была разработана математическая теория, которая позволяет решать краевую задачу о распространении волн от переменного давления на нижней границе. Стало возможным использовать экспериментальные данные о вариациях давления для расчета волн в атмосфере от тропосферных возмущений у поверхности Земли. Это важно для теоретических исследований атмосферных процессов, так как достоверное задание различных тропосферных источников волн часто невозможно вследствие недостатка экспериментальной информации. Предложены нестандартные граничные условия, обеспечивающие убегание волн за границы расчетной области. Построенная модель позволяет исследовать влияние атмосферных волн, генерируемых на тропосферных высотах, на все слои атмосферы с большим пространственно-временным разрешением. Полученные результаты численного моделирования демонстрируют эффективность предложенного подхода для теоретического исследования распространения волн из нижней атмосферы в верхнюю и изучения влияния этих волн на нее.

Методы исследования. Доказательство корректности задачи о распространении волн в стратифицированной атмосфере построено с использованием теории метрических (нормированных) пространств. В численных расчетах используются конечно-разностные методы. Для тестовых проверок численной модели и теории применяются частные аналитические решения. Экспериментальные данные, используемые в прикладных расчетах, получены методами инфразвукового мониторинга у поверхности Земли и вертикального зондирования атмосферы и обработаны для последующего использования в численной модели.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на различных международных и всероссийских научных конференциях, научных семинарах и симпозиумах:

- European Geosciences Union, General Assembly 2015 (г. Вена, Австрия, 2015).
- V International conferences «Atmosphere, ionosphere, safety» (AIS-2016) (г. Зеленоградск, Россия, 2016)
- The 6th Workshop "Waves in inhomogeneous media and integrable systems"(г. Гданьск, Польша, 2016)
- 11-я международная школа-конференция «Проблемы Геокосмоса»(г. Санкт-Петербург, 2016)
- 40-й ежегодный Апатитский семинар "Физика авроральных явлений (г. Апатиты, Россия, 2017)
- ARISE Science meeting (г. Прага, Чешская республика, 2017)
- Международный Симпозиум «Атмосферная Радиация и Динамика» (ISARD-2017) (г. Санкт-Петербург, Россия, 2017)
- The 2017 Joint International Association for the Physical Sciences of the Ocean – International Association of Meteorology and Atmospheric Sciences - International Association of Geomagnetism and Aeronomy Assembly (IAPSO-IAMAS-IAGA) (г. Кейптаун, Южно-Африканская Республика, 2017).
- The 7th International workshop "Waves in inhomogeneous media and integrable systems"(г. Калининград, Россия, 2017)
- International Association of Geomagnetism and Aeronomy Assembly /The Scientific Committee on Solar Terrestrial Physics workshop on solar

- variability and coupling effects in the earth's atmosphere (г. Прага, Чешская республика, 2017)
- Международная (49-я Всероссийская) молодежная школа-конференция «Современные проблемы математики и ее приложений»(г. Екатеринбург, Россия, 2018)
 - VI International Conference "Atmosphere, Ionosphere, Safety"(AIS-2018), (г. Зеленоградск, Россия, 2018)
 - The 7th IAGA/ICMA/SCOSTEP Workshop on Vertical Coupling in the Atmosphere-Ionosphere System (г. Потсдам, Германия, 2018)
 - The 8th International work-shop "Waves in inhomogeneous media and integrable system" (г. Калининград, Россия, 2018)
 - Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Кемерово, Россия, 2018)
 - Международная научная конференция "Параллельные вычислительные технологии"(ПаВТ-2019) (г. Калининград, Россия, 2019)
 - Международный Симпозиум "Атмосферная Радиация и Динамика"(ISARD-2017) (г. Санкт-Петербург, Россия, 2019)
 - XVI Конференция молодых ученых "Взаимодействие полей и излучения с веществом"(г.Иркутск, Россия, 2019)
 - The 9th International work-shop "Waves in inhomogeneous media and integrable system" (г. Калининград, Россия, 2019)

Личный вклад. Опубликованные результаты исследования являются оригинальными и получены автором самостоятельно или на равных правах с соавторами. Автор принимал участие в постановке задачи. Автором выполнено доказательство теорем и была произведена модификация программы «AtmoSym»: в программу была введена возможность расчёта волн от вариаций давления на поверхности Земли. Автором построены тестовые аналитические решения и выполнено сравнение численных расчетов с аналитическими. Все численные расчеты выполнены на суперкомпьютерах БФУ им. И. Канта и "Ломоносов"Московского государственного университета. Автором проведено исследование распространения атмосферных волн от источников, построенных на основе экспериментально наблюдаемых вариаций атмосферного давления у поверхности Земли, исследованы атмосферные эффекты, вызванные этими волнами.

Публикации.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 20 печатных изданиях, 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК (Сибирский журнал вычислительной математики [11]; Pure and Applied Geophysics [12]; Annales Geophysicae [13]; Известия Российской Академии Наук. Физика атмосферы и океана [14]; Химическая физика [15] (принята в печать)); 14 — в сборниках трудов конференций [16], [17], [18], [19],[20], [21],[22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29]; 1 — в других периодических изданиях [30].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения.

Первая глава посвящена рассмотрению основных используемых в гидродинамике уравнений и приближений. Продемонстрированы основные подходы к моделированию волновых процессов в атмосфере. Рассмотрена проблематика моделирования инфразвуковых и внутренних гравитационных волн, распространяющихся от метеорологических явлений.

Вторая глава посвящена постановке и исследованию краевой задачи о распространении атмосферных волн от вариаций давления у поверхности Земли. Представлена физически обоснованная постановка задачи и математически исследованна её корректность для недиссипативной и диссипативной систем уравнений. Показаны результаты тестовых расчетов, выполненных с использованием модифицированной модели "AtmoSym". Для линеаризованных уравнений сформулированы теоремы единственности для недиссипативной и диссипативной линеаризованных систем уравнений. Исследована задача о генерации волн переменным давлением. Показано, что возможно задавать изменения плотности и температуры со временем на нижней границе вместо изменения вертикальной скорости - стандартного для гидродинамических задач условия. Однако решение зависит только от давления на границе, которое определяется этими температурой и плотностью. Сформулированы граничные условия для численной многомасштабной модели атмосферы «AtmoSym». Произведена модернизация и верификация численной модели. Выполнены тестовые расчеты. Исследован вопрос скачкообразного поведения функций у нижней границы.

Третья глава посвящена рассмотрению особенностей моделирования распространения волн от тропосферных источников. Предложена идея задания поля давления на значительной территории. Представлены и проанализирова-

ны результаты двумерного численного моделирования распространения атмосферных волн в верхнюю атмосферу в период солнечного затмения из области солнечного терминатора в нижней атмосфере. Полученные результаты проанализированы. Рассмотрена проблематика моделирования распространения волн в верхнюю атмосферу. Представлены результаты двумерных расчетов с учетом работы фонового ветра.

В **четвертой главе** представлены результаты трехмерного моделирования распространения волн от атмосферного фронта в московском регионе. Обсуждается влияние конечности области атмосферы, в которой проводится численное моделирование, на результаты моделирования. Рассмотрены эффекты, вызванные распространением атмосферных волн из тропосферы в верхнюю атмосферу. Получены значения, характеризующие вертикальное распространение волн от тропосферных возмущений в верхнюю атмосферу.

Полный объём диссертации составляет 121 страницу с 31 рисунком. Список литературы содержит 129 наименований.

Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ

В главе представлены основные гидродинамические уравнения, используемые для описания атмосферных процессов. Обсуждаются различные приближения, применимые для описания динамики атмосферного газа.

Рассмотрены модели атмосферных процессов, такие как WRF-, LES-, DNS – модели. Обсуждаются используемые численные схемы и методы решения уравнений. Описана многомасштабная региональная нелинейная модель атмосферных процессов «AtmoSym».

Рассмотрены особенности распространения инфразвуковых и внутренних гравитационных волн, источники генерации которых располагаются на тропосферных высотах. На данный момент экспериментальные исследования не позволяют полностью оценить влияние волн, распространяющихся в атмосфере на всех высотах. Использование методов математического моделирования помогает решить эту проблему, так как дает возможность получать данные высокого разрешения на разных атмосферных высотах. Экспериментальной информации для детального описания тропосферных источников волн модельных исследованиях обычно недостаточно, что заставляет искать другие способы постановки задачи, опирающиеся на доступную экспериментальную информацию.

1.1 Основные уравнения гидродинамики, используемые в моделях атмосферы

При описании динамических процессов в газах и жидкостях удобно использовать такое понятие как «сплошная среда». Всякий малый объем считается настолько большим, что содержит очень большое число молекул. Поэтому при рассмотрении бесконечно малых объемов подразумевается «физически» бесконечно малый объем по сравнению с каким-либо конкретным объемом, заполненным газом, но большой по сравнению с межмолекулярными расстояни-

ями. Это позволяет не учитывать молекулярное строение среды и облегчает процедуру ее описания [31].

С математической точки зрения, использование понятия сплошной среды позволяет считать все функции, имеющие гидродинамический смысл, достаточно гладкими, т.е. непрерывными и имеющими достаточное число производных [32]. Это утверждение требует уточнения. Сглаживание означает, что среда принимается сплошной и ее атомарная структура не учитывается. Однако различные гидродинамические процессы могут сопровождаться образованием разрывов параметров сплошной среды. Одним из таких примеров может служить ударная волна. Классификация газодинамических разрывов описана в [33]. Таким образом, разрывы параметров сплошной среды допускается, но не исключается и среда при этом остается сплошной.

При изучении сплошных сред в основном используются 2 подхода: Лагранжа и Эйлера (используются переменные Лагранжа и Эйлера соответственно). С точки зрения метода Лагранжа, объектом изучения являются частицы жидкости или газа, рассматриваемые как материальные точки, сплошь заполняющие объем с жидкостью или газом. Для метода Эйлера объектом рассмотрения являются параметры среды, заполняющей неподвижное пространство. При этом наблюдается изменение векторных и скалярных величин в точках пространства, а не их изменение, связанное с конкретной частицей жидкости или газа, как это происходит при лагранжевом подходе [34]. Из соображений удобства, в основном используются Эйлеровы переменные, так как рассмотрение элемента пространства проще, чем частицы жидкости или газа, движущейся в пространстве. Подход Эйлера особенно удобен с точки зрения сопоставления результатов расчетов экспериментальным данными. Поэтому формулы, представленные далее, записаны именно в эйлеровой форме.

Состояние движущегося газа или жидкости характеризуется функциями, описывающими распределения скорости и каких-либо его двух термодинамических величин, например давления и плотности [31]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, z, t), P = P(x, y, z, t), \rho = \rho(x, y, z, t). \quad (1.1)$$

Известно, что все термодинамические величины определяются по значениям каких-либо двух из них через уравнение состояния вещества. Поэтому

задание пяти величин — трех компонент скорости, давления и плотности, полностью определяет состояние движущихся жидкости или газа [31].

Одним из основных гидродинамических уравнений является уравнение неразрывности, выражающее собой закон сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (1.2)$$

Следующее гидродинамическое уравнение, необходимое для описания состояния вещества в газе или жидкости — уравнение движения. Его общий вид представлен формулой:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla P. \quad (1.3)$$

В 1755 году Эйлером было получено уравнение движения жидкости или газа, находящихся в поле тяжести. Это уравнение (1.4) не учитывает процессов диссипации энергии и применимо к движению идеальной жидкости, газа или к движению в средах, где теплопроводность и вязкость настолько малы, что ими можно пренебречь:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{g}. \quad (1.4)$$

В идеальной жидкости отсутствуют силы внутреннего трения, а значит, касательные составляющие напряжений равны нулю. Следовательно, в идеальной жидкости существуют только нормальные напряжения [34], которые при деформации жидкости предотвращают ее разрыв.

Систему гидродинамических уравнений для пяти неизвестных (3 компоненты скорости, давление и плотность) можно замкнуть, используя условие адиабатической однородности или закон сохранения энтропии S :

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} - (\rho S \mathbf{v}) = 0. \quad (1.5)$$

Если предположить, что плотность постоянна, а также известна связь давления и плотности, то такую зависимость возможно определить, например, через уравнения идеального газа Менделеева-Клапейрона:

$$P = \frac{\rho T R}{\mu}. \quad (1.6)$$

Система, объединяющая эти уравнения, соответствует поведению идеальной жидкости при адиабатических процессах в ней.

Если рассматривать поведение газа в поле тяжести, то система гидродинамических уравнений с учетом уравнения состояния для идеального газа будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho\mathbf{v}) &= 0, \\ \rho \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} &= -\nabla P + \rho\mathbf{g}, \\ \frac{c_v}{\mu} \frac{\rho dT}{dt} &= -\rho\nabla\mathbf{v}, \\ P &= \frac{\rho TR}{\mu}, \end{aligned} \tag{1.7}$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)$ - субстанциональная производная, c_v - удельная теплоемкость в изохорном процессе, T - температура.

При описании движения реальной жидкости или газа часто необходимо учитывать вязкость. Взаимодействие частиц жидкости можно характеризовать напряжениями поверхностных сил, то есть силами взаимодействия, отнесенными к единице площади соприкосновения жидких частиц [34]. Среда, в которой учитываются напряжения поверхностных сил называется неидеальной. Уравнение неразрывности сохраняет свой вид. Однако уравнение движения необходимо переписать с добавлением вязкого трения, приложенного к единице объема жидкости. Таким образом, получается уравнение движения жидкости/газа для вязкой среды - уравнение Навье-Стокса:

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\nabla P + \mu\nabla\mathbf{v}. \tag{1.8}$$

В общем случае, объединяя уравнение неразрывности (1.2) с уравнениями Навье-Стокса (1.8), приходим к незамкнутой системе уравнений, которую можно замкнуть, если воспользоваться законом сохранения энергии или законом неубывания энтропии с целью подключения недостающего уравнения. В общем виде ее можно представить как:

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho\mathbf{v}) &= 0, \\
\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} &= \mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\nabla P + \mu_{kv}\nabla\mathbf{v} \\
\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)S &= \xi, \\
P &= P(\rho, S).
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Здесь μ_{kv} – член кинематической вязкости. Третье уравнение системы (1.9) выражает условие отсутствия теплообмена между частицами среды. Четвертое уравнение – это уравнение состояния среды, связывающее величины P, ρ и S . Оно является следствием общих законов термодинамики, а его конкретный вид определяется свойствами среды. Так уравнения будут выглядеть, если его записывать через основное уравнение термодинамики:

$$P = e^{\frac{S}{c_v}} \rho^\gamma, \tag{1.10}$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – постоянная адиабаты [35].

1.2 Геофизические модели атмосферы

При рассмотрении уравнений гидродинамики, применяемых к атмосферным процессам, необходимо учитывать особенности планеты. К таким основным свойствам можно отнести вращение планеты, изменение плотности газа с высотой и то, что атмосферный газ представляет собой смесь газов и пр. Описать поведение газа, учитывая все особенности строения атмосферы, не представляется возможным. Поэтому к уравнениям применяются некоторые различные физические упрощения.

Поскольку атмосфера вращается вместе Землей, инерционная сила реакции на ее центростремительное ускорение частично действует противоположно силе тяжести. Также, если наблюдать за атмосферой с поверхности Земли, то

воздушное течение испытывает отклонение из-за изменения скорости перемещения земной поверхности с широтой [36].

Для начала рассмотрим уравнения движения вращающейся идеальной сжимаемой жидкости, где Ω - скорость углового вращения Земли, а член, содержащий Ω , является силой Кориолиса. Рассмотрим уравнения для неионизированной атмосферы, не учитывающие вязкость и теплопроводность в поле тяжести. Для процессов глобального масштаба естественно использовать сферическую систему координат с полярной осью, направленной на северный полюс, в которой проекции второго уравнения системы

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho\mathbf{v}) &= 0, \\ \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)v_x + \frac{\partial P}{\partial x} - 2\rho\Omega_z v_y &= 0, \\ \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)v_y + \frac{\partial P}{\partial y} + 2\rho\Omega_z v_x &= 0, \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)v_z + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g &= 0, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)S &= \xi, \\ S &= S(\rho, P). \end{aligned} \quad (1.11)$$

на координатной оси имеют вид, представленный в [37] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_r - \frac{v_\Theta^2 - v_\lambda^2}{r} - 2\Omega \sin(\Theta v_\lambda) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial G}{\partial r}, \\ \frac{\partial v_\Theta}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_\Theta - \frac{v_\lambda^2 \operatorname{ctg}\Theta + v_r v_\Theta}{r} - 2\Omega \cos(\Theta v_\lambda) &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \Theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial \Theta}, \\ \frac{\partial v_\lambda}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_\lambda - \frac{v_r + v_\Theta \operatorname{ctg}\Theta}{r} v_\lambda + 2\Omega \cos(\Theta v_\Theta) + 2\Omega \sin(\Theta v_r) &= \\ &= -\frac{1}{\rho r \sin \Theta} \frac{\partial P}{\partial \lambda} - \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial G}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Для записи остальных уравнений в сферических координатах необходимо учесть, что

$$\begin{aligned} \mathbf{v}\nabla &\equiv \frac{v_\Theta}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} + \frac{v_\lambda}{r \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + v_r \frac{\partial}{\partial r} \\ \nabla\mathbf{v} &\equiv \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} (v_\Theta \sin \Theta) + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Существенными допущениями при анализе уравнений динамики атмосферы являются предположения о возможности аппроксимации формы поверхности Земли сферой радиуса r и о возможности пренебрежения в выражении для геопотенциала G (суммарный потенциал центробежных сил) во вращающейся системе. В этом случае в качестве механически равновесного ($\mathbf{v} = 0$) можно выбрать такое состояние атмосферы, при котором она вращается вместе с Землей с постоянной угловой скоростью Ω , при этом ее независимые термодинамические параметры меняются лишь по направлению радиуса Земли, или ускорения свободного падения и связаны уравнением гидростатики [37]

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\rho g. \quad (1.14)$$

Таким образом, в состоянии механического равновесия давление, плотность и температура являются только функциями высоты.

Важное ограничение при анализе атмосферной циркуляции - утверждение, что движения среднего и крупного масштабов не нарушают в атмосфере условия квазистатичности. Для таких движений характерны такие масштабы: высота однородной атмосферы $H = \frac{RT}{g}$, горизонтальный масштаб L_x , масштаб горизонтальной скорости u_0 , вертикальной $w_{ro} = \frac{U_0 H}{L_0}$, времени τ_0 . Наблюдательные эксперименты показывают, что для большинства волновых возмущений в атмосфере характерный вертикальный масштаб $L_z \leq 10$ км. Для среднемасштабных и крупномасштабных процессов, особенно интересных для геофизики, горизонтальный масштаб $L_x \sim 100 \div 1000$ км. Использование гидростатического приближения (1.14) приводит к тому, что становится невозможными считать волны малого вертикального масштаба. Для решения этой проблемы можно ввести малый параметр $\beta = \frac{L_z}{L_x} \sim 0.1 \div 0.01$. Если при переходе к безразмерным уравнениям пренебречь малыми слагаемыми порядка β_2 , то придем к приближению квазигидростатики. Формально переход к гидростатическому приближению соответствует занулению в безразмерных уравнениях слагаемых, содержащих β [38]. Подробно это вопрос рассмотрен в [39].

При рассмотрении крупномасштабных движений в атмосфере параметр $\beta \ll 1$ и уравнение (1.12) можно заменить уравнением (1.14). Однако опускание малых членов может привести к неверному решению. Так погрешности от неучтенных мелкомасштабных волн, например акустических, имеют свойство

накапливаться и влиять на решение для крупномасштабных процессов или обращаться в бесконечность. Определенной гарантией против таких ошибок является выполнение при любых упрощениях исходной системы уравнений (1.11), по крайней мере, двух принципов сохранения - массы и энергии.

При такой замене уравнения движения на (1.14) в системе (1.11), новая система уравнений энергетически согласована только в том случае, если в остальных уравнениях опустить слагаемые

$$\frac{v_r v_\lambda}{r}, \frac{v_r v_\Theta}{r}, \Omega \sin \Theta v_r \longrightarrow 0 \quad (1.15)$$

Условия (1.15) являются классическими. Система уравнений, написанная с учетом упрощений, описанных выше, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt'} - \frac{uvtg\Theta'}{a} &= -\frac{1}{a\rho \cos \Theta'} \frac{\partial P}{\partial \lambda'} + 2\Omega v \sin \Theta', \\ \frac{dv}{dt'} - \frac{u^2tg\Theta'}{a} &= -\frac{1}{a\rho} \frac{\partial P}{\partial \Theta'} + 2\Omega u \sin \Theta', \\ \frac{dT}{dt'} &= \frac{\chi - 1}{\chi} \frac{T}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t'} + \frac{J}{c_P}, \\ \frac{d\rho}{dt'} + \rho \nabla \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} &= -g, \\ P &= R\rho T. \end{aligned} \quad (1.16)$$

При моделировании многих волновых процессов в атмосфере, можно пренебречь сферической формой Земли и опустить все члены, связанные со сферичностью Земли. При анализе генерации и распространения атмосферных волн, исходную систему уравнений, описывающую их распространение, можно записать как [1]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla P - \rho \mathbf{g} &= \mathbf{F}, \\ \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \mathbf{v} &= Q, \\ \frac{dP}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} &= (\gamma - 1)q' = q. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь Q - источник массы, F - силы и q' -энергии. Также система уравнений может содержать слагаемые вязкости и теплопроводности, так как их роль с высотой увеличивается.

1.3 Крупномасштабные и климатические атмосферные модели

Атмосфера - большая динамическая система и для изучения и прогнозирования процессов существуют модели, различные по назначению. Они часто направлены на решение конкретных задач. В общем случае их можно разделить на два класса: климатические и крупномасштабные.

Крупномасштабные модели обычно являются исследовательскими и служат для изучения различных механизмов появления и развития различных атмосферных эффектов. Большинство моделей крупномасштабных атмосферных процессов построено с использованием гидростатического равновесия, описанного выше. Оно было предложено Ричардсоном в 1922 г. [40]. Также Ричардсон был первым, кто применил численные методы для интегрирования системы уравнений Бьеркнеса, состоящей из гидродинамических уравнений движения, уравнения неразрывности, уравнения состояния, уравнения, выражающего первый и второй закон термодинамики.

Создание климатических моделей преследует цель прогнозирования метеорологических процессов и они, как правило, рассчитаны на небольшие высоты. Крупномасштабные модели атмосферы создаются для исследования различных процессов на всех атмосферных высотах, а не только погодных явлений. Можно выделить общие этапы построения численных методов для атмосферных моделей [41]:

1. определение и описание физических процессов, приводящих к изменениям атмосферных параметров;
2. выбор дифференциальных (или иных) уравнений, описывающих эти процессы, и при необходимости преобразование уравнений, записанных в какой-либо системе координат, к системе координат, связанной с картографическими проекциями земного шара;

3. замена уравнений непрерывной среды дискретными уравнениями этой среды, написанных под конкретную разностную сетку;
4. численное решение уравнений и расчет значений гидродинамических величин для фиксированных точек пространства и моментов времени.

При разработке атмосферных моделей выделяют три основных типа атмосферных процессов: крупномасштабные, среднемасштабные и мелкомасштабные процессы.

Крупномасштабные процессы характеризуются горизонтальными масштабами порядка тысяч (1—10 тыс.) километров. Крупномасштабные волны (инерционные волны, или волны Россби) являются частью таких процессов. Длины этих волн составляют тысячи километров, период — до нескольких суток.

Среднемасштабные, или мезомасштабные процессы развиваются над площадями, линейные размеры которых имеют порядок десятков и сотен километров, за период времени порядка нескольких часов. К числу мезопроцессов можно отнести атмосферные фронты, развитие кучевой облачности, орографические возмущения и др. К таким процессам относятся процессы распространения гравитационных волн.

Мелкомасштабные процессы характеризуются горизонтальными масштабами порядка сантиметров и метров и временными масштабами порядка секунд и минут.

Первые численные модели атмосферных процессов для прогнозирования погоды появились в середине 20 века. Работа Филлипса [42] «The general circulation of the atmosphere: a numerical experiment» 1956 года была впервые посвящена долгосрочному моделированию общей циркуляции атмосферы. Уже в конце 80-х годов модели численного прогноза погоды использовали конечно-разностные методы второго порядка точности либо спектральные методы решения уравнений гидротермодинамики атмосферы [43].

Конечно-разностный метод второго порядка использует двухшаговый метод Эйлера, где в качестве первого шага для получения необходимой функции u в промежуточный момент времени $t^{(n+1/2)}$ используется аппроксимация:

$$u^{n+\frac{1}{2}} = u^n - f(u^n, t^n) \frac{\Delta t}{2} \quad (1.18)$$

для промежуточного значения . Аппроксимация

$$u^{n+1} = u^n - f(u^{n+\frac{1}{2}}, t^{n+\frac{1}{2}}) \Delta t \quad (1.19)$$

выполняется в момент времени $t^{(n+1)}$. Значение $u^{n+\frac{1}{2}}$ являются промежуточными и не используются после момента времени $t^{(n+1)}$ [44]. Данный метод является явным и в действительности представляет собой частный двухслойный вариант методов Рунге-Кутты. Для всех методов на каждом шаге по времени должен выполняться критерий устойчивости, зависящий от численного метода. При применении двухшагового метода Эйлера устойчивость достигается лишь при достаточно малом шаге по времени.

Говоря о спектральных методах, следует рассмотреть традиционный метод Галёркина. Все методы, отличные от традиционного метода Галёркина, но использующие те же самые подходы, тоже могут быть отнесены к классу спектральных методов. Традиционный метод Галёркина находится в тесной связи с другими классическими приближенными методами, и в особенности с вариационными методами [45]. Метод можно сформулировать в компактной форме. Допустим, имеется некоторая двумерная задача, описываемая линейным дифференциальным уравнением (1.20) в определенной области $D(x,y)$ и снабженная граничными условиями (1.21) на границе области D :

$$L(u) = 0 \quad (1.20)$$

$$S(u) = 0 \quad (1.21)$$

В методе Галёркина предполагается, что неизвестная функция может быть достаточно точно представлена приближенным решением в виде разложения по базису

$$u_a = u_0(x,y) + \sum_{j=1}^N a_j \phi_j(x,y), \quad (1.22)$$

где ϕ_j — известные аналитические функции, образующие полную систему функций, u_0 — функция, введенная, чтобы удовлетворить граничным условиям, a_j — коэффициенты, подлежащие определению. Затем приближённое решение под-

ставляется в исходное дифференциальное уравнение и вычисляется невязка:

$$R(a_0, a_1 \dots a_N, x, y) = L(u_a) = L(u_0) + \sum_{j=1}^N a_j L(\phi_j). \quad (1.23)$$

Неизвестные коэффициенты a_j должны определяться из решения следующей системы уравнений:

$$(R, \phi_k) = 0, k = 1 \dots N. \quad (1.24)$$

решение которых позволяет построить приближенное решение исходной двумерной задачи.

В спектральных методах в качестве известных аналитических функций часто используются какие-либо полиномы, например полином Чебышёва или тригонометрические полиномы. Большинство приложений спектральных методов относится к нестационарным задачам смешанного типа. При этом моделирование производных по времени и соответствующее им интегрирование осуществлено с помощью конечно-разностных схем [45].

Большинство моделей, созданных для прогноза климата, разработано для работы с крупными масштабами, и применяемые там математические методы, как правило, рассчитаны на сравнительно гладкое поведение решения. Часто модели носят краткосрочный характер. Краткосрочные модели прогнозирования сейчас очень сложны. Обычно они являются комбинациями глобальных и локальных моделей.

В 1975 году, был учрежден Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды (European Centre for medium-range weather forecasts (ECMWF)). В ECMWF используются как спектральные, так и полулагранжевы модели атмосферы, построенные на основе аппроксимации гидродинамических уравнений, использующие полунявную схему интегрирования по времени. В качестве начальных условий используются ассимилированные спутниковые данные.

Особенности использования спектрального подхода для моделировании были рассмотрены выше. Полулагранжева модель атмосферы с полунявной схемой интегрирования по времени предполагает, что характеристики индивидуальной частицы вещества в узлах сетки получаются вычислением точки, откуда пришла эта частица, и интерполяцией этих характеристик из ближайших

узлов сетки в рассчитанную точку. При лагранжевом подходе адвекцию вещества (перенос воздушной массы вместе с ее свойствами (температурой, влажностью и другими) в горизонтальном направлении) ϕ можно записать как

$$\frac{d}{dt}\phi(r(t),t) = 0. \quad (1.25)$$

Здесь функция $\phi(r(t),t)$ может быть температурой или концентрацией растворенных и/или взвешенных веществ, обусловленная только переносом по заданным траекториям.

Центрально-разностная аппроксимация выражения (1.25) по времени имеет вид

$$\frac{\phi(r(t + \Delta t),t + \Delta t) - \phi(r(t - \Delta t),t - \Delta t)}{2\Delta t} = 0. \quad (1.26)$$

Если $r(t + \Delta t)$ – радиус-вектор соответствующего узла конечно-разностной сетки, то выражение (1.26) можно переписать

$$\phi(r(t + \Delta t),t + \Delta t) - \phi(r(t + \Delta t) - 2\alpha,t - \Delta t) = 0, \quad (1.27)$$

где

$$\alpha = \Delta t V(r(t + \Delta t) - \alpha,t) \quad (1.28)$$

Очевидно, что если вектор скорости $V = const$, то $\alpha = \Delta t V$. Таким образом, значение в расчетном узле определяется через значение, которое было в соответствующей точке пространства $2\Delta t$ времени назад. Неявное уравнение (1.28) решается итерационно и включает интерполяцию поля скорости, так как $r(t + \Delta t) - \alpha$, как правило, расположен между узлами сетки. После определения α требуется интерполяция ϕ при решении (1.27). Одним из таких примеров может служить модель, разработанную в Институте вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук ECSib, предложенная А.А. Фоменко [46].

Главный недостаток метода – его неконсервативность. Этот недостаток нивелируется относительно малым временем интегрирования. При выполнении исследований, связанных с прогнозированием климата, необходимо корректировать получаемые характеристики в целях удовлетворения закона сохранения

массы. Основное достоинство метода – гибкость в применении, вычислительная устойчивость и высокая точность при маленьком шаге по времени [46].

В 90-х годах прошлого столетия за рубежом в центрах изучения атмосферных явлений и прогнозирования появились параллельные вычислительные системы с распределенной памятью, в связи с чем многие центры выполнили работы по усовершенствованию своих моделей. Эти работы сопровождались массовым использованием интерфейса передачи сообщений MPI, предназначенной для выполнения расчетов на параллельных вычислительных системах. Постепенно число процессоров, используемых для расчета атмосферных моделей, росло. В ряде оперативных моделей прогноза погоды используется от одной до нескольких тысяч процессоров. В моделировании климата число используемых процессоров уже достигает десятка тысяч, т. к. в моделях климатической системы, как правило, параллельно работают модели атмосферы, океана, морского льда и др [43].

Сейчас для моделирования атмосферных процессов существуют различные модели, такие как MM5 (сокращенно от Fifth-Generation Penn State/NCAR Mesoscale Model), CCSM (Community Climate System Model), GFS (Global Forecast System) модель и т.п. Хорошо известна мезомасштабная модель регионального прогноза и системы ассимиляции данных для оперативного численного прогноза погоды и атмосферных исследований WRF (The Weather Research and Forecasting) [47]. Модель имеет два динамических ядра: систему ассимиляции данных и программную архитектуру, поддерживающую параллельные вычисления и расширяемость системы. Модель служит для широкого спектра метеорологических применений в масштабах от десятков метров до тысяч километров.

Существуют различные WRF-модели. Модели используют негидростатические уравнения Эйлера, однако возможно использовать и гидростатический режим. В моделях учитывается сила Кориолиса и кривизна. Чаще всего используются две модели: WRF-ARW и WRF-NMM. Вторые составляющие этих сокращенных названий моделей обозначают их различные динамические ядра. ARW — сокращение от Advanced Research WRF, это динамическое ядро было разработано в NCAR (National Center for Atmospheric Research). NMM является сокращением от Nonhydrostatic Mesoscale Model, это динамическое ядро было разработано в NCEP (National Centers for Environmental Prediction).

Модель ARW основана на негидростатических уравнениях для сжимаемой жидкости, записанных с использованием орографической координаты, вводимой для упрощения граничных условий на поверхности Земли:

$$\sigma = \frac{P - P_T}{P^*}, P^* = P_L - P_r, \quad (1.29)$$

и имеет смысл отношения разностей давления в рамках выбранного атмосферного слоя $P - P_T$ к разности давления на верхней и нижней границе моделируемой области P^* . Тем не менее главное отличие состоит в том, что в ARW-модели сигма-координата определяется не через полное давление, а через его гидростатическую составляющую.

Основное отличие в NMM от ARW, состоит в том, что в этой модели отделены члены, присутствующие в гидростатических моделях, от членов [48], возникающих вследствие учета негидростатичности.

В качестве вертикальной координаты используется следование по местности, сухое гидростатическое давление, с вертикальным растяжением сетки. По горизонтали используется С-сетка Аракавы. Такая расчетная сетка используется не только в WRF-моделях. В Гидрометцентре России разработана региональная модель гидродинамического прогноза полей основных метеорологических величин высокого пространственного разрешения. Модель включена в оперативную технологию регионального прогноза Гидрометцентра России [48].

При моделировании крупномасштабных волновых движений [49] в атмосфере необходимо учитывать, что атмосфера стратифицирована (рис. 1.1) [50] и её слои не только взаимодействуют между собой посредством разнообразных физико-химических процессов, но и обладают различными свойствами. Первоначально такое моделирование сводилось к построению одномерных по вертикали моделей нейтральной атмосферы и ионосферы.

В начале 80-х годов в Соединенных Штатах Америки и Великобритании были разработаны первые глобальные численные теоретические модели термосферы [51], [52]. Также подобные модели появились в Москве [53], Томске и Калининграде [54]. Томская и Калининградская модели термосферы были впоследствии совмещены в Глобальную Самосогласованную Модель Термосферы, Ионосферы и Протоносферы (ГСМ ТИП). ГСМ ТИП была разработана в лаборатории моделирования ионосферных процессов Института Земного Манетизма и Распространения радиоволн им. Н.В. Пушкина Российской академии

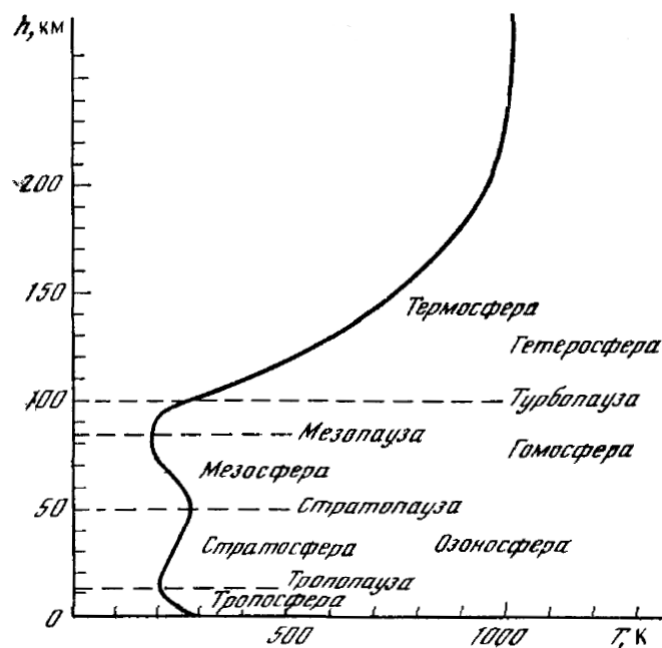


Рисунок 1.1 — Высотный ход температуры нейтрального газа и характерные высотные области нейтральной атмосферы.

наук. В модели уравнения решаются конечно-разностными методами. Модель работает на высотах от 80 до 520 километров. Сейчас, в результате сшивания ГСМ ТИП и спектральной модели HAMMONIA, описанной в [55], бы получена модель EAGLE. Результаты ее тестирования представлены в работе [56].

В 1994 году Ридли и Робл [57] разработали новую имитационная модель мезосферы, термосферы и ионосферы, которая использовалась для расчета глобальной циркуляции, температуры и смешанных структур на высотах 30-500 километров. Ее особенностью является то, что она не использует гидростатическое приближение.

Существуют также трехмерные облако-разрешающие модели, использующие метод крупных вихрей (LES-модели), а также негидростатическая модель икосаэдрической атмосферы (NICAM), используемая как глобальная облако-разрешающая модель (GCRM), модель прямого численного моделирования DNS(Direct Numerical Simulation) и другие модели [58], [59], [60]. Эти модели создавались для моделирования атмосферы, как правило, не выше стратосферных высот, с различной разрешающей способностью. Некоторые модели используют приближение несжимаемости, приемлемое для медленных метеорологических процессов, но неприемлемое при изучении инфразвуковых и внутренних гравитационных волн.

В LES-моделях турбулентность разрешается до некоторого масштаба; более мелкие, подсеточные возмущения отфильтровываются и их совокупный вклад параметризуется. Метод, применяемый в LES-моделях, использует пространственное осреднение уравнений Навье-Стокса с использованием фильтра. Наиболее часто используемые фильтры: фильтр Гаусса (1.30), коробчатый фильтр (1.31), фильтр Фурье (1.32)

$$G(x - x', \bar{\Delta}) = \sqrt{\frac{6}{\pi \bar{\Delta}^2}} \exp\left(-6\left(\frac{|x - x'|}{\bar{\Delta}}\right)^2\right) \quad (1.30)$$

$$G(x - x', \bar{\Delta}) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\Delta}}, & |x - x'| \leq \frac{\bar{\Delta}}{2} \\ 0, & |x - x'| > \frac{\bar{\Delta}}{2} \end{cases} \quad (1.31)$$

$$G\tilde{(k)} = \begin{cases} 1, & k \leq \frac{\pi}{\bar{\Delta}} \\ 0, & k > \frac{\pi}{\bar{\Delta}} \end{cases} \quad (1.32)$$

Здесь $G\tilde{(k)} = \int_D G(r - r', \bar{\Delta}) e^{-ikr} dr'^3$ - Фурье-образ функции фильтра.

Чаще всего классический LES-метод успешно применяется для расчета струйных течений [61] и течений с массивованным отрывом, который возникает вследствие возникновения естественной неустойчивости. В расчетах последних, с целью снижения вычислительных затрат применяется модифицированный LES-подход, заключающийся в использовании эмпирических пристеночных функций, позволяющих формировать правильный средний профиль пограничного слоя вблизи стенки, где необходимое сеточное разрешение сохраняется только в перпендикулярном к стенке направлении [62]. Наиболее известные модели параметризации такого типа была предложена Смагоринским [63] и Лилли [64].

В DNS-моделях решаются полные нестационарные уравнения Навье-Стокса, без параметризаций, с очень мелкими шагами. DNS-модели применяют для проверки приемлемости параметризаций в LES-моделях, вследствие чего предъявляются серьезные требования к вычислительной сетке, на которой должен разрешаться полный диапазон турбулентных масштабов вплоть до колмогоровских и воспроизводиться полный спектр акустического шума. Более подробно этот вопрос рассмотрен в [62].

LES- и DNS-модели обычно работают до небольших высот, порядка 40 километров. Моделирование стихийных метеорологических явлений и их влияния на атмосферу и ионосферу требует рассмотрения высот от 0 до 500 километров. Расширение перечисленных метеорологических моделей до высоты 500 километров не является тривиальным. Плотность газа на таком интервале высот падает в 1010 раз, а амплитуда волн растет с высотой обратно пропорционально корню из плотности, что приводит к сильной нелинейности процессов на больших высотах. В верхней атмосфере существуют важные нелинейные эффекты нагрева газа волнами и генерации течений волнами. Эти эффекты обычно не проявляются до высоты 150 км, но важны при моделировании до высоты 500 км. Вследствие больших амплитуд волн на больших высотах, требуется математическое доказательство неотрицательности плотности и температуры в численных моделях. На интервале высот 0-500 километров коэффициенты уравнений очень сильно изменяются с высотой, и это известная ситуация, когда вероятно накопление вычислительных ошибок. Таким образом, расчеты в интервале 0-500 км достаточно специфичны. Метеорологические модели непригодны для расчетов на интервале высот 0-500 километров.

Суперкомпьютерная модель «AtmoSym» [65], [66], [67], [19] создана Кшевцем С.П. в конце 2000-х годов, с учетом опыта метеорологических моделей (в частности, мезомасштабной негидростатической WRF и LES-моделей). Изначально модель была двумерной. При помощи Гаврилова Н.М. она была обобщена до трехмерной. Модель активно применяется [68], [69], [70], [71], [72] последние годы для решения задач, в которых исследуется распространение волн на высотах до 500 километров. Математический аппарат модели, хотя внешне похож на аппарат LES и DNS моделей, но в деталях отличается. При конструировании численного метода был использован аппарат обобщенных/слабых решений уравнений гидродинамики, предложенный известным американским математиком Питером Лаксом. Теория обобщенных решений для уравнений в частных производных была разработана С.Л. Соболевым [73] в 30-х годах 20 века. Такие решения определяются как предел последовательности классических решений или дифференциальные уравнения заменяются некоторым интегральным соотношением. Основная идея слабых решений и литература изложена в работе [74].

Математические исследования показывают, что решение гидродинамических уравнений во многих случаях со временем теряет гладкость. Чтобы гидродинамические уравнения в таких ситуациях сохраняли смысл, нужно включать в рассмотрение негладкие решения. С этой целью, Лакс [74] предложил преобразовать исходные гидродинамические уравнения записанные в дифференциальной форме в систему интегральных законов сохранения.

Рассмотрим одномерную гиперболическую систему уравнений, записанную в форме:

$$U_t + AU_x + B = 0. \quad (1.33)$$

Здесь U – вектор-столбец неизвестных функций, A и B – матрица и вектор коэффициентов, зависящие от x, t и U . Мы рассмотрим систему, где существуют все производные по x . Таким образом, заменяется на F_x, F в нелинейном случае вектор-функция от x, t и U . Получаем уравнение

$$U_t + F_x + B = 0, \quad (1.34)$$

которое называется консервативным. U – называется слабым решением уравнения (1.34) с начальными условиями Φ в интегральном соотношении

$$\iint (W_t U + W_x F - WB) dx dt + \int W(x, 0) \Phi(x) dx = 0, \quad (1.35)$$

которое получается при умножении левой части уравнения (1.33) на тестовый вектор W . Интегрирование полученного уравнения и интегрирование по частям выполняется для каждого тестового вектора W , который имеет непрерывные первые производные и обращается в ноль вне некоторого ограниченного множества [74].

Поскольку производные в этих интегральных уравнениях отсутствуют, требование гладкости решения снимается, и недифференцируемые функции могут быть решениями. Такие негладкие решения уравнений называются обобщенными/слабыми решениями гидродинамических уравнений.

Однако Лакс показал: осуществляемое расширение класса решений гидродинамических уравнений не единственно. Лакс также предложил как физически правильно определить обобщенные решения. Трудность построения численного метода решения гидродинамических уравнений в предложенном выше

подходе состоит в том, что система интегральных соотношений, которым нужно удовлетворить, переопределенная. Система решаемых нелинейных уравнений включает в себя: уравнение неразрывности, уравнение движения, уравнение состояния идеального газа, уравнение сохранения энергии (из которого выведено используемое уравнение для давления). Запись этой системы уравнений будет представлена во второй главе. Интерпретация аппроксимации численной моделью данных уравнений гидродинамики не предполагает, что численное решение аппроксимирует точное решение на масштабах сетки. Тем не менее, численное решение правильно описывает поведение волн на масштабах значительно больших шага сетки, так как выполняются законы сохранения в интегральной форме.

Во многих атмосферных моделях используется квазигидростатическое приближение, что не дает учитывать мелкомасштабные процессы. В нелинейном случае квазигидростатическое приближение способно существенно влиять на точность моделирования гравитационных волн. «AtmoSym» не использует приближение гидростатики и является неквазистатической нелинейной моделью атмосферных процессов. И предложенный численный метод должен качественно моделировать поведение длинных волн, т.е. хорошо работать при малом дисперсионном параметре $\beta \ll 1$, описанном выше.

Рассмотрим нелинейные уравнения, к которым применено приближение квазистатики. Исследования показывают [39], что решение этих нелинейных уравнений спустя некоторое время теряет гладкость и вертикальная скорость может обращаться в бесконечность на поверхности, где формируется разрыв. Это зависит от начальных условий. Потеря гладкости означает отсутствие классического решения с некоторого момента времени. Можно определить негладкое решение квазистатических уравнений, но обобщенное решение, как получил Лакс, не единственно и важно правильно определить это обобщенное решение. Если в уравнениях гидродинамики перейти к безразмерным переменным, учитывая масштабы рассматриваемых процессов, то в безразмерных уравнениях перед членом вертикального ускорения будет стоять множитель β^2 . Естественно обобщить это решение через параметр $\beta \rightarrow 0$. Тогда слагаемое, содержащее член вертикального ускорения $\beta^2 \rho_0 w_t$, рассматривать как регуляризатор. При $\beta \rightarrow 0$ член вертикального ускорения исчезает в силу малости, но он позволяет правильно ввести это обобщенное решение.

Важно правильное поведение численного решения при $\beta \rightarrow 0$. Численное решение – приближенное, его точность определяется погрешностью дискретизации уравнений. Слагаемое $\rho_0 w_t$, которое присутствует в уравнениях, мало, но важно, поскольку определяет правильное обобщенное решение. Погрешности дискретизации уравнений, которые появляются вследствие применения численного метода, могут «забывать» малый член $\rho_0 w_t$, и могут выполнять роли «неправильных регуляризаторов». Поэтому важно, чтобы численный метод был построен так, чтобы регуляризация уравнений была правильной и чтобы погрешности дискретизации или работали с членом $\rho_0 w_t$, в одном направлении, или были пренебрежимо малы по сравнению с ним.

Рассматривая вопрос использования члена $\rho_0 w_t$ как регуляризатора уравнений нужно рассмотреть также вопрос об акустических волнах. Они могут быть главным источником погрешностей в численном расчете, потому что высокочастотные, а погрешности аппроксимаций накапливаются на акустических волнах. Необходимо отметить, что в квазистатическом приближении они действительно отсутствуют. Но погрешности от акустических волн не накапливаются при правильном численном методе, построенном для негидростатических уравнений, допускающем переход $\beta^2 \rightarrow 0$. Детально этот вопрос рассмотрен в [39].

Численный метод может сходиться при любом $\beta \neq 0$, но не сходиться при $\beta = 0$. Такой метод непригоден для моделирования ВГВ. Метод называется равномерно сходящимся, если он устойчив и если при начальных данных из некоторого специального класса, соответствующего ВГВ, он сходится не только при $\beta \neq 0$, но также существует предел при $\beta^2 \rightarrow 0$ [65].

При рассмотрении численной схемы в модели “AtmoSym”, представим гидродинамические уравнения в общем виде:

$$r_t + (q(r))_x + (s(r))_z = \rho g \quad (1.36)$$

Здесь r - вектор-функция, компонентами которой являются массовая плотность, плотность импульса и плотность энергии. Уравнения аппроксимируются следующим образом [66]:

$$\frac{r_{2i,2k}^{j+1} - r_{2i,2k}^j}{\tau} + \frac{q_{2i+1,k}^{j+1/2}(r) - q_{2i-1,k}^{j+1/2}(r)}{2h_1} + \frac{s_{i,2k+1}^{j+1/2}(r) - s_{i,k-1}^{j+1/2}(r)}{2h_2} = \rho_{2i,2k}^{j+1/2} g. \quad (1.37)$$

Аналогично - для нечетных узлов. Использована сетка "крест" где функции разнесены по четным и нечетным узлам сетки крестообразно. Выписанная аппроксимация имеет погрешность $O(\tau^2 + h_1^2 + h_2^2)$. Для нахождения $r_{ik}^{j+1/2}$ используются неявные уравнения:

$$2 \frac{r_{2i,2k}^{j+1/2} - r_{2i,2k}^j}{\tau} + \frac{q_{2i+1,k}^{j+1/2}(r) - q_{2i-1,k}^{j+1/2}(r)}{2h_1} + \frac{s_{i,2k+1}^{j+1/2}(r) - s_{i,k-1}^{j+1/2}(r)}{h_2} = \rho_{2i,2k}^{j+1/2} g. \quad (1.38)$$

Существенное отличие метода от классического в том, что на первом полушаге используется неявная аппроксимация, что существенно усложняет вычисления, однако позволяет избежать накопления вычислительных ошибок, связанных с акустическими волнами, подобно тому, как это имеет место в линейном случае [39].

Модель «AtmoSym» соотносится с гидродинамическими DNS и LES моделями следующим образом. Если шаги разностной сетки «AtmoSym» очень мелкие, то её можно использовать как DNS модель, поскольку мы решаем исходные уравнения гидродинамики без добавления дополнительных членов. Однако, при больших шагах модель «AtmoSym» можно рассматривать также как LES-модель, потому что она разрешает крупные вихри. Необходимость отфильтровывать волны мелких масштабов и использовать параметризацию волн подсеточного масштаба, как в обычных LES-моделях, пока в «AtmoSym» не выявлена. Тщательно подобранная конечно-разностная аппроксимация уравнений, берет на себя функции по учету подсеточных волн. Однако детально вопрос о подсеточных волнах еще не изучался.

При создании «AtmoSym» выполнены необходимые математические исследования [65]: доказана неотрицательность температуры и плотности в построенной модели, консервативность численных методов; учтено сильное изменение коэффициентов уравнений с высотой, и численные методы построены так, чтобы избежать накопления вычислительных ошибок; выполнено соответствующее тестирование программ. «Atmosym» учитывает также большой опыт моделей верхней атмосферы. Она описывает такие явления как нагрев атмосферы волнами, генерацию течений волнами в верхней атмосфере.

Модель активно используется для решения задач, в которых исследуется распространение волн в нейтральной атмосфере на высотах верхней термосфе-

ры, в т.ч. при моделировании распространения инфразвука и ВГВ в средней и верхней атмосфере [68], [75], [71].

1.4 Особенности моделирования атмосферных волн от метеорологических источников

Динамика атмосферы характеризуется различными волновыми движениями различных масштабов: планетарные волны, волны Россби, зональные течения, инфразвуковые волны, ВГВ и др. Все они вносят свой вклад общее состояние атмосферы, однако наиболее сильное влияние оказывают инфразвук и ВГВ, которые постоянно генерируются различными источниками, располагающимися на тропосферных высотах. Одним из основных источников генерации этих волн в тропосфере являются процессы конденсации и испарения, которые сопровождаются образованием облаков.

Инфразвуковые волны - волны, существующие вследствие упругости газа, внутренние гравитационные волны - существующие вследствие поля тяжести и стратификации газа [76]. Механизм последних волн основан на законе Архимеда. В атмосфере стратификация существенно влияет на распространение и свойства инфразвуковых волн, а сжимаемость на распространение и свойства гравитационных волн. Многие исследователи под термином инфразвуковые волны часто понимают акустические, что может приводить к путанице. Акустические и гравитационные волны часто не разделяют, применяя объединяющий термин АГВ.

Атмосферные волны в тропосфере могут генерироваться мезомасштабной турбулентностью и конвекцией [77], [78], атмосферными фронтами, струйными потоками [79], [80], [81]. Возникновение волн часто связано с метеорологическими явлениями [82]. В процессе возникновения и эволюции кучевых облаков происходят фазовые переходы воды с выделением/поглощением тепла, которое является мощным энергетическим источником волновых процессов [82], [83], [84], [85], [86], [87]. Генерируемые за счет этих процессов волны, распространяются в среднюю и верхнюю атмосферу и могут разрушаться и образовывать турбулентность или порождать другие неустойчивые явления [88], [89].

Инфразвуковые волны с периодами от 20 до 50 секунд, генерируемые грозами, отслеживались при помощи микрофонов в 1960 году [90]. В этой работе наблюдался инфразвук из области вблизи шквальной линии. Волны с более крупными периодами, характерными для гравитационных волн, фиксировались при помощи микробарографов. Это описано в работах [91], [92]

Различные исследования показывают, что атмосферные волны, генерируемые метеорологическими источниками и распространяющиеся практически вертикально, изменяют характеристики атмосферы. Это возможно зафиксировать экспериментально [93], [94]. Использование экспериментальных данных для численных расчетов может открыть широкие возможности для исследования влияния процессов в нижней атмосфере на верхнюю, позволяет изучить передачу энергии из нижних слоев атмосферы в термосферу. Однако при изучении процессов на больших вертикальных масштабах использование экспериментальных данных для описания источников генерации волн напрямую проблематично. Это отчасти связано как с недостаточным разрешением получаемых данных, так и невозможностью применения средств зондирования атмосферы Земли на всех атмосферных высотах.

Один из эффективных способов решения этой проблемы для атмосферных исследований – использование численных моделей. В работе [95] изучается генерация волн в атмосфере вихрями в сдвиговом потоке у поверхности Земли. Используется линеаризованная модель в приближении несжимаемости. Акустические волны отсутствуют в такой модели. В [96] с помощью WRF- модели, описанной выше, смоделирована мощная тропическая конвекция. Верхняя граница расчетной области располагается на высоте примерно 40 км. Расчеты сравниваются с экспериментом. В работе [97] исследовано влияние высоты модельного тропосферного источника на эффективность генерации ВГВ. В работе [98] моделируется и визуализируется торнадо. Большое внимание уделяется анимации, и меньше – вопросам моделирования и физике процесса. Работа [99] посвящена моделированию торнадо в Индии ($30^{\circ}8$ с.ш. 76° в.д.) 15 августа 2007 с помощью негидростатической мезомасштабной модели системы WRF. Отмечено хорошее согласие расчетов с наблюдениями. В статье [100] моделируется и изучается воронка торнадо.

В работе [101] изложены результаты моделирования волн от гроз с помощью простой линейной аналитической модели. Грозовое облако рассматрива-

ется как движущий тепловой источник, выделяющий тепло, и на некотором небольшом расстоянии сзади поглощающий тепло. Найденное решение описывает стоячие по вертикали ВГВ, что объясняется большим размером источника. Экспериментальные наблюдения показывают, что за 3-4 часа до прихода мощной конвективной ячейки амплитуда регистрируемых волновых пульсаций давления начинает превосходить фоновые пульсации [102], [103]. Пульсации также сохраняются некоторое время после прохождения грозовой ячейки.

При математическом моделировании метеорологических процессов сложной проблемой является объективное задание метеорологических источников, порождающих конвекцию. Важнейшим источником энергии в метеорологических явлениях являются процессы выделения и поглощения тепла при образовании и эволюции кучевых облаков [82], [104], [105], [106]. Однако в экспериментальных работах [71], [104], [105], отмечается, что вертикальная, как и горизонтальная, структура нагрева газа в грозовой области слабо изучена.

Атмосферная конвекция, энергетически подпитываемая нагревом-охлаждением газа при фазовых переходах воды, обязательно порождает атмосферные волны. Часть генерируемых волн распространяется вверх до высот термосферы, а часть волн распространяется к поверхности Земли. Отражаясь от поверхности Земли, эти волны распространяются вверх, и вновь достигают высот, где происходят фазовые переходы. Такие волны могут влиять на уже идущие в тропосфере фазовые переходы, или инициировать новые процессы конденсации-испарения, в результате которых возникнут новые волны. Таким образом, существует связь процессов конденсации-испарения в тропосфере с вариациями атмосферных параметров вблизи поверхности Земли. Действительно, экспериментальные исследования показывают, что под конвективными облаками реализуется некоторая типичная зависимость давления от времени: сначала давление достигает минимума, а затем реализуется пик давления [101] и об образовании грозового облака всегда можно узнать по этому характерному поведению давления. Это указывает на тесную связь конвективных процессов и вариаций атмосферных параметров. Такая же закономерность обнаружена при численном моделировании волн от грозовых облаков в [71]. Эти наблюдения подсказывают закономерную идею – попытаться научиться использовать данные наблюдений вариаций давления у поверхности Земли в численных расчетах в качестве источника волн, минуя расчет метеорологических явлений в тропосфере.

1.5 Основные выводы

Существуют различные подходы к математическому описанию среды, в которой могут распространяться волны. Использование подхода Эйлера наиболее удобно, так как рассмотрение процессов в пространстве проще, чем наблюдение за поведением отдельных частицы.

При описании геофизических процессов система уравнений, описывающая динамику среды, учитывает особенности планеты. Большинство моделей крупномасштабных атмосферных и океанических процессов априорно предполагают локальное гидростатическое равновесие. Приближение, соответствующее этой гипотезе, состоит в том, что в уравнениях гидродинамики опускается член вертикального ускорения. Такое приближение называют гидростатическим. Его использование может сильно влиять на расчет, поэтому такие модели имеют ограниченную область применимости.

Для моделирования атмосферных процессов применяются различные модели. Выбор модели обычно обусловлен масштабами моделируемых процессов и целями. Важен также интервал высот, на которых работает модель. Так для прогноза погоды используются WRF-модели, они пригодны для высот не более 40 км. Для расчета струйных течений чаще всего применяются LES-модели. Такие модели предназначены для высот не выше тропосферных. Для прямого численного моделирования, то есть для решения полных нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса, применяются DNS-модели. DNS-модель позволяет рассматривать процессы в небольших пространствах. Численное решение моделей должно удовлетворять физически правильным начальным и граничным условиям.

Рассмотренная трехмерная суперкомпьютерная модель «AtmoSym» схожа с LES и DNS моделями, но в деталях отличается. «Atmosym» позволяет описывать такие явления как нагрев атмосферы волнами, генерацию течений волнами в верхней атмосфере на больших горизонтальных масштабах на интервалах высот от 0 до 500 километров, в то время как различные LES- и DNS-модели применимы к относительно узкому приземному слою. «AtmoSym» широко используется при моделировании атмосферных волн от различных источников.

Одной из сложностей моделирования вертикального распространения атмосферных волн, генерируемых метеорологическими источниками, до высот верхней термосферы является имеющаяся неопределенность в параметрах источников. Развитие кучевых облаков обусловлено фазовыми переходами воды в атмосфере. Эти фазовые переходы являются важным энергетическим источником волн в атмосфере. Кучевые облака очень разнообразны, имеют сложную изменяющуюся со временем пространственную структуру. Очевидно, имеющихся экспериментальных данных часто недостаточно для детального описания таких тепловых источников. Это вынуждает искать другие постановки задачи о распространении волн от приземных источников, которые бы опирались на имеющуюся экспериментальную информацию. На поиск решения этой задачи направлено данное диссертационное исследование.

Глава 2. ПОСТАНОВКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ОТ ВАРИАЦИЙ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Волны, распространяющиеся от тропосферных метеорологических источников, изменяют атмосферное давление, приводя к небольшим, но заметным вариациям приземного давления. Эти волновые вариации атмосферного давления регистрируются микробарографами и другими инструментами экспериментальных наблюдений. В настоящее время в Европе, в Африке, в России имеются сети микробарографов, которые активно расширяются. Использование экспериментальной информации о вариациях атмосферного давления для численных расчетов распространения волн в верхнюю атмосферу от метеорологических явлений является перспективным направлением. Такой подход позволит изучать влияние на динамику верхней атмосферы различных событий, происходящих на тропосферных высотах, а также решать задачи прогнозирования изменения атмосферных параметров на термосферных высотах.

Краевая задача о распространении волн от вариаций давления на нижней границе нестандартная и до настоящего времени не изучалась. В данной главе представлена физически обоснованная постановка задачи и исследована её корректность для недиссипативной и диссипативной системы уравнений. Показаны результаты тестовых расчетов модифицированной модели "AtmoSym".

2.1 Физическая постановка задачи

Процессы выделения/поглощения тепла при образовании и эволюции облаков существенно влияют на атмосферное давление. Вариации давления вследствие метеорологических процессов регистрируются микробарографами.

Тропосферные тепловые источники можно считать локализованными, либо состоящими из совокупности локализованных источников небольших размеров (типичный размер от одного до нескольких километров). В работе [71] показано, что при нагреве газа тепловыми источниками не существует выделенного

направления распространения волн, и поэтому амплитуды волн, распространяющихся вниз и вверх от тропосферных тепловых источников, примерно одинаковы (рис. 2.1). Рисунок 2.1, демонстрирует результаты численного расчета распространения гравитационных волн от конвективного облака с вертикальным профилем нагрева, заимствованным из [104].

В работе [71] также показано, что в конвективной области газ не только нагревается в тропосфере за счет конденсации паров воды, но и охлаждается в приземном слое за счет испарения выпадающих осадков. Причем охлаждение сильнее влияет на приземное давление, чем нагрев, потому что вклад нагрева в давление включает множитель, равный убывающей экспоненте. Охлаждение атмосферы за счет испарения выпадающих осадков может приводить к изменению атмосферного давления.

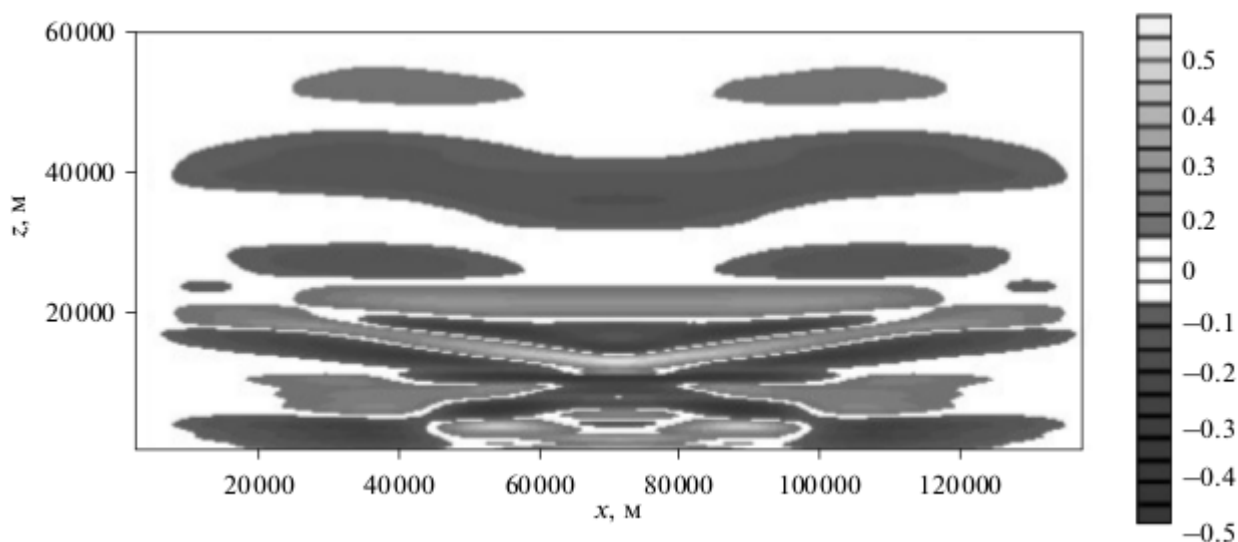


Рисунок 2.1 — Зависимость волновой добавки к температуре от координат для $t=45$ минут. Вертикальное распространение волн от тропосферного источника, описывающего выделение/поглощение тепла при образовании и эволюции грозового облака по результатам [71].

Задача о распространении волн от вариаций давления у поверхности Земли нелинейна. Однако вблизи поверхности Земли амплитуда волн обычно мала из-за большой плотности газа. Ветер у поверхности Земли слабый. Поэтому, при качественном анализе нагрева газа тропосферными источниками можно воспользоваться понятиями линейной теории волн, без учета ветра.

При рассмотрении и анализе процессов в околоповерхностном слое атмосферы, волновые процессы в нем можно рассматривать в терминах волн падающих на поверхность Земли и отраженных от поверхности Земли. На поверх-

ности Земли вертикальная скорость газа равно нулю $w(x, y, z = 0, t) = 0$. В терминах падающей и отраженной волн это означает, что вертикальная скорость газа у падающей волны по амплитуде равна вертикальной скорости в отраженной волне и записывается с отрицательным знаком:

$$w_{downward}(x, y, z = 0, t) = -w_{reflected}(x, y, z = 0, t) \quad (2.1)$$

Формула (2.1) эквивалента следующей:

$$w(x, y, z = 0, t) = w_{downward}(x, y, z = 0, t) + w_{reflected}(x, y, z = 0, t) = 0 \quad (2.2)$$

Здесь $w_{downward}(x, y, z, t)$ - вертикальная скорость газа для волны, падающей на поверхность Земли, и $w_{reflected}(x, y, z, t)$ - вертикальная скорость газа для волны, отраженной от поверхности Земли.

Пусть $\Delta P(x, y, z, t)$ волновая добавка к фоновому давлению. В терминах падающей и отраженной волн, вблизи поверхности Земли можно записать

$$\Delta P(x, y, z, t) = P_{downward}(x, y, z, t) + P_{reflected}(x, y, z, t) \quad (2.3)$$

Несложно показать, что из (2.1) и уравнений гидродинамики следует:

$$\Delta P_{downward}(x, y, z = 0, t) = \Delta P_{reflected}(x, y, z = 0, t) \quad (2.4)$$

Таким образом, можно получить формулу (2.5), связывающую давление, создаваемое отраженной волной $\Delta P_{reflected}(x, y, z = 0, t)$ с наблюдаемым атмосферным давлением $\Delta P(x, y, z = 0, t)$. При помощи численного решения гидродинамических уравнений можно вычислить $\Delta P_{reflected}(x, y, z, t)$ и $\Delta P_{downward}(x, y, z, t)$ на всех высотах:

$$\Delta P_{downward}(x, y, z = 0, t) = \Delta P_{reflected}(x, y, z = 0, t) = \frac{1}{2} \Delta P(x, y, z = 0, t) \quad (2.5)$$

Распространение волн от локального тропосферного теплового источника можно изобразить схематически (рис. 2.2). Предполагается, что источником является нагрев/охлаждение газа при фазовых переходах воды.

Предметом нашего интереса является распространение волн в среднюю и верхнюю атмосферу, то есть вверх. Волну, распространяющуюся в атмосфере



Рисунок 2.2 — Схематическая картина распространения

акустико-гравитационных волн от локального тропосферного источника тепла (описывающего нагрев/охлаждение воздуха при фазовых переходах воды) в терминах волн, распространяющихся вверх и вниз от источника и отраженных от поверхности Земли

вверх, можно записать как сумму волны, распространяющейся вверх от тропосферного теплового источника и волны отраженной от поверхности Земли:

$$\Delta P_{total}(x,y,z,t) = \Delta P_{reflected}(x,y,z,t) + \Delta P_{upward}(x,y,z,t) \quad (2.6)$$

Способ вычисления отраженной волны $\Delta P_{reflected}(x,y,z,t)$ описан формулой (2.5). Оценить $\Delta P_{upward}(x,y,z,t)$ можно, зная что тропосферный источник выделяет/поглощает тепло, и создаваемые им волны не имеют выделенного направления. Поэтому на высоте $z = h$ источника имеем

$$\Delta P_{downward}(x,y,z = h,t) = \Delta P_{reflected}(x,y,z = h,t) \quad (2.7)$$

$$\Delta P_{upward}(x,y,z = h,t) = \Delta P_{total}(x,y,z = h,t) \quad (2.8)$$

К сожалению, это соотношение выписано для высоты $z = h$ источника, в то время нас интересует постановка задачи о распространении волн от по-

верхности Земли $z = 0$ и. Таким образом, необходимо как-то сопоставить волне ΔP_{upward} от тропосферного теплового источника источник на поверхности Земли. То есть, проблема может быть сформулирована следующим образом: найти такой эквивалентный источник $\Delta P_{upward}(x, y, z = 0, t)$ на поверхности Земли, который на высоте $z = h$ и создаст волну $\Delta P_{upward}(x, y, z = h, t)$. В рамках линейной теории акустико-гравитационных волн эта задача может быть решена. Но на первых этапах исследования разумно использовать предположения, позволяющие сравнительно просто поставить задачу.

Основное воздействие волн на атмосферу (например, нагрев атмосферы волнами) имеет место выше 100 км, в то время как высота $z = h$ тропосферного теплового источника не превышает 10 км. Поэтому, в качестве первого, грубого приближения можно взять:

$$\Delta P_{reflected}(x, y, z = 0, t) \approx \Delta P_{downward}(x, y, z = 0, t) \quad (2.9)$$

Тогда получается очевидная формула

$$\Delta P_{reflected}(x, y, z = 0, t) + \Delta P_{upward}(x, y, z = 0, t) = \Delta P(x, y, z = 0, t) \quad (2.10)$$

и задача переходит в задачу о вертикальном распространении волн от вариаций атмосферного давления.

При более точном расчете источника волн, $\Delta P_{upward}(x, y, z = 0, t)$ соответствует колебаниям давления $\Delta P_{upward}(x, y, z = h, t)$ в более поздний момент времени. Нужно учесть, что волне нужно время, чтобы преодолеть расстояние от теплового источника до поверхности Земли. Для этого можно ввести в функцию $\Delta P_{upward}(x, y, z = 0, t)$, соответствующую задержку по времени τ . Причем, задержка должна быть различна для акустических и внутренних волн, и для волновых гармоник с различными значениями волнового вектора $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$. Это уточнение можно выполнить с использованием гармонического анализа волны и вводя в гармоники, соответствующие задержки по времени, равные времени распространения каждой гармонической волны от тропосферного источника до поверхности Земли и обратно. На данном этапе исследования такие возможные поправки не важны, хотя можно их оценить. Поскольку задача о распространении волн от изменений давления ставится и решается впервые, то

на этом этапе важно построить решение задачи и оценить хотя бы величины, характеризующие волну, достигшую верхней атмосферы.

2.2 Начальные и граничные условия

Для моделирования распространения атмосферных волн будет применена многомасштабная модель атмосферы от поверхности Земли до высоты 500 км «AtmoSym», описанная в первой главе диссертации.

Система решаемых нелинейных уравнений гидродинамической модели включает в себя: уравнение неразрывности, уравнение движения, уравнение состояния идеального газа, уравнение сохранения энергии (из которого выведено используемое уравнение для давления) и уравнение для энтропии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} &= 0, \tag{2.11} \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial \rho uw}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \zeta(z) u + \frac{\partial}{\partial z} \zeta(z) \frac{\partial}{\partial z} u, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial \rho vw}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \zeta(z) v + \frac{\partial}{\partial z} \zeta(z) \frac{\partial}{\partial z} v, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho uw}{\partial x} + \frac{\partial \rho vw}{\partial y} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \zeta(z) w + \frac{\partial}{\partial z} \zeta(z) \frac{\partial}{\partial z} w, \\ \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P u}{\partial x} + \frac{\partial P v}{\partial y} + \frac{\partial P w}{\partial z} \right) &= -P \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \\ &+ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \kappa(z) T + \frac{\partial}{\partial z} \kappa(z) \frac{\partial}{\partial z} T + Q_0(z) + Q_{viscous} \\ Q_0(z) &= -\frac{\partial}{\partial z} \kappa(z) \frac{\partial}{\partial z} T_0(z), \\ Q_{viscous} &= \zeta(z) \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

В этой системе (2.11) t – время; x, y, z и u, v, w – координаты и компоненты скорости соответственно; P, ρ, T – давление, плотность и температура; R – уни-

версальна газовая постоянная; μ – молекулярный вес; g – ускорение свободного падения; γ – постоянная адиабаты; ξ и κ – коэффициенты вязкости и теплопроводности. $Q_{viscous}$ – сила вязкого трения, Q_0 – дополнительный источник, обеспечивающий стационарность неизотермической атмосферы в отсутствие возмущений. Фоновое состояние атмосферы и зависимость коэффициентов уравнений от z берется из эмпирической модели атмосферы MSIS [107].

Уравнения (2.11) учитывают нелинейные и диссипативные процессы, сопровождающие распространение волн. Они могут описывать, в частности, образование ударных волн, генерацию волн и генерацию турбулентностей. Уравнения записаны в такой форме специально. Обобщённое решение удовлетворяет интегральным уравнениям, получаемым из исходных дифференциальных уравнений.

Рассматриваемая модель региональная, она позволяет рассчитывать распространение волн над поверхностью Земли над территорией с размером до несколько тысяч километров. В предлагаемых ниже расчетах задаются периодические граничные условия по горизонтали. Пусть L_x, L_y размеры рассматриваемой области вдоль осей x и y , периодические граничные условия записываются следующим образом

$$\begin{aligned}
 u(x = L_x, y, z, t) &= u(x = 0, y, z, t), & u(x, y = L_y, z, t) &= u(x, y = 0, z, t), \\
 v(x = L_x, y, z, t) &= v(x = 0, y, z, t), & v(x, y = L_y, z, t) &= v(x, y = 0, z, t), \\
 w(x = L_x, y, z, t) &= w(x = 0, y, z, t), & w(x, y = L_y, z, t) &= w(x, y = 0, z, t), \\
 \rho(x = L_x, y, z, t) &= \rho(x = 0, y, z, t), & \rho(x, y = L_y, z, t) &= \rho(x, y = 0, z, t), \\
 T(x = L_x, y, z, t) &= T(x = 0, y, z, t), & T(x, y = L_y, z, t) &= T(x, y = 0, z, t). \\
 P(x = L_x, y, z, t) &= P(x = 0, y, z, t), & T(x, y = L_y, z, t) &= T(x, y = 0, z, t).
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

На верхней границе используются стандартные граничные условия для задачи распространения волн в термосфере

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad w|_{z=h} = 0. \tag{2.13}$$

Эти граничные условия на верхней границе являются классическими. Для моделей гидродинамики условно называются условиями непротекания. По-

сколькx условия (2.13) в модели «AtmoSym» установлены на высотах выше 500 км, где молекулярная вязкость и теплопроводность очень велики, отраженные волны сильно диссипируют. Тесты на чувствительность решения [65] к выбору высоты, где ставятся верхние граничные условия, показали, что чувствительность невелика.

На поверхности Земли в гидродинамических задачах часто накладываются условия на компоненты скорости. Чаще всего это условие непротекания через поверхность Земли: $w(x, y, z = 0, t) = 0$. В данном диссертационном исследовании граничные условия будут нестандартными, поскольку одним из условий будет переменное давление у поверхности Земли. Относительные изменения давления, плотности и температуры можно записать как:

$$P_{ot} = \frac{P'}{P_0} = \frac{(P - P_0)}{P_0}, R = \frac{\rho'}{\rho_0} = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0}, \Theta = \frac{T'}{T_0} = \frac{(T - T_0)}{T_0} \quad (2.14)$$

где символы с нулевыми индексами обозначают отклонения гидродинамических полей от соответствующих значений фона.

В данном исследовании рассматривается вопрос о возможности использования давления на поверхности Земли в качестве одного из нижних граничных условия, которое записывается в виде:

$$P(x, y, z = 0, t) = P_0 + f_P(x, y, t) \quad (2.15)$$

где $f_p(x, y, t)$ является аппроксимированной функцией, построенной на основе экспериментальных данных. Граничное условие (2.15) ранее не использовалось при моделировании атмосферных волн. Поскольку с математической точки зрения могут требоваться еще как-то условия для единственности решения, то вопрос о возможных постановках корректных задач заслуживает специального исследования и был рассмотрен в работах [11], [12], [26].

2.3 Исследование корректности задачи о распространении волн от колебаний давления на нижней границе в рамках линеаризованной недиссипативной модели атмосферных гидродинамических процессов

Нелинейная система уравнений (2.11) сложна для анализа. Однако вследствие большой плотности атмосферного газа у поверхности Земли, амплитуда волн вблизи поверхности Земли обычно очень мала и изучение упрощенной, линеаризованной задачи вполне оправдано.

Нелинейные слагаемые являются малыми второго порядка малости в разложении решения по амплитуде, в то время как линейные члены уравнений являются малыми первого порядка. Благодаря этому возможно упрощение уравнений путем опускания нелинейных членов. Линеаризованная система уравнений для случая двух пространственных измерений имеет следующий вид [11], [12]:

$$\begin{aligned}(\rho_0\Psi)_t + (\rho_0u)_x + (\rho_0w)_z &= 0, \\ (\rho_0u)_t + \rho_0gH(\Psi + \Phi)_x &= 0, \\ (\rho_0w)_t + (\rho_0gH(\Psi + \Phi))_z + \rho_0g\Psi &= 0, \\ (\rho_0\Phi)_t + (\gamma - 1)((\rho_0u)_x + (\rho_0w)_z) + \frac{\alpha}{H}\rho_0w &= 0.\end{aligned}\tag{2.16}$$

В системе уравнений (2.16) $\Psi = \frac{(\rho(x,z,t) - \rho_0(z))}{\rho_0}$, $\Phi = \frac{(T(x,z,t) - T_0(z))}{T_0(z)}$, $H = \frac{(RT_0(z))}{g\mu}$ - высота однородной атмосферы, $\alpha = (\gamma - 1 + \gamma \frac{dH(z)}{dz})$, γ - показатель адиабаты. Величина $\rho_0gH(\Psi + \Phi)$ имеет смысл волновой добавки к фоновому давлению. При выводе уравнений (2.16) предполагается отсутствие ветра, что оправдано тем, что у поверхности Земли ветер обычно слабый. Пренебрежение вязкостью и теплопроводностью тоже приемлемо, поскольку до высоты 100 км диссипативные эффекты слабые. Рассматриваемая система уравнений двумерная; анализ трехмерной задачи аналогичен. В двумерном варианте Кориолисова сила отсутствует.

Поскольку мы рассматриваем задачу о генерации волн граничным режимом, начальные условия соответствуют отсутствию волн при $t=0$ и имеют сле-

дующий вид:

$$\begin{aligned}\Psi(x,y,z,t=0) &= 0, u(x,y,z,t=0) = 0, \\ w(x,y,z,t=0) &= 0, \Phi(x,y,z,t=0) = 0.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Условия на горизонтальных границах области являются периодическими

$$\begin{aligned}u(L_x,z,t) &= u(0,z,t), w(L_x,z,t) = w(0,z,t), \\ \Psi(L_x,z,t) &= \Psi(0,z,t), \Phi(L_x,z,t) = \Phi(0,z,t)\end{aligned}\tag{2.18}$$

При численном моделировании атмосферных процессов всегда приходится рассматривать атмосферу конечной высоты и для атмосферных моделей обычно предполагается сохранение полной массы. Такое условие требует равенства нулю вертикальной скорости на верхней границе. Это граничное условие для верхней границы является классическим в гидродинамике и условно называется условием непротекания

$$w(x,y,z=h,t) = 0.\tag{2.19}$$

Верхнее условие необходимо накладывать для корректности поставленной задачи. Нужно отметить, что, например, через верхнюю границу волны не возбуждаются. Однако при этом верхнее граничное условие не является принципиальным, поскольку нас интересует распространение волн от нижней границы и h предполагается брать большим и волны верхней границы не достигают. Поэтому верхнее граничное условие может быть заменено каким-либо другим разумным условием, приводящим к корректной задаче.

На нижней границе накладывается условие

$$f_{exp}(x,t) = \rho_0(0)gH(0)(\Psi(x,z=0,t) + \Phi(x,z=0,t))\tag{2.20}$$

$P_0(z) = \rho_0(z)gH(z), f_{exp}(x,t)$ - заданная эмпирическая функция, определяемая из экспериментальных наблюдений.

Теорема 1: Пусть существует непрерывное решение системы уравнений (2.16) с начальными условиями (2.17) и граничными условиями (2.18), (2.19), (2.20). Тогда оно единственно.

Доказательство стандартно для теорем единственности. Предположим, что задача имеет два различных решения χ_1 и χ_2 :

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ u_1 \\ w_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix}, \chi_2 = \begin{pmatrix} \Psi_2 \\ u_2 \\ w_2 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Рассмотрим разность этих решений

$$\Delta\chi = \begin{pmatrix} \tilde{\Psi} = \Psi_1 - \Psi_2, \\ \tilde{u} = u_1 - u_2 \\ \tilde{w} = w_1 - w_2 \\ \tilde{\Phi} = \Phi_1 - \Phi_2 \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

Функция $\Delta\chi$ удовлетворяет уравнению (2.16) начальным условиям (2.17), граничным условиям (2.17), (2.18), (2.19), и условию (2.20) $f_{exp}(x,t) = 0$.

Для доказательства единственности используется известный закон сохранения волновой энергии для уравнений (2.16) в дифференциальной форме, который в случае двух измерений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0,$$

$$e = \frac{1}{2}\rho_0(z) \left((u^2 + w^2) + gH \frac{(\Psi + \Phi)^2}{\gamma} + gH \frac{(\Phi - (\gamma - 1)\Psi)^2}{\gamma\alpha} \right),$$

$$\vec{j} = (\rho_0 g H (\Psi + \Phi) u, \rho_0 g H (\Psi + \Phi) w). \quad (2.23)$$

Запишем соотношение (2.23) для столбца $\Delta\chi$ и проинтегрируем полученное соотношение по области $Q = \Omega \times [0, t]$, где $\Omega = [0, L_x] \times [0, h]$. Применим теорему

Остроградского-Гаусса и используем начальные условия (2.17). Получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho_0(z) \left(\tilde{u}^2 + \tilde{w}^2 + gH \frac{(\tilde{\Psi} + \tilde{\Phi})^2}{\gamma} + gH \frac{(\tilde{\Phi} - (\gamma - 1) \tilde{\Psi})^2}{\gamma\alpha} \right) d\Omega = \\ - \int_0^t \int_S \rho_0 g H (\tilde{\Psi} + \tilde{\Phi}) \vec{v} d\vec{S} dt, \quad \vec{v} = (\tilde{u}, \tilde{w}). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Здесь S - граница области Ω , $d\vec{S} = \vec{n} dS$, \vec{n} - наружный нормальный вектор к границе S . Контур интегрирования S показан на рисунке 2.3.

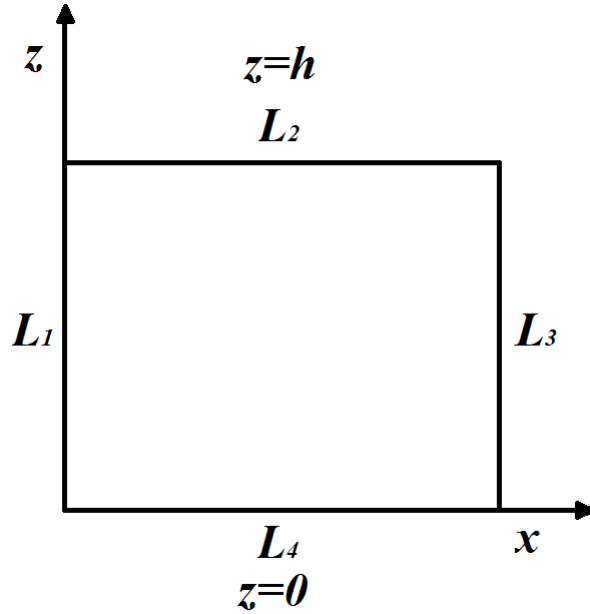


Рисунок 2.3 — Область Ω и контур интегрирования $S = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4$.

Интеграл по участку L_2 контура S равен нулю в силу (2.19). Вследствие периодических условий (2.18), интеграл по границе L_1 равен интегралу по границе L_3 с противоположным знаком. Таким образом, интеграл в правой части (2.24) преобразуется в

$$\int_0^t \int_{L_4} \rho_0(0) g H(0) \left(\tilde{\Psi}(x, z=0, t) + \tilde{\Phi}(x, z=0, t) \right) \tilde{w}(x, z=0, t) dx dt \quad (2.25)$$

Вследствие того, что сумма $\left(\tilde{\Psi}(x, z=0, t) + \tilde{\Phi}(x, z=0, t)\right) = 0$ равна нулю, этот интеграл (2.25) равен нулю, и тогда из левой части соотношения (2.24) следует, что $\chi_1 = \chi_2$.

Стоит заметить, что соотношение (2.25) показывает, что существуют две взаимоисключающие возможности выбора нижнего граничного условия: либо (2.20), либо должна быть задана вертикальная скорость $w(x, z, t)$ на поверхности Земли.

При численном решении системы уравнений (2.16), в уравнениях фигурирует волновая добавка к температуре $T_0(z)\Phi$ к фоновой температуре $T_0(z)$ и волновая добавка $\rho_0(z)\Psi$ к фоновой плотности $\rho_0(z)$. Соответственно, граничное условие для численного решения нужно задавать для этих двух функций. Теорема 1 утверждает, что решение полностью определяется давлением $P|_{z=0} = (\rho_0 g H (\Psi + \Phi))|_{z=0}$ на нижней границе. Во внутренней области Φ и Ψ определяются решением согласно теореме. Численный метод (на разностной сетке) требует задания на границе двух функций $\rho_0\Psi$ и $\rho_0\Phi$. Это означает, что у нижней границы возможен скачок $\rho_0\Psi$ или скачок $\rho_0\Phi$, что связано с тем, что на границе Φ и Ψ определяются уравнением изменения давления на границе, в то время как необходимы Φ и Ψ . Из практики решения уравнений и экспериментальной практики, известно, что в нелинейном случае на скачках параметров часто развиваются неустойчивости, даже если амплитуда волн невелика. Численная процедура решения уравнений может стимулировать развитие неустойчивостей. Эти возможные неустойчивости, если они появляются, не имеют физического смысла и будут носить численный характер. Поэтому мы должны постараться исключить возможность развития неустойчивостей у нижней границы.

2.4 Исследование корректности задачи о распространении волн от колебаний давления на нижней границе в рамках линеаризованной диссипативной модели атмосферных гидродинамических процессов

Линеаризованная система уравнений для случая двух пространственных измерений с учетом диссипативных слагаемых имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 (\rho_0 \Psi)_t + (\rho_0 u)_x + (\rho_0 w)_z &= 0, \\
 (\rho_0 u)_t + \rho_0 g H (\Psi + \Phi)_x &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \zeta(z) u + \frac{\partial}{\partial z} \zeta(z) \frac{\partial}{\partial z} u, \\
 (\rho_0 w)_t + (\rho_0 g H (\Psi + \Phi))_z + \rho_0 g \Psi &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \zeta(z) w + \frac{\partial}{\partial z} \zeta(z) \frac{\partial}{\partial z} w, \\
 \frac{gH}{\gamma - 1} \left[(\rho_0 \Phi)_t + (\gamma - 1) ((\rho_0 u)_x + (\rho_0 w)_z) + \frac{\alpha}{H} \rho_0 w \right] &= \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \kappa(z) T_0 \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \kappa(z) \frac{\partial}{\partial z} T_0 \Phi.
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Для упрощения будем считать, что $\frac{dT_0}{dz} = 0$. Снабдим систему уравнений (2.26) начальными условиями (2.17), граничными условиями (2.18), и верхними граничными условиями, следующими из (2.12)

$$\left. \frac{\partial (T_0 \Phi)}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad w|_{z=h} = 0. \tag{2.27}$$

Аналогично доказательству Теоремы 1, из системы уравнений (2.26) и условий (2.17), (2.18), 2.27) выводится соотношение

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho_0(z) \left(\tilde{u}^2 + \tilde{w}^2 + gH \frac{(\tilde{\Psi} + \tilde{\Phi})^2}{\gamma} + gH \frac{(\tilde{\Phi} - (\gamma - 1) \tilde{\Psi})^2}{\gamma \alpha} \right) d\Omega + \\
 + \int_0^t \int_{\Omega} \zeta(z) \left(\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2 \right) d\Omega dt +
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^t \int_{\Omega} \kappa(z) T_0 \left(\left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial z} \right)^2 \right) d\Omega dt = \\
& = \int_0^t \int_{L_4} \left[\rho_0 g H (\tilde{\Psi} + \tilde{\Phi}) \tilde{w} \right] \Big|_{z=0} dx dt + \\
& + \int_0^t \int_{L_4} \zeta(0) \left(\tilde{u} \frac{d\tilde{u}}{dz} + \tilde{w} \frac{d\tilde{w}}{dz} \right) \Big|_{z=0} dx dt + \int_0^t \int_{L_4} \kappa(0) T_0 \left(\tilde{\Phi} \frac{d\tilde{\Phi}}{dz} \right) \Big|_{z=0} dx dt.
\end{aligned}$$

Соотношении (2.28) приводит к следующей теореме:

Теорема 2. *Непрерывно-дифференцируемое решение системы уравнений (23) удовлетворяющее начальными условиями (16) и граничными условиями (17), (24), (19) и условиям*

$$\begin{aligned}
u(x, z=0, t) &= u_0(z=0), \quad \frac{\partial w(x, z=0, t)}{\partial z} = 0, \\
\Phi(x, z=0, t) &= 0, \quad \Psi(x, z=0, t) = \frac{f(x, t)}{\rho_0(0)gH(0)}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

единственно.

Здесь $f(x, t)$ – функция, заданная на нижней границе, и имеющая смысл вариаций давления на нижней границе: $f(x, t) = \Delta P(x, z=0, t)$.

С математической точки зрения, вместо (26) допустимы также нижние граничные условия второго рода или третьего рода на функции $u, w, T_0(z)\Phi$, но эти условия требуют физического обоснования.

2.5 Обсуждение результатов исследования корректности и постановка нелинейной диссипативной задачи

Вязкость и теплопроводность атмосферного газа пренебрежимо малы до высоты примерно 100 км. Их увеличение с высотой приводят к образованию очень узкого пограничного слоя у поверхности Земли. Мы исследуем распространение волн в верхнюю атмосферу от переменного давления на нижней границе. Узкий пограничный слой у поверхности Земли не является предметом

интереса данного исследования. Поэтому желательно ставить диссипативную задачу таким образом, чтобы диссипативная задача переходила в недиссипативную при отбрасывании членов вязкости и теплопроводности. Поэтому мы не накладываем условие $w(x, y, z = 0, t) = 0$, которое с математической точки зрения допустимо для вязкой среды, но отвергается доказанными теоремами, и накладываем $\frac{\partial w(x, z = 0, t)}{\partial z} = 0$.

Соотношение (2.28) показывает, что если положить $\xi = (z) = 0$ и $\kappa(z) = 0$ вблизи поверхности Земли, то граничные условия, предложенные в (2.29), не требуются. Пользуясь тем, что вязкость и теплопроводность очень малы у поверхности Земли, можно изменить их вертикальные профили таким образом, чтобы у поверхности Земли выполнялось $\xi(z) = 0$ и $\kappa(z) = 0$. Соотношение (2.20) показывает, что такая задача корректна. Этот искусственный прием приводит к уничтожению узкого пограничного слоя у поверхности Земли. Но он не влияет на распространение волн в верхнюю атмосферу и дает корректную постановку задачи. Это удобно и точки зрения численного моделирования, так как аккуратный расчет пограничного слоя является очень ресурсоёмким. При расчете пограничного слоя шаг разностной сетки должен быть значительно меньшим толщины этого очень тонкого пограничного слоя, что требует вычислительных ресурсов.

Как установлено выше, у поверхности Земли плотность и температура могут изменяться скачком. При численном решении в нелинейной задаче на скачке могут возникать и развиваться волновые осцилляции, не имеющие физической природы. Чтобы исключить это нежелательное явление, мы линеаризуем уравнения для w на самой нижней линии разностной сетки (рис. 2.4). Мы полагаем, что такое упрощение не скажется негативно на качестве моделирования, потому что амплитуда волн у поверхности Земли очень мала и нижний слой очень тонкий, рассчитываемый сеткой, и его толщина стремится к нулю при уменьшении шага сетки.

На рис. 2.4 показана расштанная шахматная разностная сетка для решения уравнений (2.10), в двумерном исполнении. На четных узлах находятся плотность и температура, горизонтальной и вертикальной скорости отведены нечетные узлы. При этом скорости находятся на разных нечетных узлах, образуя крест вокруг плотности и температуры. На самой нижней линии для w ,

вместо нелинейного уравнения для w используется линеаризованное уравнение $\frac{\partial \rho_0 w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g$ без учета вязкости.

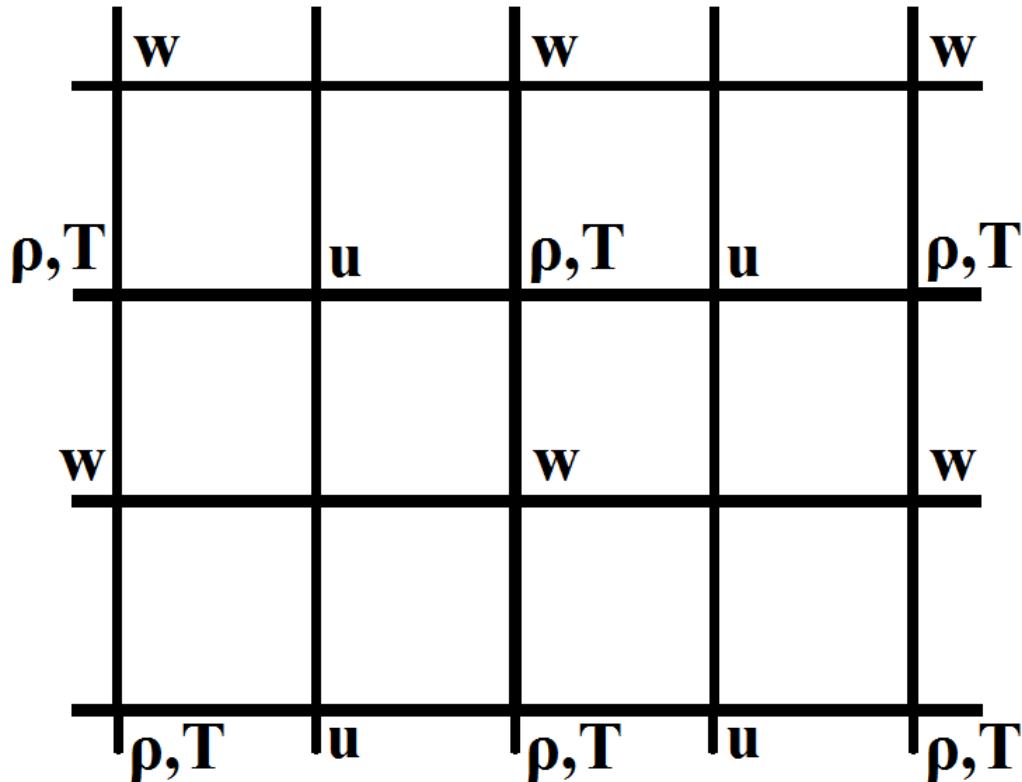


Рисунок 2.4 — Распатанная разностная сетка для решения уравнений (2.10).

На нижней линии для вертикальной скорости используется линеаризованное уравнение без учета вязкости $\frac{\partial \rho_0 w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g$.

В остальной области используются полные уравнения (2.10). Таким образом, постановка задачи выглядит следующим образом:

- распространение волн описывается системой (2.10),
- условия на горизонтальных границах области даются (??),
- начальные условия

$$u(x, y, z, t = 0) = 0, v(x, y, z, t = 0) = 0, w(x, y, z, t = 0) = 0, \quad (2.30)$$

$$\rho(x, y, z, t = 0) = \rho_0(z), T(x, y, z, t = 0) = T_0(z) \quad (27),$$

- верхние граничные условия даются формулами (2.13),
- нижние граничные условия

$$T|_{z=0} = f_1(x, y, t), \quad \rho|_{z=0} = f_2(x, y, t). \quad (2.31)$$

Решение зависит только от давления на границе

$$P(x, y, z = 0, t) = \frac{R}{\mu} f_1(x, y, t) f_2(x, y, t), \quad (2.32)$$

но не зависит от выбора функций $f_1(x, y, t)$, $f_2(x, y, t)$, при условии, что их произведение соответствует давлению $P(x, y, z = 0, t)$.

2.6 Тестирование численной нелинейной модели на аналитических решениях линеаризованных уравнений

У поверхности Земли амплитуда волн очень мала. Вязкость и теплопроводность также пренебрежимо малы. Поэтому для проверки теоретических результатов и для тестирования программ допустимо использовать аналитическое решение линеаризованной недиссипативной задачи.

Для системы уравнений (2.16) в случае изотермической атмосферы $T_0 = \text{const}$ для случая двух измерений несложно получить стационарные аналитические решения

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= C \frac{g H_0 e^{\frac{z}{2h}} k \cos(S)}{\omega}, \quad (2.33) \\ w(x, z, t) &= A(\Psi + \Phi) + BH \frac{d}{dz}(\Psi + \Phi), \\ \Psi(x, z, t) &= C e^{\frac{z}{2h}} \left[\left(\frac{g H_0 k^2}{\omega^2} + \frac{m A}{\omega} \right) \sin(S) + \left(\frac{4 m^2 H_0^2 B + 2 A + B}{4 H_0 \omega} \right) \cos(S) \right], \\ \Phi(x, z, t) &= C e^{\frac{z}{2h}} \left[\left(1 - \frac{g H_0 k^2}{\omega^2} - \frac{m A}{\omega} \right) \sin(S) - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{4 m^2 H_0^2 B + 2 A + B}{4 H_0 \omega} \right) \cos(S) \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 S &= kx + mz - \omega t, \\
 A &= -\frac{(4\gamma m^2 H_0^2 - \gamma + 2)(-\omega^2 + \gamma g H_0 k^2)}{m\omega(-4\gamma + 4 + \gamma^2 + 4\gamma^2 m^2 H_0^2)}, \\
 B &= -\frac{2(\gamma - 2)(-\omega^2 + \gamma g H_0 k^2)}{m\omega(-4\gamma + 4 + \gamma^2 + 4\gamma^2 m^2 H_0^2)}.
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

Здесь k и m - волновые числа, связанные с частотой ω дисперсионным соотношением

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \gamma g H_0 \left(m^2 + k^2 + \frac{1}{4 H_0^2} \right) \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 k^2 (\gamma - 1)}{\gamma^2 H_0^2 \left(m^2 + k^2 + \frac{1}{4 H_0^2} \right)^2}} \right). \tag{2.35}$$

$H_0 = \frac{RT_0}{g\mu}$ - высота однородной атмосферы. В тестовых расчетах $H_0 = 8000$ метров, $L_x = 10^6$ м, $k = \frac{20\pi}{L_x}$, $\omega = \frac{2\pi}{120} \text{ с}^{-1}$ для инфразвуковых волн и $\omega = \frac{2\pi}{3600} \text{ с}^{-1}$ для внутренних гравитационных волн.

Знак m необходимо выбирать таким образом, чтобы групповая скорость волн была направлена вверх, что соответствует распространению волн от поверхности Земли. Для инф волн $\frac{\partial \omega_A}{\partial m} \approx \frac{\gamma g H m}{\omega_A}$, и при $\omega_A > 0$ нужно брать $m > 0$. Для внутренних гравитационных волн $\frac{\partial \omega_G}{\partial m} \approx -\frac{\omega_G m}{(m^2 + k^2 + \frac{1}{4H^2})}$, и при $\omega_G > 0$ нужно брать $m < 0$.

Плотность и температура выражаются через функции аналитического решения следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \rho(x, y, z, t) &= \rho_0(z) (1 + \Psi(x, z, t)) \\
 T(x, y, z, t) &= T_0(z) (1 + \Phi(x, z, t)).
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

При решении двумерной задачи при помощи трехмерной компьютерной программы, область моделирования берется узкой вдоль оси y , то есть, $L_x \gg L_y$, и, в силу того, что данное решение не зависит от y , трехмерная модель редуцируется в двумерную.

Задача решается методом установления. Решается система уравнений (2.10) с начальными условиями (2.31), условиями (??), условиями (2.13) на верх-

ней границе и нижними граничными условиями

$$\begin{aligned}\rho(x, y, z = 0, t) &= \rho_0(0) (1 + \Psi(x, z = 0, t)), \\ T(x, y, z = 0, t) &= T_0(0) (1 + \Phi(x, z = 0, t)),\end{aligned}\tag{2.37}$$

где $\Psi(x, z, t)$, $\Phi(x, z, t)$ - функции из (2.33). С течением времени, ожидается установления граничного режима (2.33) на всех высотах.

При сравнении численного решения с аналитическим необходимо учесть, что модель (2.10) изотермическая и нелинейная. Справедливо сравнивать численное решение с аналитическим только до некоторой высоты, до которой растущие с высотой нелинейные эффекты еще не проявляют себя существенно.

В тестовых расчетах атмосфера изотермическая $T_0 = const$. В численной модели установление режима (2.33) начинается снизу, и на сравнительно небольших временах наилучшее совпадение численного решения с аналитическим естественно ожидать у нижней границы. Поэтому сравнение аналитического и численного решения выполнено только на первых 10 км от поверхности Земли.

Сравнения графиков на первых 10 км от поверхности Земли достаточно, потому что численная модель «AtmoSym», тщательно проверена и верифицирована [65], [66], [67], [108], [109] и изучаемый вопрос касается только постановки нижних граничных условий и правильности решения задачи с переменным давлением на нижней границе.

На рисунке 2.5(а) показано возмущение поля температур для численного решения для случая, когда нижний граничный режим возбуждает инфразвуковую волну. Для сравнения, на рисунке 2.5(б) показано аналитическое решение.

На рисунке 2.5(в) показано возмущение поля температур для случая, когда нижний граничный режим возбуждает внутреннюю гравитационную волну. Для сравнения, на рисунке 2.5(г) показано аналитическое решение.

Совпадение аналитического и численного решения хорошее. Теорема 1 утверждает, что решение уравнений не зависит от деталей задания температуры и плотности на нижней границе, но зависит только от соответствующего им переменного давления на нижней границе. Теоретический результат, показывающий, что решение зависит только от давления на нижней границе, проверен численно. Температуры и плотность на нижней границе были согласованно из-

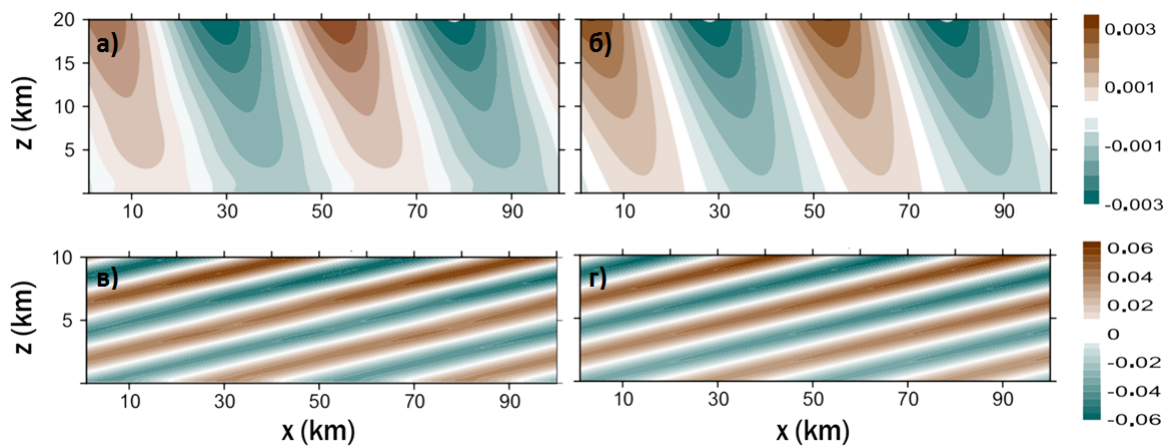


Рисунок 2.5 — Возмущение поля температур в К инфразвуковой волной (а) — численное решение, (б) — аналитическое решение, внутренней гравитационной волной (в) — численное решение, (г) — аналитическое решение.

менены так, что давление не изменилось, хотя температура и плотность были заданы другим образом. Волновая картина при этом не изменилась. Это подтверждает результаты исследованной задачи.

Теоретические исследования показали, что у нижней границы температура и плотность могут изменяться скачком. На рисунках 2.6 показаны фрагменты поля температуры у поверхности Земли. На рисунках показан только первый километр от поверхности Земли. Скачок температуры «размазан» по сетке на обсуждаемых графиках, но очевиден.

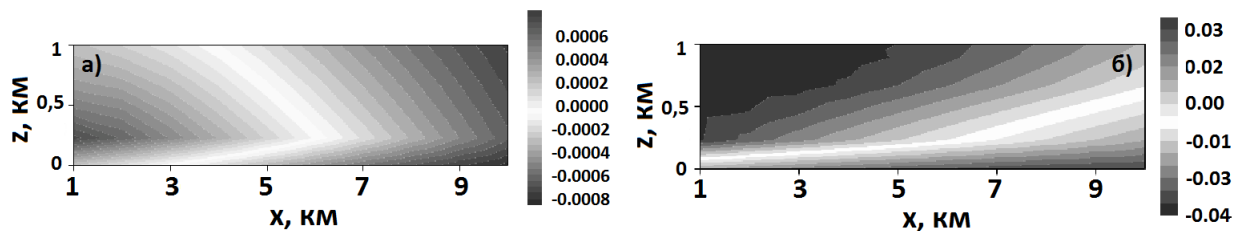


Рисунок 2.6 — Возмущение поля температур вблизи поверхности Земли в К инфразвуковой волной волной (а), внутренней гравитационной волной (б).

2.7 Основные выводы

Рассмотрена задача о распространении волн от тропосферного теплового источника. Вследствие сложностей с объективным заданием тропосферных источников атмосферных волн, предложено заменить задачу о распространении волн от тропосферных источников на задачу о вертикальном распространении волн от вариаций давления на поверхности Земли.

Поставлена и математически исследована задача о распространении волн от вариаций давления на поверхности Земли. Написаны физически обоснованные начальные и граничные условия для задачи. В качестве нижнего граничного условия задаются вариации давления. Такие условия ранее не использовались для моделирования распространения атмосферных волн, генерируемых тропосферными источниками, и таким образом задача поставлены впервые.

Доказано, что в бездиссипативном случае решение граничной задачи о распространении волн от вариаций давления в приземном слое однозначно определяется переменным полем давления на поверхности Земли. Диссипативная задача, кроме поля давления, требует задания условий на поле скоростей и температуры на поверхности Земли.

Путем модифицирования компьютерной программы «AtmoSym», был создан блок для моделирования волн от вариаций давления на нижней границе. В программу введена возможность рассчитывать изменение атмосферных параметров, вызванное вертикальным распространением волн, волны от вариаций давления на нижней границе. Проведены тестовые проверки теоретических результатов и работы развитой компьютерной программы. Показано хорошее согласие численных решений с аналитическими. Численное исследование подтвердило теоретический результат о том, что в граничной задаче рассматриваемые температура и плотность у границы изменяются скачком.

Глава 3. ДВУМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ О ВАРИАЦИЯХ ДАВЛЕНИЯ У ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Глава посвящена рассмотрению особенностей моделирования распространения волн от различных тропосферных источников с использованием экспериментальных, полученных в одной точке. Предложена идея задания поля давления на значительной территории. Предложен способ моделирования волн от источников, отличных от метеорологических. В расчетах использованы данные инфразвуковой станции IS17(6° с.ш. 5°з.д.) и данные, полученные путем лидарного зондирования атмосферы (54° с.ш. 20°в.д.).

Рассмотрена проблематика моделирования распространения волн верхнюю атмосферу. Представлены результаты двумерных расчетов с учетом работы фонового ветра.

3.1 Двумерное распространение волн от локальных вариаций давления

Так как трехмерная модель сложна и трехмерные компьютерные расчеты очень ресурсоемкие, использование трехмерной модели на начальных этапах расчетов непрактично. Использование двумерной модели на первых этапах разумно, так как проще и позволяет выполнить больше вариантов расчетов и лучше отладить модель.

Также решение двумерной задачи позволяет рассмотреть проблему, связанную с масштабом метеорологических источников и ограниченным количеством используемых на практике для получения экспериментальной информации. Обычно экспериментальные данные о вариациях давления получают на сравнительно небольших по общей площади сетях микробарографов или, нередко, на одном. Так как интерес представляет влияние волн снизу на верхнюю атмосферу, необходимо знать вариации давления для достаточно большой

области. Обычно нет возможности расположить большое количество микробарографов на небольшом расстоянии друг от друга.

Расчет волн для больших областей на основе экспериментальных данных о вариациях давления на нижней границе требует иного подхода, чем просто интерполяция данных. Так, допустим, в случае одного микробарографа это не имеет смысла. Необходимо предложить физически оправданный подход к задаче источника, сопоставимого по размерам с реальным на нижней границе.

Все точки пространства на значительной территории эквивалентны. Экспериментальные данные, полученные в конкретной точке, могут наблюдаться и в соседней, но в другое время. Это отклонение по времени и расстоянию между настоящим источником и потенциально возможным источником в соседней точке должно определяться функцией корреляции. Для поля давления существует пространственная корреляция поля давления, которая на некотором расстоянии исчезает.

Зная поведение давления только на одном микробарографе, можно задать изменение давления на значительной территории следующим образом:

- ввести сетку на плоскости с шагом, равным расстоянию, на котором пространственная корреляция разрушается;
- с каждым узлом сетки связать источник, дублирующий экспериментальный, но затухающий на расстоянии от центра по гауссовому закону;
- ввести случайный фазовый сдвиг, чтобы разрушить корреляцию между источниками.

Проведение двумерных расчетов позволяют проверить эффективность использования этих предположений для дальнейшей работы с другими задачами.

Для пробных численных экспериментов [17], [30], [18] с использованием реальных данных в качестве источника генерации волн были использованы данные о вариациях давления, полученные на инфразвуковой станции IS17 (6°с.ш. 5°з.д.), 10-11 апреля 2006 года во время сильной грозы (рис.3.1). Экспериментальное исследование этого события было сделано в работе Элизабет Блан [82]. Исследование показало, что волны генерируются во время грозы и имеют различные направления распространения.

На рисунках 3.2 и 3.3 показано распространение волн от локализованного источника вариаций давления на нижней границы. Похожие расчеты были проведены в работе [23]. На рисунке 3.4 показано изменение температуры атмосферы

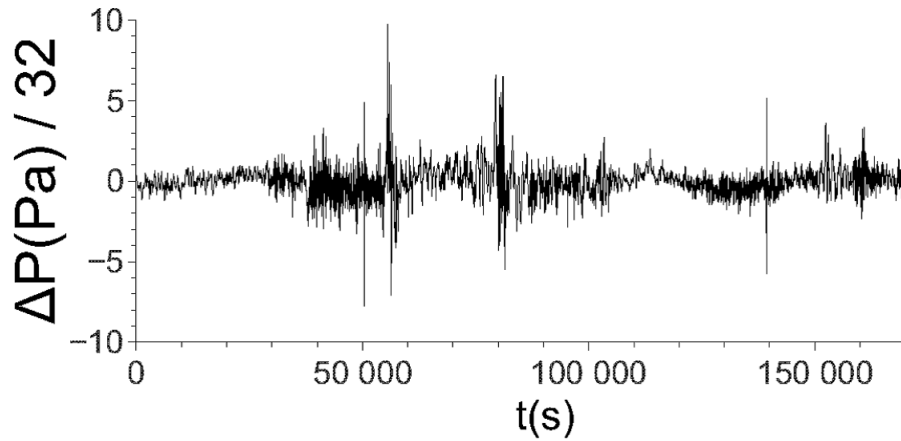


Рисунок 3.1 — Вариации давления $\Delta p(x_0, t)$, полученные на инфразвуковой станции IS17(6° с.ш. 5°з.д.) 10-11 апреля 2006 года

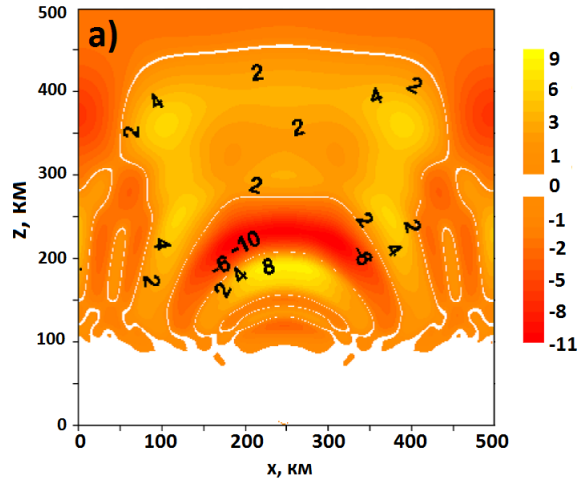


Рисунок 3.2 — Волновые колебания температуры от локального источника при $t=21$ мин. Двумерный расчет.

ры, вызванное распространением волн от тестового источника, распределенного вдоль нижней границы. Он задан согласно предположениям, описанным выше — с каждым узлом сетки связан дублирующий экспериментальный источник, который постепенно затухает. Результаты показали картину, характерную для распространения волн стратифицированной атмосфере. Видно, что для изменения температуры атмосферы волнами, идущими снизу, хватило 30 минут чтобы достаточно сильно раскачать атмосферу. То есть, связь процессов тропосфере и верхней атмосфере достаточно быстрая. Несмотря на нагрев атмосферы волнами, идущими снизу, температура стабилизировалась за время менее 1 часа. То есть, за время менее 1 часа после включения источника наступил баланс между притоками тепла, имеющими место за счет диссипации волн, и стоками

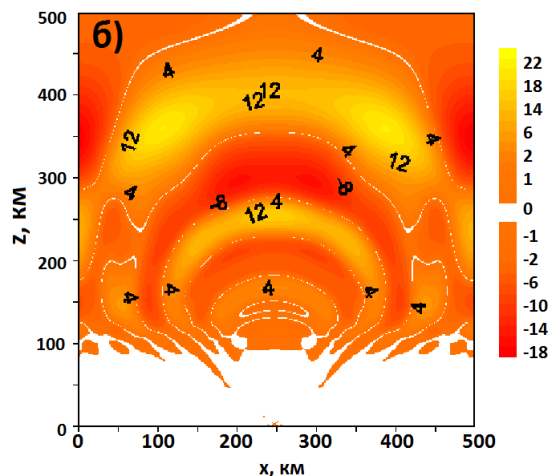


Рисунок 3.3 — Волновые колебания температуры от локального источника при $t=39$ мин. Двумерный расчет

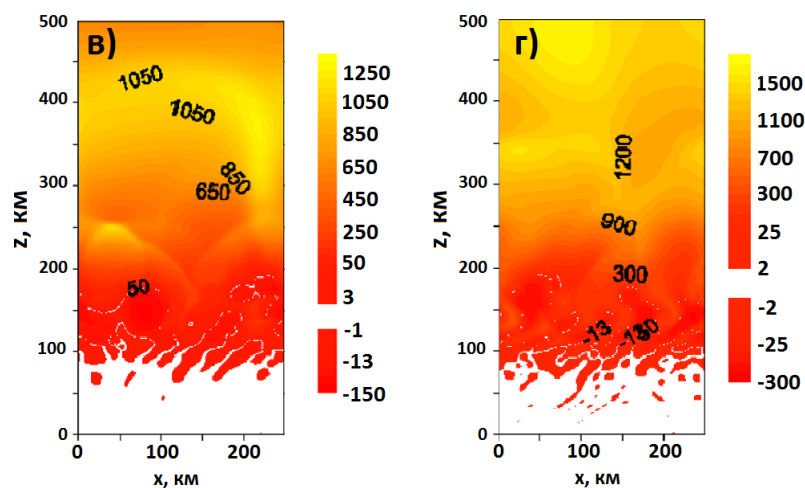


Рисунок 3.4 — Добавка к температуре, вызванная нагревом верхней атмосферы источниками колебаний давления, распределенными вдоль нижней границы, при $t = 28$ мин (слева) и $t = 45$ мин (справа). Двумерный расчет
Атмосфера изменилась под влиянием волн и для $t = 45$ мин температура стабилизирована

энергии. Что касается амплитуды, то двумерная модель дает несколько завышенный нагрев вследствие двумерной геометрии.

3.2 Моделирование возмущений верхней атмосферы из области солнечного терминатора и солнечного затмения в тропосфере

Одним из регулярных источников возмущений атмосферы является солнечный терминатор (СТ). В многочисленных экспериментальных и теоретических исследованиях, например [110], [111], доказывається, что солнечный терминатор является источником волн в широком диапазоне периодов на всех высотных областях атмосферы. Для исследования вариаций параметров нижней атмосферы в настоящее время широко применяются лидарные методы изучения характеристик вариаций наблюдаемых параметров. Для исследования процессов возбуждения и распространения в верхнюю атмосферу инфразвуковых волн и ВГВ, генерируемых в периоды прохождения СТ, в диссертации использовались результаты наблюдений, выполненных с применением атмосферного лидара в БФУ им. И. Канта.

Используемый в наблюдениях двухволновой лидар LSA-2с (532нм, 1064нм) предназначен для экологических наблюдений характеристик параметров атмосферы и позволяет проводить зондирование на расстояниях до 10-12 км [112]. Такой узкий приземный слой можно приближенно считать нижней границей расчетной области. Можно предположить, что изменение интенсивности рассеянного лидарного сигнала в период прохождения СТ отражают вариации атмосферного давления. Солнечная радиация считается внешним фактором [113], определяющим состояние равновесной атмосферы, либо, как в случае СТ или солнечного затмения, являющаяся источником атмосферных волн. В этом предположении представляется возможным использовать результаты наблюдений интенсивности лидарного сигнала в качестве аналога вариаций атмосферного давления в приземном слое атмосферы для описания поведения давления на нижней границе численной модели.

В рассматриваемом численном эксперименте, источником возбуждения атмосферных волн являются ежеминутные вариации атмосферного давления на нижней границе численной модели, заданной на поверхности Земли. Для нахождения амплитуды вариаций давления использовались результаты лидарного зондирования нижней атмосферы, выполненные в Калининграде (54° с.ш. 20° в.д.) 20.03.2015 г. (рисунок 3.5) в день прохождения солнечного затмения

[114]. Время прохождения утреннего терминатора в этот день 6:40 LT. Основная фаза затмения началось 10:50 LT и закончилось 13:10 LT. Лидарные наблюдения проводились в период с 6:00 до 18:00 LT.

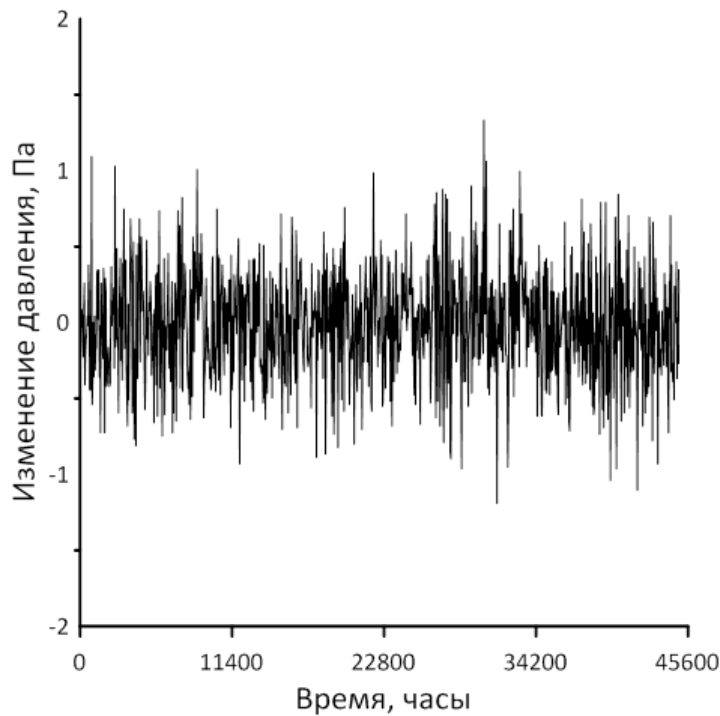


Рисунок 3.5 — Вариации атмосферного давления в приземном слое, полученные по результатам обработки данных лидарного зондирования атмосферы, выполненном в Калининграде (54° с.ш. 20° в.д.) 20 марта 2015

Предполагается, что вариации интенсивности лидарного сигнала отражают частотные характеристики вариаций давления на фиксированной высоте. Амплитудные значения вариаций давления рассчитывались по выражению (3.1) согласно предположению, что максимальные амплитуды изменений наблюдаемой интенсивности рассеянного сигнала соответствуют амплитудам вариаций давления в 10 мм.рт.ст. Такие изменения давления в течение суток характерны для весенних условий в Калининграде:

$$f(t) = (I(t) - I_m) \frac{P_D}{I_{max}}, \quad (3.1)$$

где $I(t)$ - изменение интенсивности, I_m - среднее значение интенсивности, P_D - максимальное отклонение по давлению (10 мм. рт. ст.), I_{max} - максимальное отклонение от среднего значения интенсивности.

Таким образом, амплитуды вариаций давления на нижней границе численной модели составляли 1% от фоновых значений. Косвенное определение амплитуды вариаций давления, очевидно, влияет на реальные значения амплитуды давления, но не изменяет частотные характеристики вариаций.

Результаты численных экспериментов для стационарного неподвижного источника представлены в работе [16]. Однако, СТ - явление динамическое и он движется вдоль поверхности Земли со скоростью, зависящей от широты. Эффекты, связанные с перемещающимся источником, ассоциированным с солнечным терминатором и затмением, подробно исследованы в работе [15]. Для воспроизведения эффекта движения СТ в численном эксперименте возмущение атмосферного давления на нижней границе расчетной области были определены точечные источники с шириной 1 километр, которые включались последовательно и с задержкой по времени в соответствии со скоростью движения СТ – 270 м/с. Расчетная область в проведенном численном эксперименте составляла 500 километров по вертикали и 2000 километров по горизонтали. Каждый точечный источник описывается выражением:

$$P(x,t) = \exp\left(-\left(\frac{x-x_0}{d}\right)^2\right) f(t), \quad (3.2)$$

где $f(t)$ – временная зависимость, построенная на основе экспериментальных данных, d – ширина источника.

На рис.3.6 представлены результаты вейвлет анализа возмущений температуры, полученные в ходе описанного численного эксперимента, непосредственно вблизи нижней границы численной модели, на высоте 1 км, в точке с координатой $x = 1500$ км. Частотные характеристики вариаций на этой высоте отражают вариации параметров на нижней границе модели. Вертикальными линиями на рис.1 показаны времена прохождения солнечного терминатора, начала и конца затмения. Как видно из рисунка во время прохождения солнечного терминатора, а также в периоды после начала затмения и перед его окончанием, у поверхности Земли видно усиление волновой активности волн с периодами 2-4 мин и внутренних гравитационных волн с периодами 10 мин.

На 3.7(а) показаны возмущения температуры на высоте 94 км в разных точках расчетной области ($x = 500$ км, 1000 км, 1500 км), где наблюдается увеличение амплитуды возмущений температуры при прохождении утреннего

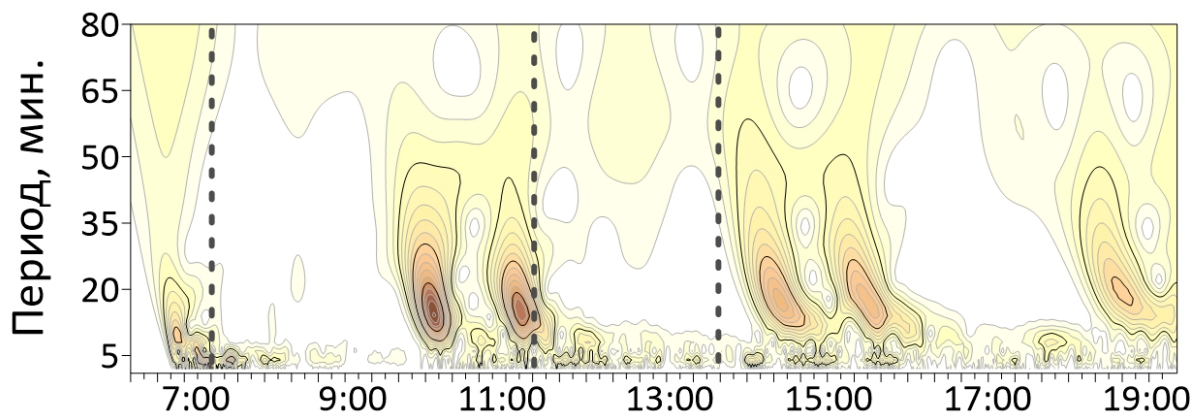


Рисунок 3.6 — Результат вейвлет анализа рассчитанных значений температуры вблизи нижней границы численной модели (высота 1 км, $x = 500$ км). Пунктирными линиями показано время прохождения утреннего солнечного терминатора и основной фазы солнечного затмения.

терминатора. Эти возмущения появились за время около 30 минут перед прохождением терминатора и продолжались в течение 1 часа после его прохождения. В период с 9 до 11 часов возмущения температуры проявляются в точках с координатами $x = 1000$ км и 1500 км. При этом возмущения раньше появляются в точке $x = 1500$ км и позднее в точках с $x = 1000$ км и 500 км. Похожие возмущения отмечаются вначале и после солнечного затмения.

На высотах нижней термосферы в периоды прохождения солнечного терминатора и затмения возникают возмущения параметров преимущественно с малыми периодами (4-20 мин). При этом возникают как «стационарные» возмущения, непосредственно связанные с временем прохождения терминатора и затмения, так и «перемещаются» возмущения, распространяющиеся как в сторону движения источника возмущений (6-9 час и 16-17 час), так и в противоположном направлении (9-15 час).

На высотах верхней термосферы возмущения температуры носят более сложный характер (рис.3.7(б)). Главная особенность временной изменчивости температуры состоит в появлении достаточно продолжительных возмущений с периодами около 50 мин. Эти возмущения появляются за полчаса-час перед прохождением солнечного терминатора и сохраняются до окончания солнечного затмения. После прохождения терминатора и до начала солнечного затмения отмечаются максимальные возмущения температуры, причем время их появления над различными точками вдоль горизонтальной оси увеличивается с уменьшением горизонтальной координаты и, следовательно, возмущения рас-

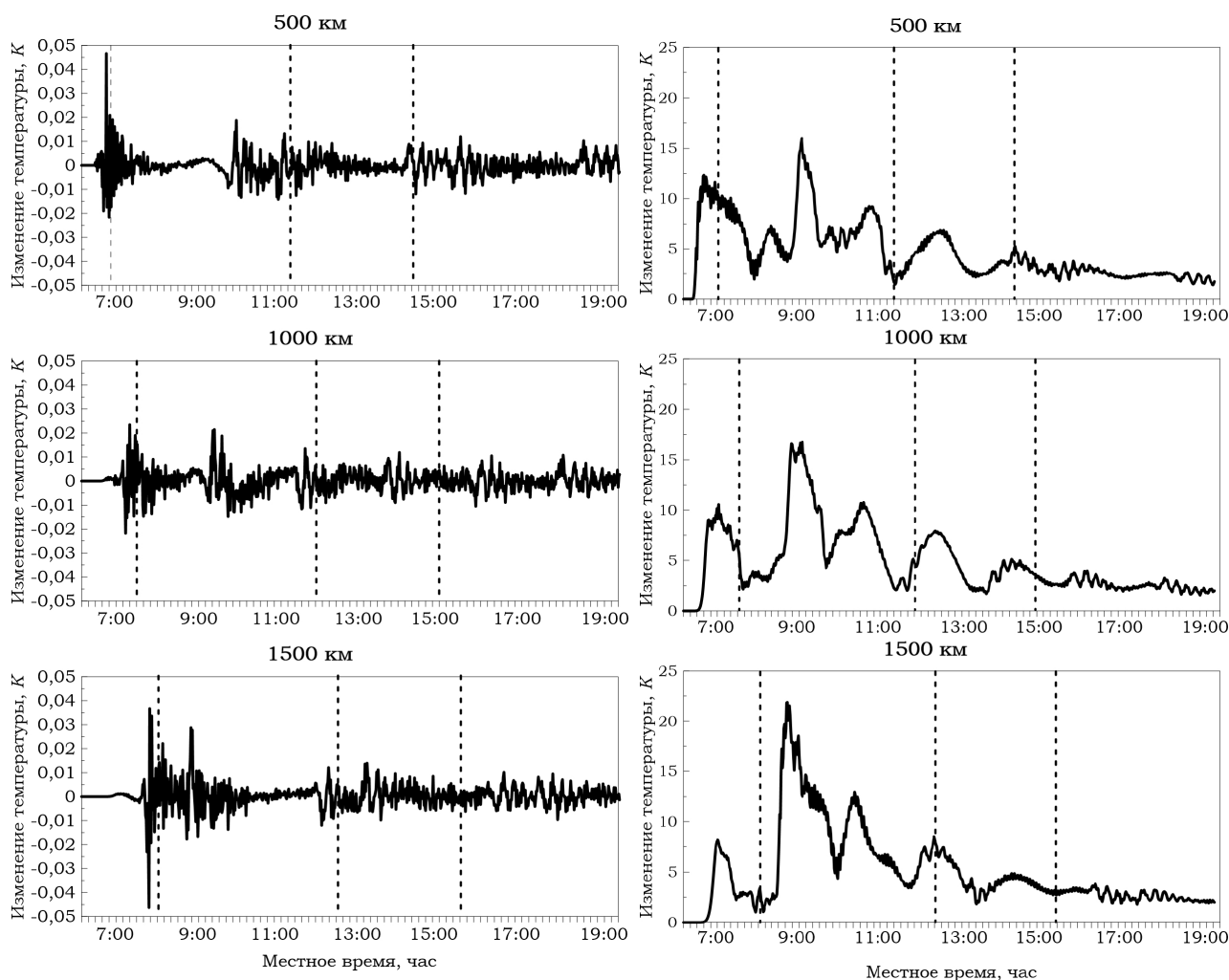


Рисунок 3.7 — Возмущение температуры на высоте 94 (а) км и 293 км (б) в различных точках на горизонтальной оси. Линиями отмечено прохождение солнечного терминатора, начало и конец солнечного затмения.

пространяются в противоположном направлении по отношению к направлению смещения области солнечного терминатора и солнечного затмения. В период прохождения солнечного затмения сохраняется такая же тенденция. В точке с координатой $x=1500$ километров повышение амплитуды возмущений начинается за полчаса до начала затмения и достигает максимума с его началом. В точках с координатами $x=500$ километров и $x=1000$ километров время достижения максимальных амплитуд возмущений смещается на 1 час и 30 мин соответственно относительно начала затмения. Быстрые осцилляции возмущений с малыми периодами (5-15 мин) отмечаются в течение всего периода моделирования. Однако, заметный вклад в динамику возмущений можно отметить только после окончания солнечного затмения.

Спектральный анализ возмущений температуры термосферы в период моделирования показал, что частотные спектры в различных точках вдоль расчетной области интегрирования схожи между собой в диапазоне периодов до 20 мин. При этом отчетливо проявляется наличие вариаций с периодами инфразвуковых волн (менее 4 мин) и короткопериодных ВГВ (более 8-10 мин). Как видно из рис. 3.7 вариации с малыми периодами проявляются непосредственно в периоды прохождения солнечного терминатора и затмения. Такая волновая картина хорошо согласуется с уже существующими представлениями о распространении таких волн в верхнюю атмосферу [70], [115]. В диапазоне периодов более 20 минут в спектрах вариаций проявляются значительные различия в амплитудах гармоник, что объясняется более сложным характером распространения таких волн в атмосфере. На рис.3.8 показаны результаты вейвлет анализа вариаций температуры в течение периода моделирования. Как видно из рис.3.8, время появления вариаций с периодами 4-20 мин в различных точках вдоль области интегрирования отчетливо совпадает с временами прохождения солнечного терминатора, началом и окончанием затмения. Это связано с близким к вертикальному распространению волн этого частотного диапазона.

Волноводный характер распространения прослеживается для вариаций с периодами 8-10 мин (рис.3.8). Эти составляющие вариаций общей волновой картины распространяются как в сторону движения области солнечного терминатора, так и в противоположном направлении. На высотах верхней атмосферы отмечается появление возмущений с периодами 50 мин. В теоретических исследованиях [116], [117], [118] было показано, что диссипация атмосферных волн приводит к значительным изменениям состояния термосферы, возникновению локальных областей нагрева термосферы над источниками волн. Результаты расчетов показывают, что продолжительность периода повышения активности короткопериодных составляющих вариаций термосферы 1 час (рис. 3.8). Таким образом, появление вариаций с периодами 50 мин в термосфере определяется процессами диссипации коротких волн в термосфере.

Инфразвуковые и внутренние гравитационные волны, распространяющиеся из нижней атмосферы в периоды прохождения солнечного терминатора и солнечного затмения, формируют возмущения на высотах термосферы. Несмотря на то, что предложенные расчеты выполнены для нейтральной атмосферы, полученные в результате эксперимента эффекты, наблюдающиеся в термосфере,

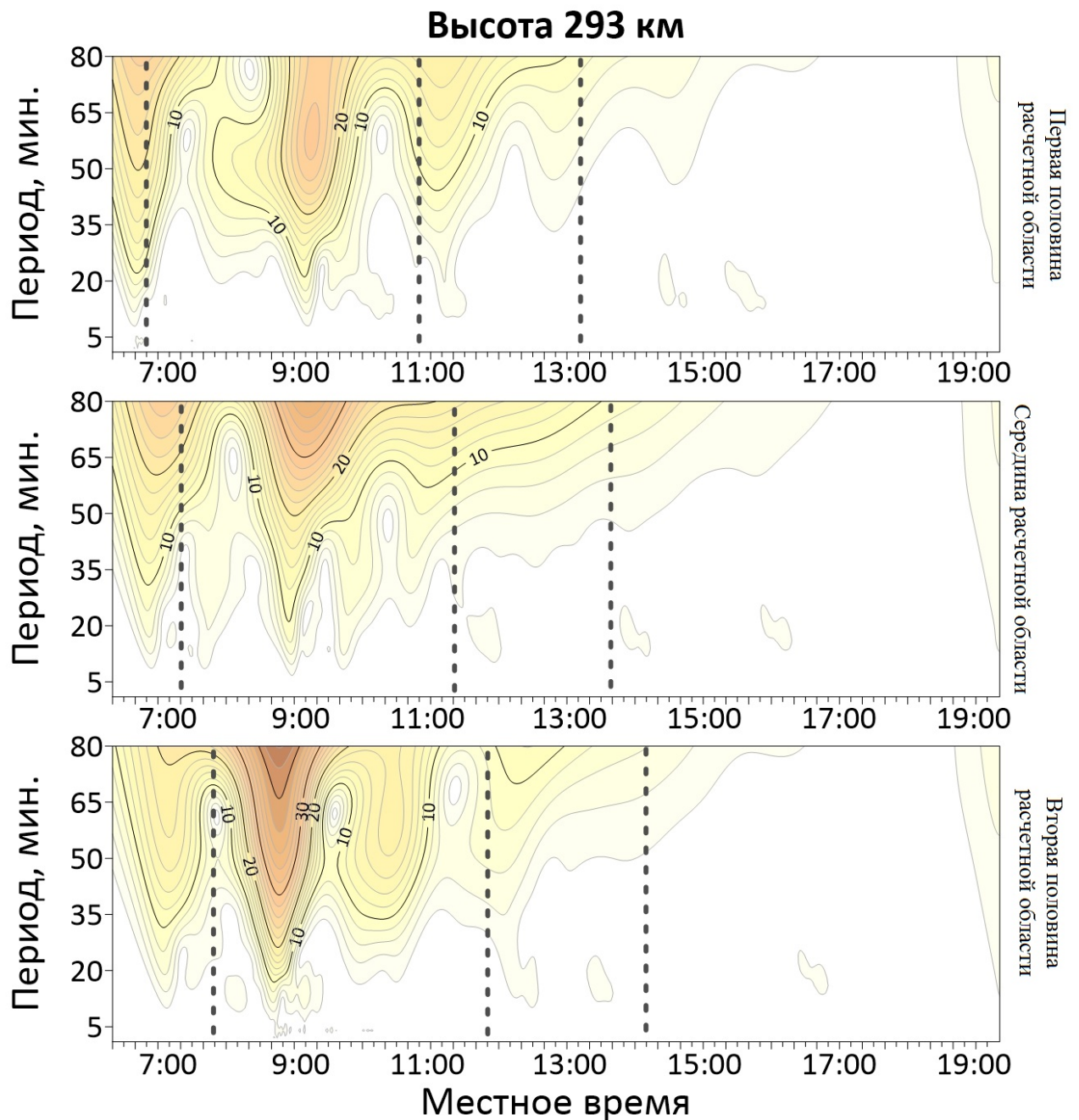


Рисунок 3.8 — Результат вейвлет анализа возмущений значений температуры на высоте 293 км.

согласуются результатами ионосферных наблюдений. Например, в работе [119] отмечалось, что в периоды прохождения солнечных затмений усиливается волновая активность в диапазоне инфразвуковых волн с периодами 3-5 минут и внутренних гравитационных волн с периодами до 60-80 минут. В наблюдениях динамики ионосферы, рассмотренных в работе [120], в период солнечного затмения в 20.03.2015 отмечается появление распространяющихся возмущений с характерным периодом около 50 минут. Эти возмущения в регионе, близком к Калининграду, распространялись в юго-восточном направлении, противопо-

ложном по отношению к движению области солнечного затмения. Причиной такой реакции ионосферы могут являться процессы в термосфере, развивающиеся в период прохождения солнечного затмения.

Таким образом, результаты расчетов показали, что не прямое использование экспериментальных данных об интенсивности лидарного сигнала, приведенных к данным о вариациях давления в приземном слое, позволяет моделировать волны, генерируемые солнечным терминатором и солнечным затмением. Результаты численного эксперимента по моделированию возмущений параметров термосферы вследствие распространения атмосферных волн, возбуждаемых в нижней атмосфере в периоды прохождения солнечного терминатора и солнечного затмения 20.03.2015 года, показали, что в нижней атмосфере усиливаются процессы генерации инфразвуковых и внутренних гравитационных волн с периодами 4-10 минут. Генерируемые волны, распространяясь практически вертикально, достигают высот термосферы и, вследствие процессов диссипации волн, возбуждают крупномасштабные возмущения с характерным периодом около 50 минут, распространяющихся в противоположном направлении, по отношению к направлению перемещения области терминатора солнечного затмения. Полученные результаты подтверждаются результатами экспериментальных исследований динамики ионосферы.

3.3 Влияние ветра в задачах вертикального распространения волн

На динамические процессы в атмосфере на всех высотах достаточное влияние оказывает ветер, скорость которого, также как и амплитуда волн, зависит от высоты. В модельном исследовании [121] отмечается, что, вне зависимости от скорости и направления фонового ветра, средне- и крупномасштабные атмосферные волны достигают термосферных высот. Но при сильном ветре в термосфере среднемасштабные атмосферные волны, распространяющиеся сонаправленно с ветром, быстро затухают, в отличие от волн с большой длиной волны. Тропосферные источники генерируют широкий спектр волн, в том числе и инфразвуковые волны, однако, как было отмечено в первой главе, не все модели учитывают мелкомасштабные волны, которые также сильно влияют на

состояние атмосферы. Ветер влияет на вертикальное распространение волн от тропосферных источников и, соответственно, на атмосферные процессы, вызванные ими, но не влияет на частотные характеристики этих волн. Так как построить профиль ветра для реального события на основе имеющихся экспериментальных данных проблематично, моделирование вертикального распространения волн от источника с учетом возможных различных профилей ветра может быть полезным для оценки возможных эффектов.

Получение информации о скорости ветра на всех атмосферных высотах является трудной задачей. Обычно в численных исследованиях атмосферной динамики на больших вертикальных масштабах, задать реальный профиль ветра невозможно, вследствие недостатка экспериментальной информации. На данный момент существуют экспериментальные методы, которые позволяют получать поля скорости ветра в стратосфере, мезосфере и нижней термосфере путем зондирования тонкой слоистой структуры в атмосфере с использованием инфразвуковых волн от наземных взрывов и вулканических извержений [122]. Также можно измерить горизонтальную скорость нейтрального ветра в области мезосферы и нижней термосферы с помощью радио-метеорного комплекса и оптического интерферометра Фабри—Перо [123]. Результаты получают для относительно небольших высот (не выше 250 км) для ограниченного региона. Наличие этих проблем приводит к использованию эмпирических моделей ветра в численных исследованиях. Наиболее известная и часто применяемая модель - модель горизонтального нейтрального ветра верхней термосферы HWM(The Horizontal Wind Model), разработанная Хединым [124]. Впервые модель была построена в 1987 году и описывала ветер на высотах свыше 220 км. На данный момент актуальной версией модели является HWM14, представленная в работе [125]. Она обновлена в соответствии с данными спутниковых и наземных наблюдений и позволяет работать начиная с тропосферных высот.

В диссертационном исследовании были проведены численные расчеты с использованием модели ветра HWM14. Источник волн в тропосфере задавался с использованием экспериментальных данных, уже описанных в подглаве 3.1. Рассмотрены волновые картины, полученные в результате работы источника, при различных профилях ветра и проведено сравнение с результатом, полученным для безветренной обстановки.

Рассмотрим профили зонального ветра для координат, соответствующих станции IS17 (6° с.ш. 5° з.д.) для апреля (3.9), когда непосредственно производились реальные измерения, и 2 профиля для января, которые различаются. Второй профиль для января (розовый), построенный также для околоэкваториальной области, был выбран специально таким образом, чтобы отличие между предыдущими двумя графиками было очевидно. На графике демонстрируется ветер до высоты 300 километров, так как выше этой высоты скорость почти постоянная. В численных расчетах источник генерации волн задавался через гауссову функцию, как было показано в предыдущей главе. Ширина такого заданного источника была определена в 40 километров.

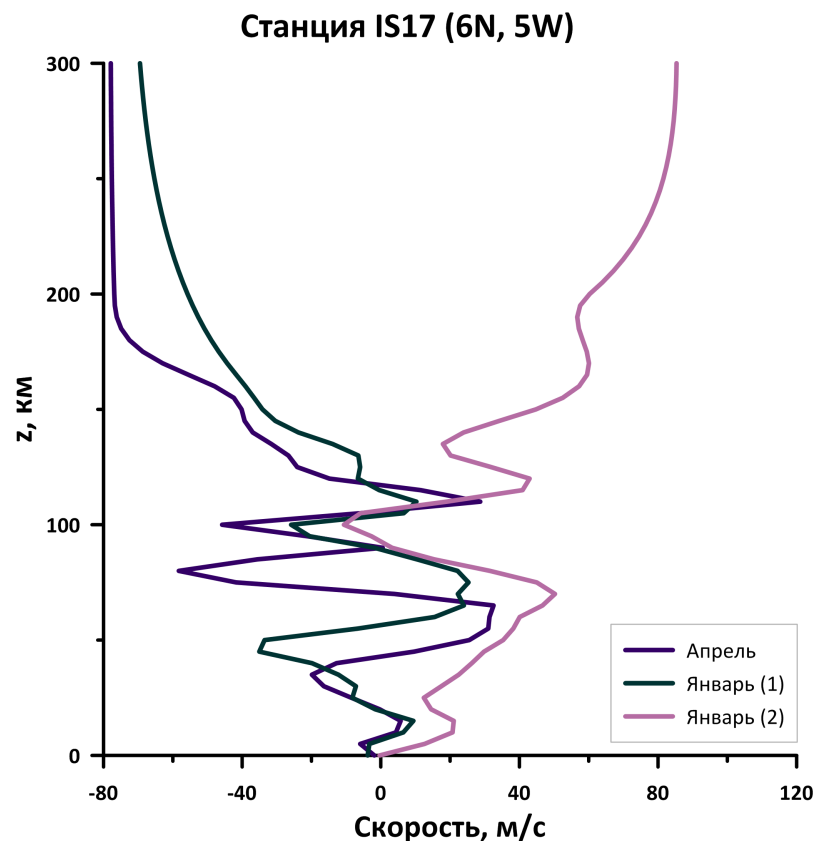


Рисунок 3.9 — Профили зонального ветра для координат, соответствующих станции IS17 (6° с.ш. 5° з.д.) для апреля и января (1), а также профиль ветра, построенный для другой околоэкваториальной области для января (2).

Работающий источник генерирует как инфразвуковые волны, так и внутренние гравитационные волны. Используемый профиль ветра для Апреля и Января(1) существенно влияет на состояние атмосферы на высотах от 100 до 150 километров (рис. 3.10(в,г)). Таким образом, ветер может усиливать эффекты, обусловленные естественной стратификацией. Видно, что инфразвуковые вол-

ны без сложностей преодолели этот участок и достигли верхней термосферы, в то время как захваченные волноводом ВГВ еще не проявили себя.

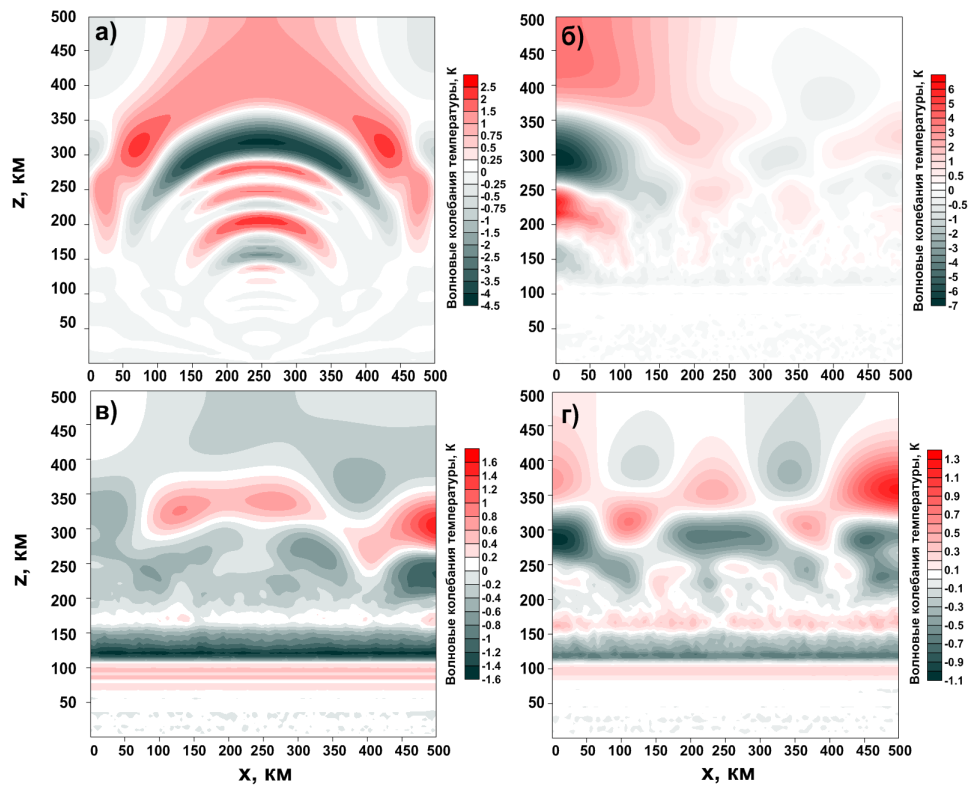


Рисунок 3.10 — Волновая добавка к температуре для $t=30$ минут в расчетах: (а) — без учета ветра, (б) — с ветром, соответствующим профилю Январь(2), (в) -с ветром, соответствующим профилю Апрель, (г) — с ветром, соответствующим профилю Январь(1).

В то же время в волновой картине, полученной с использованием профиля ветра для Января (2)(рис. 3.10(б)), изменение температуры от 100 до 150 километров выражено слабо и и мало влияет на волновой режим. Это очевидно, так как при сравнении рисунка (рис. 3.10(б)) с рисунком для безветренной атмосферы (рис. 3.10(а)), высоты максимумов и минимумов почти совпадают. Сама структура источника рисунка 3.10б также выглядит похоже, но смещенной влево. Полученные амплитуды на рисунке 3.10(б) больше, чем на рисунке 3.10(а). Это может быть вызвано тем, что ветер "переместил" волновую картину от источника на левую границу расчетной области, где работают периодические граничные условия, что в данном случае может существенно влиять на результат. Если бы область была намного больше, это влияние было бы несущественно. Вопрос влияния конечности расчетной области будет частично рассмотрен в Главе 4.

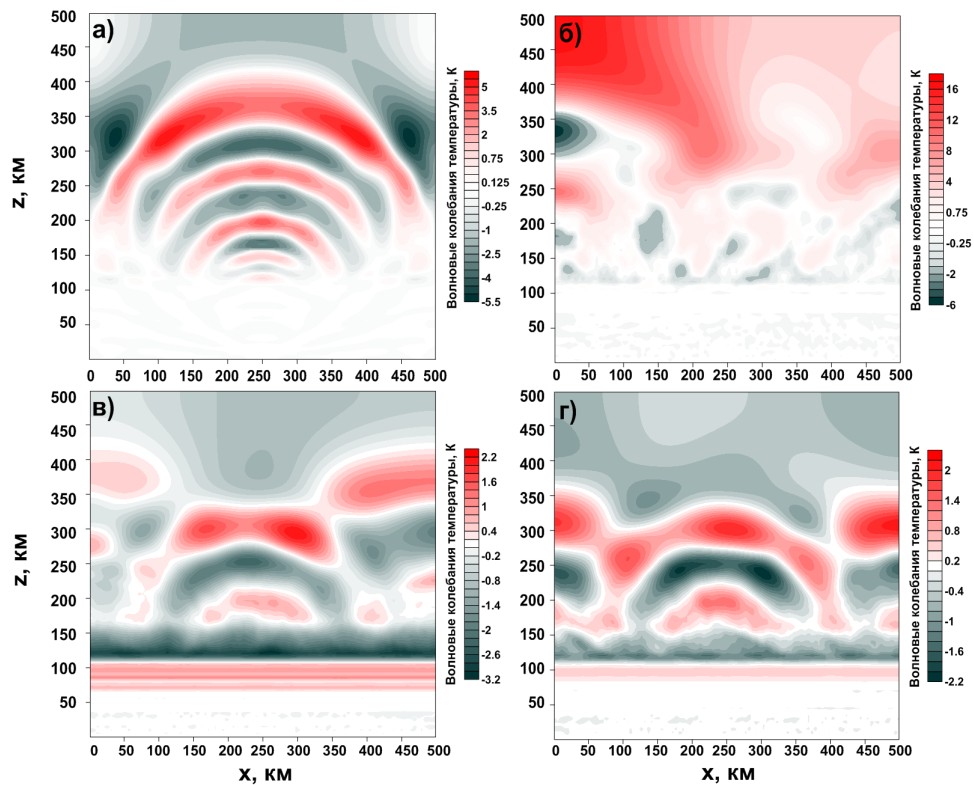


Рисунок 3.11 — Волновая добавка к температуре для $t=1$ час в расчетах: (а) — без учета ветра, (б) — с ветром, соответствующим профилю Январь(2), (в) — с ветром, соответствующим профилю Апрель, (г) — с ветром, соответствующим профилю Январь(1).

Через час после работы источника наблюдается слабое увеличение амплитуд для расчета без ветра (рис. 3.10(а) и рис.3.11(а)). Плавное увеличение амплитуд можно отметить и на рисунках 3.11(в,г), вместе с тем как сам волновой профиль на этих изображениях соответствует расположению максимумов и минимумов на рисунке 3.11(а). Это говорит о том, что некоторые волны освободились, а некоторые так и продолжают быть захваченными на высотах, обозначенных выше. Картина, полученная с использованием профиля ветра для Января(2) (рис.3.11(б)), сильно отличается от случая без ветра, тем самым подтверждая достаточное влияние горизонтального масштаба расчетной области. Видно, что если бы расчетная область была больше по горизонтали, волновой режим, вызванный работой тропосферного источника примерно бы сохранялся, однако амплитуды были бы выше, чем в безветренном случае.

Таким образом, можно сделать вывод, что ветер влияет на распространение волн, особенно на распространение ВГВ. Также ветер влияет на амплитуды волн, которые могут увеличиваться или уменьшаться при разных выбранных

профилях ветра. Но ветер не влияет на частотные характеристики волн, генерируемых на высотах тропосферы. Очевидно, что более высокочастотные волны менее подвержены влиянию атмосферных эффектов, вызванных ветром.

Вопрос влияния ветра важен и требует более широкого рассмотрения. Однако, ветер при рассмотрении реалистичного события специфический, а значит профиль ветра может быть существенно отличающимся от среднестатистического. Влияние ветра не является объектом данного исследования. Для изучения основных характеристик волн, генерируемых на тропосферных высотах различными источниками, и эффектов, вызванных их распространением, далее в работе будет рассмотрена только безветренная атмосфера.

3.4 Основные выводы

После математического исследования краевой задачи о распространении волн от вариаций давлений на нижней границе, были проведены двумерные численные расчеты с использованием данных, записанных одним локальным устройством. Реальную картину распространения волн от вариаций приземного давления у поверхности Земли можно рассматривать как суперпозицию волн от множества локальных источников небольших размеров.

Также использование граничных условий, предложенных в Главе 2, позволило рассчитать распространение волн от других источников, которые влияют на установление волнового режима в атмосфере. Результаты моделирования распространения волн из области СТ хорошо согласуются с экспериментальными исследованиями. Высокое временное разрешение позволяет более детально изучить процессы, возникающие во время этого события.

Численные расчеты с использованием ветрового профиля показали, что влияние ветра может быть существенным, но тем не менее для изучения основных характеристик волн и возможных эффектов, которые эти волны могут вызвать, необходимо прежде всего рассматривать безветренную атмосферу.

Глава 4. ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ О ВАРИАЦИЯХ ДАВЛЕНИЯ У ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

В главе представлены результаты трехмерного моделирования распространения волн от атмосферного фронта в московском регионе. Обработаны данные экспериментальных наблюдений на сети из 4-х микробарографов вариаций давления на поверхности Земли в московском регионе. Выделен случай сильных колебаний давления, когда вариации давления превышали среднестатистические в 30 раз. Для этого случая построены эмпирические аппроксимации колебаний поля атмосферного давления, которые использованы в качестве нижнего граничного условия для расчета вертикального распространения акустико-гравитационных волн от вариаций приземного давления.

Обсуждается влияние конечности области атмосферы на результаты моделирования. Предложены граничные условия на горизонтальных границах расчетной области, учитывающие убегание волн за горизонтальные границы расчетной области.

4.1 Трехмерное решение задачи о распространении волн от наблюдаемых локальных вариаций давления

Использование трехмерной модели позволяет детально исследовать изменение параметров атмосферы и выявить характеристики волн, генерируемых тропосферными источниками. На данный момент такие исследования еще не проводились.

Для расчетов были использованы экспериментальные данные о изменении давления со временем $f(t)$, записанные микробарографом Института Физики Атмосферы имени А. М. Обухова РАН (Москва, 55°7 с.ш. 37°6 в.д.) 9 апреля 2016 г. График изменения давления показан на рисунке 4.1.

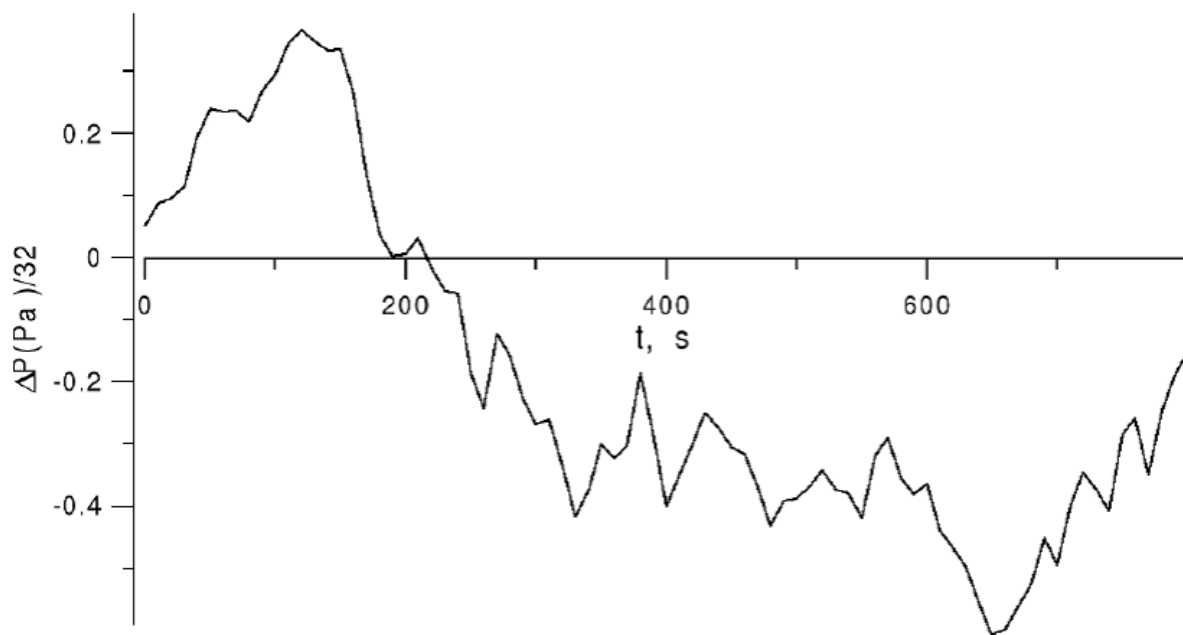


Рисунок 4.1 — Вариации давления вблизи Москвы 9 апреля 2016 г.

Предполагая волновой источник локализованным в окрестности точки (x_0, y_0) , поверхностное давление можно представить как:

$$P(x, y, z = 0, t) = \exp\left(-\left(\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{d^2}\right)\right) f(t), \quad (4.1)$$

где d – это половина ширины источника. Для данного расчета используется $d = 2$ км. Распространение волн начинается с момента $t = 0$. Численные расчеты с использованием модели «AtmoSym» [108], [109] показали, что на начальном этапе генерируются акустические волны. Волны распространяются вверх и за 15-20 минут достигают высот 300-400 километров. Выше 300-400 километров инфразвуковые волны и ВГВ, генерируемые в начале работы источника, рассеиваются из-за высокой молекулярной вязкости и теплопроводности. После диссипации первых волн, соответствующих переходному процессу, результаты численного решения можно рассматривать как распространение инфразвуковых волн и ВГВ, соответствующих изменениям поверхностного давления, показанным на рисунке 4.1.

Моделирование температурного поля, представленного в работе [12], для $t \approx 30$ мин и $t \approx 45$ мин после активации источника волны показаны на рисунках 4.2(а) и 4.2(б) соответственно. Атмосферные волны распространяются от источ-

ника с ростом амплитуд волн с высотой. Такие волны не имеют больших амплитуд, потому что измерения давления на рисунке 4.2 соответствуют спокойным метеорологическим условиям вблизи места наблюдения. Кроме этого, изменения давления на поверхности Земли относительно медленны и они создают в основном ВГВ с групповой скоростью, меньшей скорости звука, и ВГВ достигают верхней атмосферы значительно позже начального акустического импульса [108]. Эти ВГВ создают волновые поля, показанные на рисунках 4.2(а) и 4.2(б).

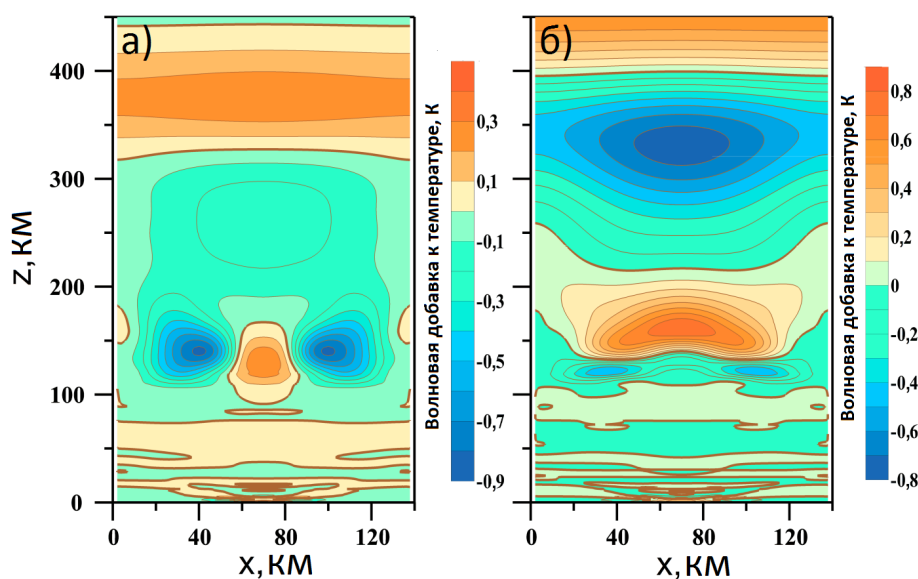


Рисунок 4.2 — Сечение вертикальной плоскостью температурных возмущений (0K) от источника, показанного на рисунке 20 на момент времени $t = 30$ минут (а) и $t = 45$ минут (б)

Локализованный источник волн, заданный соотношением (4.1), может соответствовать области локальной конвекции, которая генерирует возрастающие по амплитуде инфразвуковые и внутренние гравитационные волны.

В тропосфере поле давления зависит от горизонтальной координаты, располагающейся вдоль поверхности земли. В связи с этим, приземные вариации давления могут быть не локализованы в пространстве и времени. Источник волн (4.1) дает волновую картину от локального источника волн. Этого достаточно, чтобы продемонстрировать способность модели «AtmoSym» вычислять вертикальное распространение волн от вариаций давления на нижней границе.

Более реалистичные поля давления на поверхности Земли для численного моделирования можно получить с применением данных наблюдений на сети микробарографов.

4.2 Вертикальное распространение в верхнюю атмосферу акустико-гравитационных волн от атмосферных фронтов в московском регионе

В [86], [87], [126] отмечается, что метеоисточники возбуждают сравнительно короткопериодные атмосферные волны. Пространственно-временная картина и спектр рассчитанных в этих работах волновых процессов хорошо согласуются с наблюдениями. Тем не менее, амплитуды генерируемых волн сложно оценить, так как недостает детальной информации о самих тропосферных волновых источниках [71]. Оценка амплитуд атмосферных волн, распространяющихся от тропосферных источников в верхнюю атмосферу, необходима не только для изучения самих волн и их характеристик, но и для исследования влияния этих волн на различных высотных уровнях в верхней атмосфере.

Численный эксперимент с использованием экспериментальных данных [14], [13], [22], [25], [27] полученных на сети микробарографов, позволяет оценить амплитуды температурных возмущений в верхней атмосфере, вызванные распространением инфразвуковых волн и ВГВ от вариаций давления на поверхности Земли.

При задании граничного источника для численного моделирования вертикального распространения волн были использованы данные наблюдений вариаций атмосферного давления, полученные на четырех микробарографах ИФА им. А.М. Обухова РАН, расположенных в московском регионе (рис.4.3) в 2016 году. Вариации атмосферного давления регистрируются в диапазоне частот от 10⁻⁴ Гц до 3 Гц. Данные за год были обработаны и выделены случаи, когда амплитуды вариаций давления существенно превышали фоновые. Амплитуда вариаций давления в отдельные моменты 17-18 июля 2016 года превышала среднюю за 2016 год в 30 раз. Данные вариаций давления за эти дни и были выбраны для выполнения численных расчетов. На рис. 4.4 показаны графики вариаций давления, регистрируемых четырьмя микробарографами 17-18 июля 2016 года.

Полученные частотные спектры (рис.4.5) вариаций давления показывают, что в эксперименте наблюдаются колебания с частотами характерными как для инфразвука, так и для внутренних гравитационных волн.

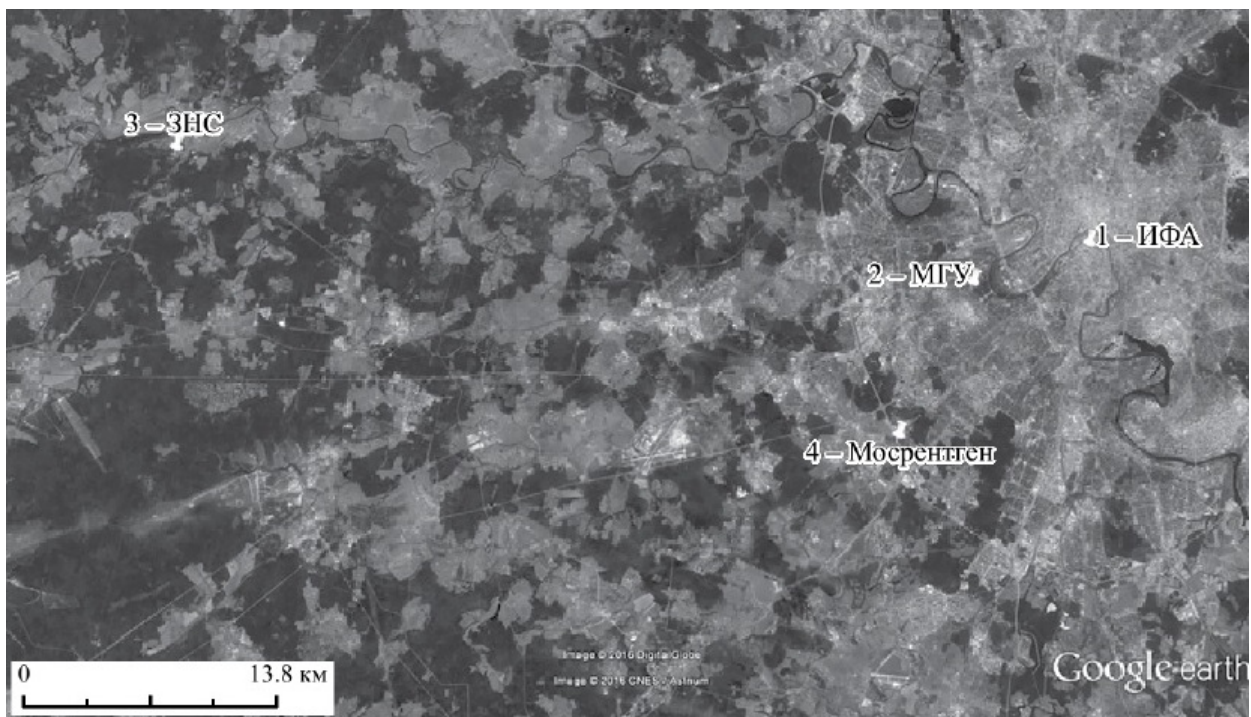


Рисунок 4.3 — Расположение микробарографов в Московском регионе

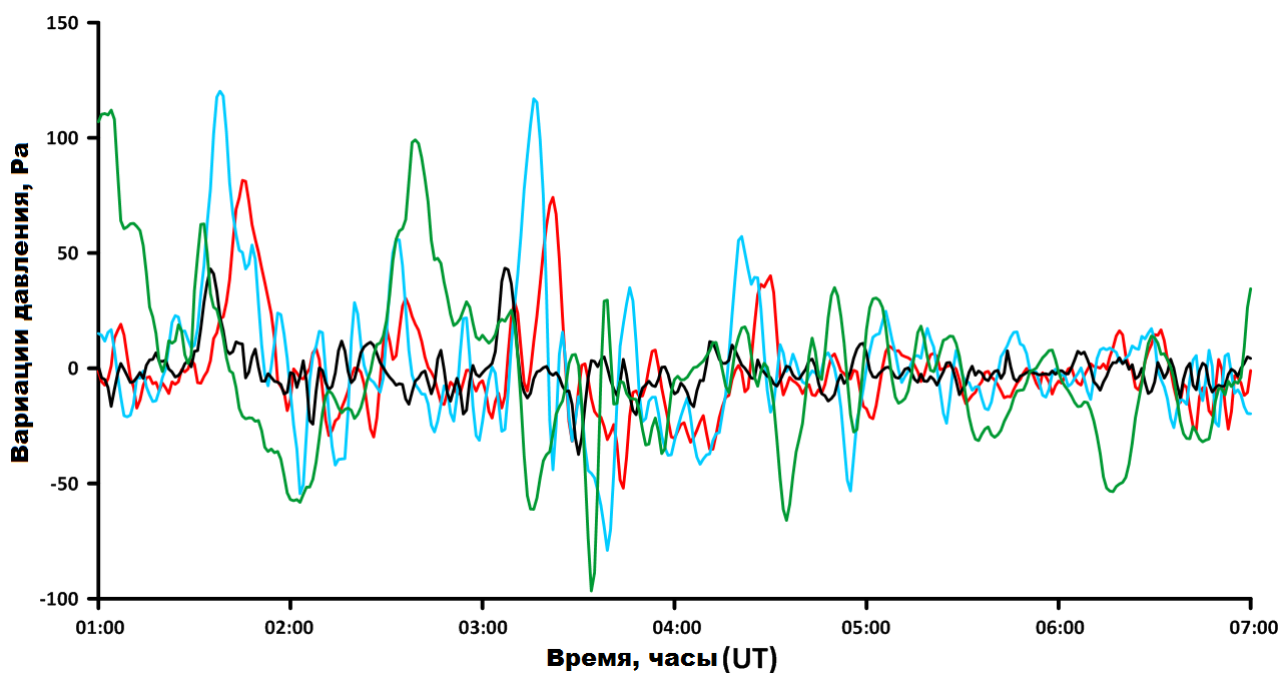


Рисунок 4.4 — Изменение давления на 4х станциях в г. Москве и окрестностях 18 июля 2016 года: красная линия –ИФА, голубая линия – МГУ, черная линия – МосРентген, зеленая линия – ЗНС.

Для анализа региональной метеорологической обстановки в нижней атмосфере в исследуемый период (рис.4.6) использовались данные наблюдений, доступные в базе данных MERRA-2[127].

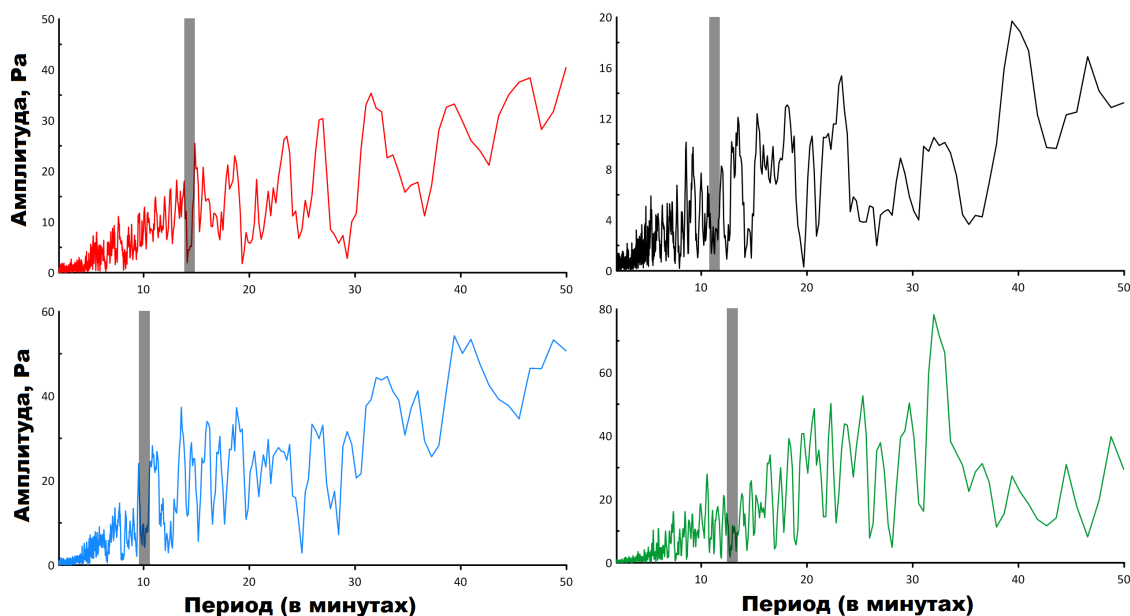


Рисунок 4.5 — Частотный спектр для вариаций давления для 4 х станций в г. Москве и окрестностях 17 июля 2016 года: красная линия – ИФА, голубая линия – МГУ, черная линия – МосРентген, зеленая линия – ЗНС.

Известно, что приход циклонов сопровождается интенсивным образованием облаков [128]. На рисунке 4.6 представлены изображения, полученные с использованием Системы данных и информации NASA (EOSDIS) и визуализированные NASA Worldview [129]. Они демонстрируют облачную обстановку в тропосфере в исследуемом регионе и показывают, что существуют движения вихревого типа. Это начальные этапы формирования циклона, центр которого будет расположен на территории Украины 22 июля 2016 года.

Прибытие атмосферного фронта и циклона - обычное метеорологическое явление, но иногда оно сопровождается штормом и шквальным ветром. Таким образом, вариации давления, полученные на микробарографах, вероятно, могут быть ассоциированы с наблюдаемыми метеоявлениями, соответствующие развитой неустойчивости в атмосфере при распространении атмосферного фронта. Полученные давления можно однозначно связать с прохождением атмосферного фронта. Другие, схожие по выделению энергии источники волн, вероятно, можно исключить из рассмотрения.

В численных расчетах распределение поля давления в окрестности каждого из 4 микробарографов аппроксимируется функцией:

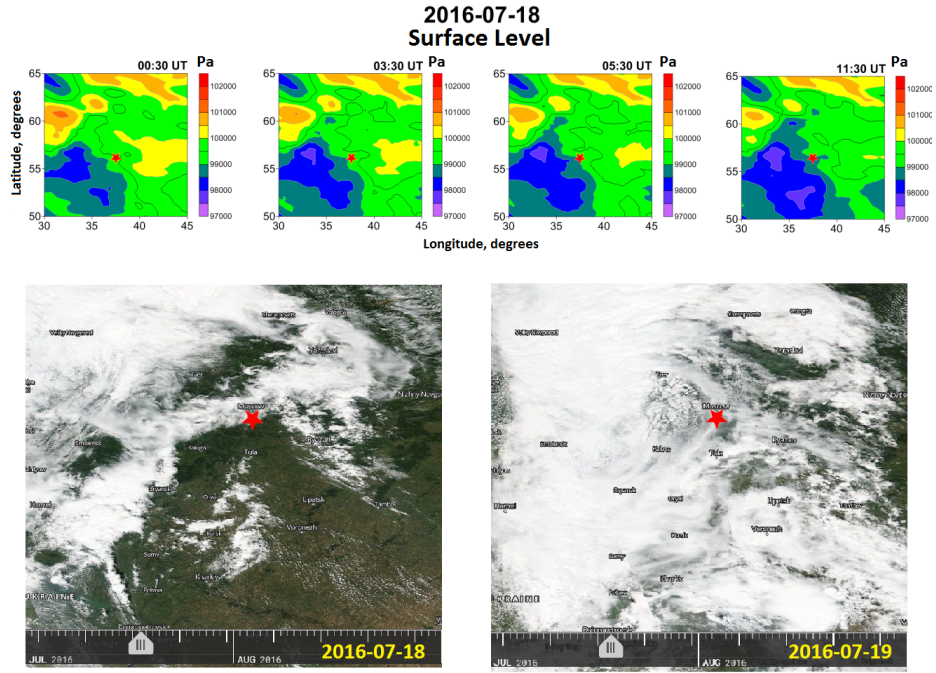


Рисунок 4.6 — Данные наблюдений, доступные в базе данных MERRA-2, о приземном давлении для 18 июля 2016 года и данные NASA (EOSDIS) [129]

$$f_{p,i}(x,y,t) = \exp\left(-\left(\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{\lambda^2}\right)\right) q_i(t+t_0). \quad (4.2)$$

Здесь параметр λ характеризует эффективную ширину вводимого граничного источника, значения (x_i, y_i) задают координаты микробарографа с номером i , а функция $q_i(t)$ описывают поведение волновой добавки к фоновому давлению на i -ом микробарографе, и строятся на основе интерполяции оцифрованных с 12-секундным шагом данных колебания атмосферного давления. Параметр λ определяется эмпирически, на основе исследования корреляции показаний микробарографов, в зависимости от расстояния между ними. Если микробарографы расположены достаточно часто, то расчеты не критичны к значению параметра λ . Параметр t_0 введен в (4.2) для обозначения момента времени, предшествующего времени появления максимальной амплитуды колебаний давления.

Результирующее поле вариаций атмосферного давления получается суммированием этих отдельных полей $f_{p,i}(x,y,t)$, соответствующих вариациям давления в окрестности каждого микробарографа:

$$f_p(x,y,t) = \sum_{i=1}^4 f_{p,i}(x,y,t)\eta(t)(1 - \exp(\frac{-t}{\tau})) \quad (4.3)$$

Однако, если в любой из точек земной поверхности результат суммирования гауссовых функций $\exp(-(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{\lambda^2}))$, описывающих пространственное распределения поля давления в окрестности каждого микробарографа, превышает единицу, то в этой точке функция $f_p(x,y,t)$ из (4.3) делится на $\sum_{i=1}^4 \exp(-(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{\lambda^2}))$, где суммирование производится по всем микробарографам сети наблюдений. Это связано с тем, что в этом случае вводимые в окрестности каждого микробарографа аппроксимирующие поля $f_p(x,y,t)$ перекрываются.

Функция Хевисайда $\eta(t)$ в (4.3) введена, чтобы включить источник при $t = 0$, а множитель $(1 - \exp(\frac{-t}{\tau}))$ введен, чтобы убрать переходные эффекты, обусловленные резким включением источника; $\tau=300$ сек.

Размер расчетной области в горизонтальной плоскости подбирается экспериментально. Для сравнения проведены расчеты для двух областей 1020×1020 километров и 1320×1320 километров. Результаты показали, что периодические условия на интересующие характеристики волн влияют слабо.

Полученное в ходе численных расчетов поле температуры и вертикальной скорости через 7 минут после «включения» источника показано на рис. 4.7(а). Здесь амплитуды волн пока еще малы. Волны создаются совокупностью четырех граничных источников, и волновое поле вблизи источников несимметрично. Однако по мере удаления волн от источников, генерируемые различными источниками волны интерферируют таким образом, что волновое поле приобретает вид волнового поля от единого точечного источника. Это объясняется тем, что центры введенных источников $f_p(x,y,t)(x,y,t)$ на нижней границе, соответствующих различным микробарографам, находятся близко друг к другу; расстояние между источниками в среднем 15 км и не превышает 54 км. В то время как радиус кривизны волнового фронта в расчетах на рисунке 4.7(а,г) около 150 км, что значительно больше расстояния между отдельными источниками. Поэтому совокупность отдельных источников проявляет себя на значительном расстоянии как единый точечный источник. По характеру волновой картины можно предположить, что источник расположен в атмосфере, на некоторой высоте над

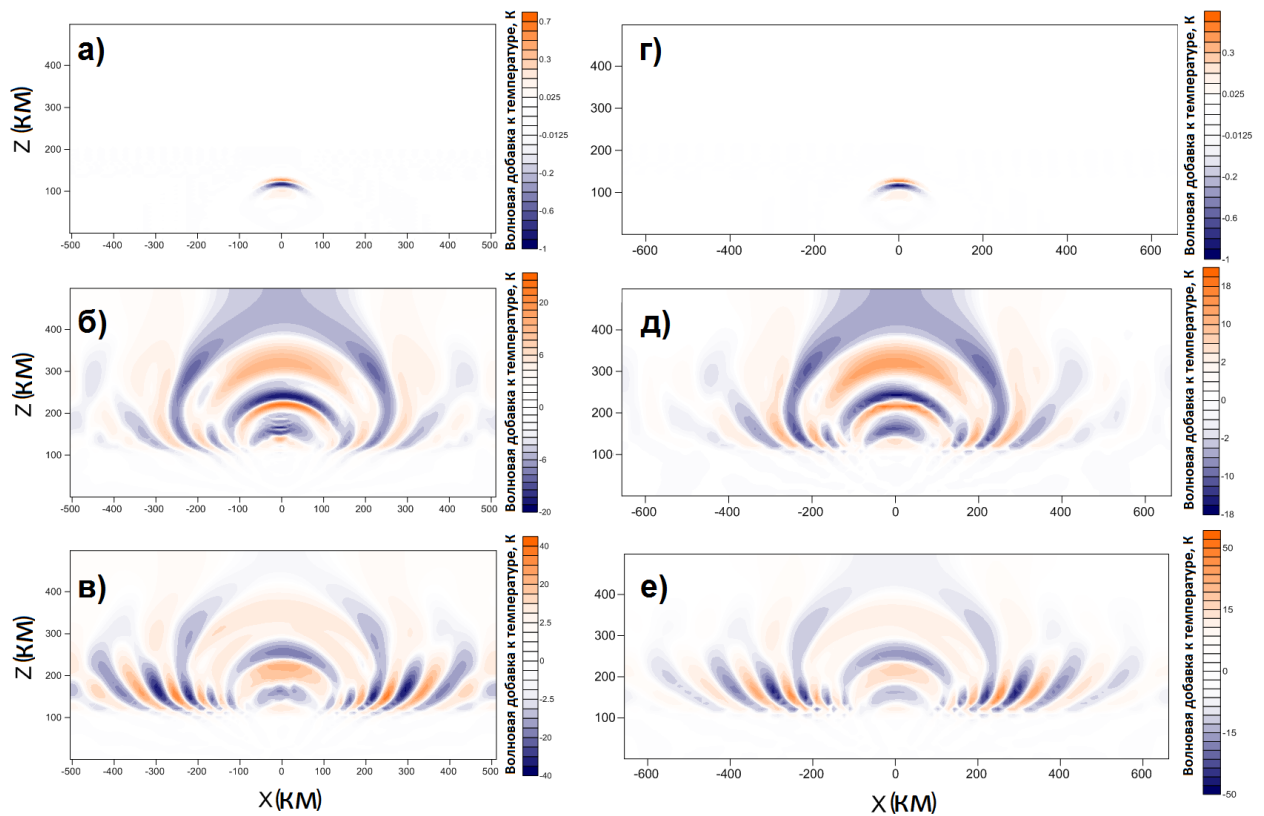


Рисунок 4.7 — Сечение плоскостью $y=0$ поля температуры при $t=7$ мин.(а), $t=40$ мин. (б), $t=55$ мин.(в) для области 1020×1020 километров и сечение плоскостью $x=0$ поля температуры при $t=7$ мин.(г), $t=40$ мин.(д), $t=55$ мин.(е) для области 1320×1320 километров.

поверхностью Земли. Однако реально волны распространяются от поверхности Земли. Мы наблюдаем на всех временах, обозначенных на рис. 4.7, в основном акустические волны и короткие внутренние гравитационные волны.

Волновая картина становится развитой, но она, как и на предыдущих рисунках 4.7(а,г), формируется преимущественно акустическими волнами и короткими внутренними гравитационными волнами, распространяющимися от источника на поверхности Земли. Волновая картина симметрична. Не смотря на то, что в эксперименте задано 4 источника, полученная волновая картина выглядит так, будто бы волны распространяются от точечного источника. Это наблюдение полезно, поскольку подсказывает возможность заменить источник волн со сложной пространственной структурой на точечный и значительно сократить объем вычислений, переходя от использования трехмерной модели к значительно более экономичной трехмерной центрально-симметричной модели.

Из рис. 4.7 видно, что в течение первого часа амплитуда волновых колебаний температуры постепенно растет и достигает 40 К. для меньшей области и 50 К для области 1320×1320 километров.

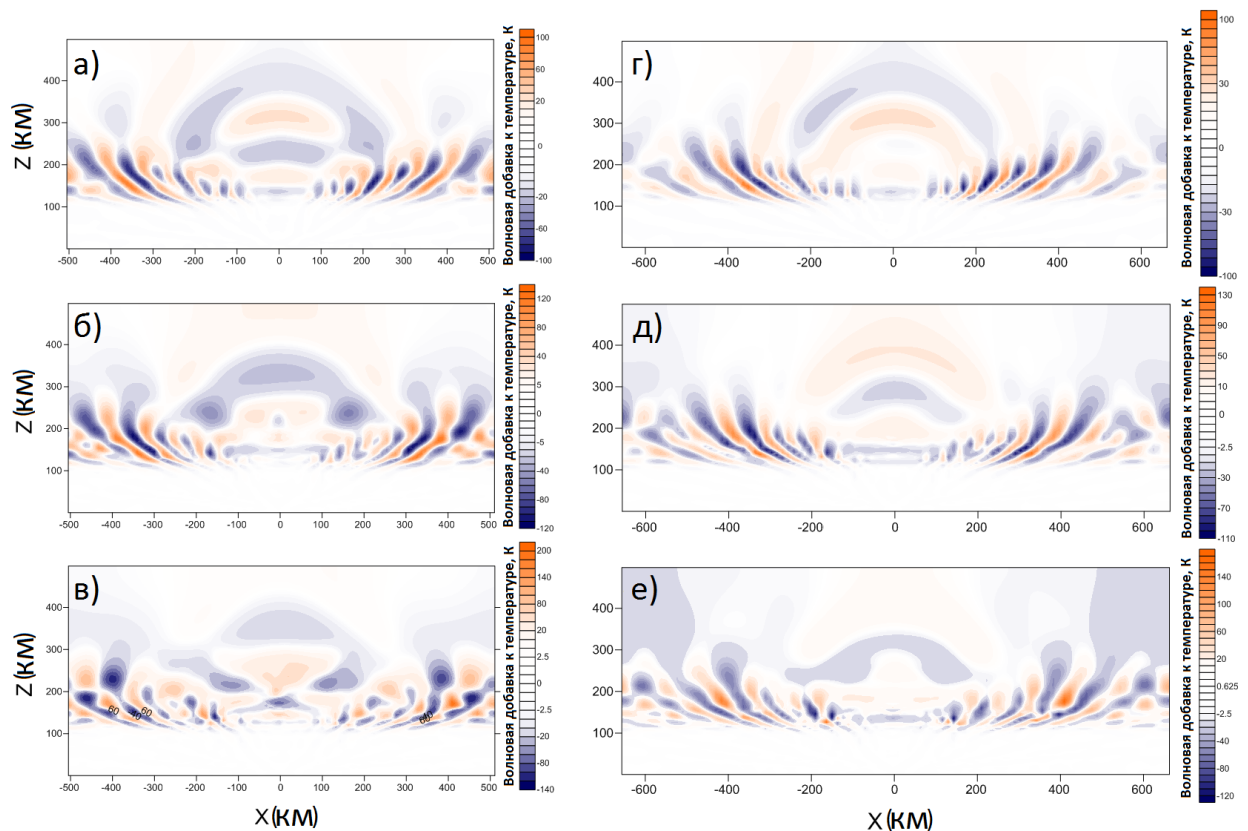


Рисунок 4.8 — Сечение плоскостью $n=0$ поля температуры при $t=1$ час 30 мин.(а), $t=2$ часа (б), $t=2$ часа 30 минут мин.(в) для области 1020×1020 километров и сечение плоскостью $x=0$ поля температуры при $t=1$ час 30 мин. (г), $t=40$ мин.(д), $t=55$ мин. (е) для области 1320×1320 километров.

Значительного влияния конечности расчетной области не чувствуется, поскольку амплитуда вновь приходящих волн растет, в то время как ранее возникшие волны постепенно затухают.

На рис. 4.8 показано поле возмущений температуры через 1 час 30 минут, 2 часа, 2 часа 30 минут после включения источника. Амплитуда волновых колебаний температуры постепенно растет до 200 К. Существенных различий между областями в волновых картинах не наблюдается. Возникшие волны имеют существенно разнообразные масштабы. У возмущений малых масштабов размер полуволны около 50 километров. У возмущения наибольшего масштаба размер полуволны равен примерно 600 км. Основной нагрев среды волнами имеет место на высотах 100-200 километров и горизонтальная структура возмущения на этих высотах очень изменчива. Нагрев среды существенен также на высотах

выше 300 километров, на расстояниях по горизонтали до 250-300 километров от центра источника.

Таким образом, расчеты с использованием экспериментальных данных, полученных на сети микробарографов, показали, что амплитуда возбуждаемых в верхней атмосфере температурных волновых возмущений может достигать около $T=200$ К. Реальное время произведенных расчетов не превышает 3-х часов, и волновые возмущения в верхней атмосфере можно отнести к инфразвуковым волнам и сравнительно высокочастотным внутренним гравитационным волнам (за время расчетов низкочастотные внутренние гравитационные волны не успевают распространиться до высот более 120 километров). Сравнение рассмотренного случая экстремальных колебаний давления со среднестатистическими волновыми колебаниями давления на поверхности Земли дают оценку амплитуды типичных колебаний температуры, обусловленных распространением инфразвуковых волн и ВГВ снизу, примерно как $T = 4-5$ К.

Также расчет показал, волны создаются совокупностью четырех граничных источников у поверхности Земли, и волновое поле вблизи источников несимметрично. Однако по мере удаления волн от источников, генерируемые различными источниками волны интерферируют таким образом, что волновое поле приобретает вид волнового поля от некоторого единого точечного источника. Поэтому совокупность отдельных источников проявляет себя на значительных расстояниях как некоторый единый точечный источник. Это наблюдение привело к идее использования в расчетах необычных граничных условий, описанию и использованию которых посвящён следующий раздел данной главы.

4.3 Непериодические граничные условия для расчета атмосферных волн

Поскольку численные расчеты могут выполнены только для конечной области атмосферы, которую обозначим $\Omega(\Omega = [0, L_h] \times [0, L_y] \times [0, h])$, то необходимо сформулировать какие-то условия на горизонтальных границах области Ω . Эти условия на горизонтальных границах расчетной области Ω продиктованы не физическими соображениями, а невозможностью выполнить расчеты для атмо-

сферы в целом вследствие использования мелкой сетки и вытекающего большого объема расчетов. Поэтому вместе с вводимыми искусственными границами по горизонтали расчетной области немедленно возникает вопрос о влиянии этих вводимых искусственных границ на результаты расчетов и о способах уменьшения влияния этих границ на расчеты. Очевидно, чем больше время расчетов, тем вероятнее нежелательное воздействие введенных границ по горизонтали на результаты.

С целью изучения влияния искусственных горизонтальных границ на результаты численного моделирования, расчеты выполнены для различных областей Ω и с граничными условиями двух различных типов на горизонтальных границах вычислительной области $\Omega = [0, L_h] \times [0, L_y] \times [0, h]$. Первоначально расчеты были выполнены с периодическими условиями на горизонтальных границах, представленных ранее (2.12). Периодические граничные условия имеют тот недостаток, что при такой постановке задачи волна, выходящая, например, через левую границу расчетной области заходит через правую. Однако при этом путь пройденный волной плавно растет и амплитуда распространяющейся от источника волны постепенно падает вследствие сферической, а на больших временах цилиндрической расходимости. Поэтому при достаточно больших размерах расчетной области влияние конечности расчетной области на характеристики волн, такие как характерные частоты волн, пространственные масштабы, амплитуда, не сильное.

Как было показано в предыдущей подглаве - источники интерферируют таким образом, что волновое поле приобретает вид волнового поля от некоторого единого точечного источника. Несмотря на то, что большая часть результатов расчетов была представлена выше, для наглядности покажем рисунок 4.9, который демонстрирует изменения поля температуры и горизонтальной скорости.

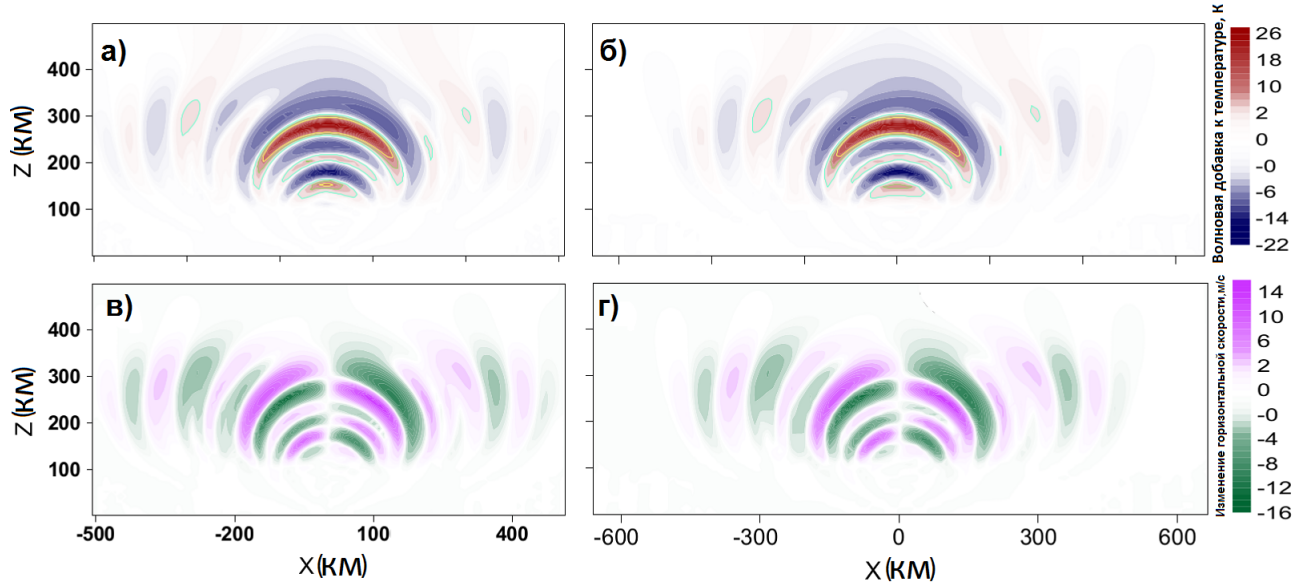


Рисунок 4.9 — Сечение плоскостью $y=0$ поля возмущений температуры при $t=20$ мин. для области 1020×1020 километров (а), то же самое для области 1320×1320 километров. (б). Сечение плоскостью $y=0$ поля горизонтальной скорости для области 1020×1020 километров (в), То же самое для области 1320×1320 километров (г).

Данный результат привел к идее использования в расчетах необычных граничных условий следующего вида

$$\begin{aligned}
 u(x=L_x, y, z, t) &= -u(x=0, y, z, t), & u(x, y=L_y, z, t) &= u(x, y=0, z, t), \\
 v(x=L_x, y, z, t) &= v(x=0, y, z, t), & v(x, y=L_y, z, t) &= -v(x, y=0, z, t), \\
 w(x=L_x, y, z, t) &= w(x=0, y, z, t), & w(x, y=L_y, z, t) &= w(x, y=0, z, t), \\
 \rho(x=L_x, y, z, t) &= \rho(x=0, y, z, t), & \rho(x, y=L_y, z, t) &= \rho(x, y=0, z, t), \\
 T(x=L_x, y, z, t) &= T(x=0, y, z, t), & T(x, y=L_y, z, t) &= T(x, y=0, z, t). \\
 P(x=L_x, y, z, t) &= P(x=0, y, z, t), & T(x, y=L_y, z, t) &= T(x, y=0, z, t).
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Граничные условия (4.4) учитывают, что на больших расстояниях волны от рассматриваемого нами сложного источника выглядят как волны, распространяющиеся из единого точечного центра, что показывает рисунок 4.9. Это проявляется в том, что на больших расстояниях поля скалярных величин (температуры, плотности) симметричны относительно центра источников, в то время как горизонтальная скорость на больших расстояниях ведет себя антисиммет-

рично. То есть, горизонтальная скорость имеет противоположные направления на противоположных границах расчетной области Ω .

Граничные условия (4.4) имеют то преимущество, что они учитывают естественное убегание волн за границы расчетной области. Заранее не известно, на какое расстояние распространяются волны от метеорологических источников в течение планируемых нескольких часов расчетов в реальном времени. Известно, что инфразвуковые волны способны за один час преодолевать расстояние более тысячи километров в нижней атмосфере и более двух тысяч километров в верхней атмосфере. Объем компьютерных расчетов растет по квадратичному закону с размером расчетной области по горизонтали. При горизонтальном размере расчетной области в несколько тысяч километров он оказывается очень большим, даже для расчетов на мощном суперкомпьютере. Поэтому мы вынуждены искать способы уменьшения объема компьютерных расчетов, и граничные условия (4.4) позволяют разумно это сделать.

Однако граничные условия (4.4) имеют недостаток: они не позволяют учитывать влияние ветра на распространение волн. Исследование влияния ветра на распространение волн планируется в дальнейшей работе, когда многие детали распространения волн, в том числе необходимый размер расчетной области, зависящий от времени выполнения расчетов.

Далее будут представлены результаты расчетов как с граничными условиями (2.12), так и с граничными условиями (4.4), и будет выполнено сравнение результатов расчетов. Это позволит понять влияние конечности расчетной области на результаты расчетов и как необходимый размер расчетной области связан с длительностью расчетов в реальном времени.

4.4 Результаты моделирования распространения волн от неустойчивостей на атмосферном фронте

Расчеты для $t = 1$ час 1 минута с периодическими условиями (2.12) для двух областей (1020×1020 километров и 1320×1320 километров) показаны на Рис. 4.10 (а,б). Из рис. 4.10 (а,б) видно, что в течение первого часа амплитуда волновых колебаний температуры постепенно растет и достигает 60-70 К. Ма-

лое различие графиков 4.10(а, б) объясняется тем, что время расчетов небольшое, и отражение волн от границ не успевает проявить себя. На Рис. 4.10(в) показаны результаты расчетов распространения волн с граничными условиями (4.4) для $t=1$ час. График 4.10(в) соответствует времени на одну минуту меньшему, чем 4.10(а, б). Мы видим на рис. 4.10(а,б) в точности ту же волну, что на рис. 4.10(в), но распространившуюся выше. То, что различие во времени только в одну минуту привело к заметному отличию графиков 4.10(б) и 4.10(в), несомненно, указывает, что волновая картина сформирована преимущественно акустическими (инфразвуковыми) волнами, так как для внутренних гравитационных волн разница в 1 минуту практически не имеет значения.

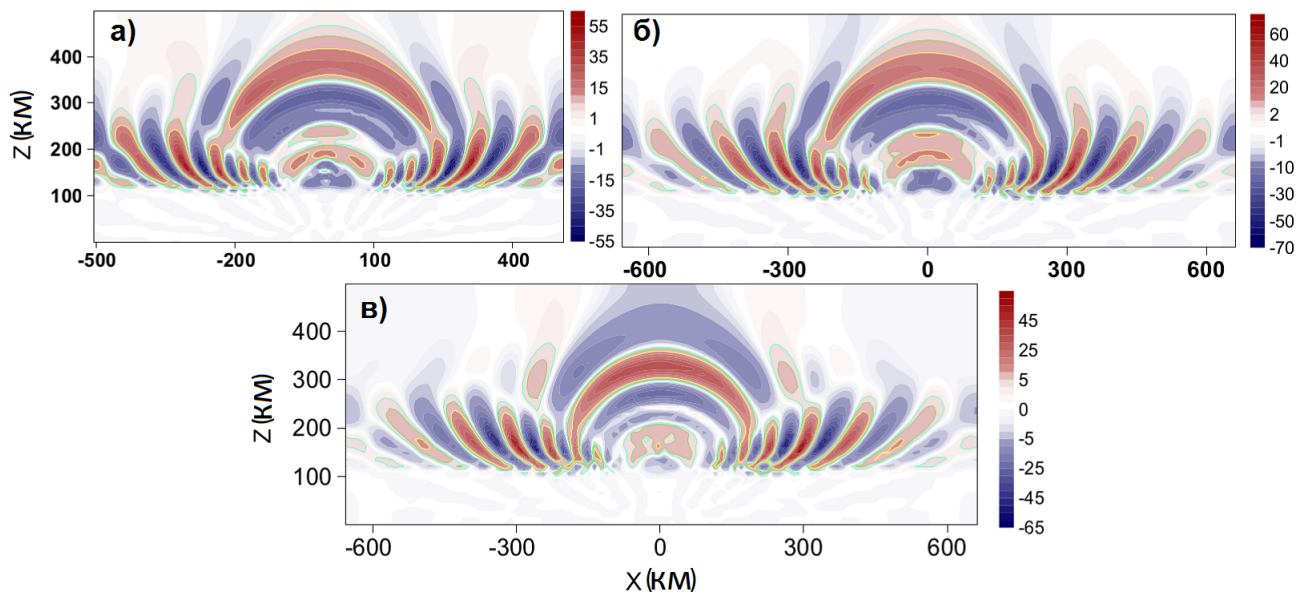


Рисунок 4.10 — Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 1 минута, расчеты выполнены при граничных условиях (2.12) для областей 1020×1020 километров и 1320×1320 километров, соответственно (а,б). Сечение вертикальной плоскостью поля температуры при $t=1$ час для области 1320×1320 километров, расчеты выполнены при граничных условиях (4.4) (в).

По характеру волновой картины можно предположить, что источник расположен на некоторой высоте над поверхностью Земли. Однако реально волны распространяются от поверхности Земли.

Вероятно, на высотах около 200 км реализуется волноводный режим распространения волн, изученный в [75]. В волновод в основном попадают акустические волны.

На рис. 4.11(а,б) показано волновое поле через 1 час 31 минуту после включения источника волн; расчеты выполнены с граничными условиями (2.12). Амплитуда температурного волнового возмущения в верхней атмосфере примерно 100К, амплитуда горизонтальной скорости примерно 60 м/сек. Обращает на себя внимание факт, что волновая картина Рис. (2.12)(б) для горизонтальной скорости антисимметрична вдали от центра, несмотря на то, что граничные условия (2.12) определяли симметричное поведение горизонтальной скорости у горизонтальных границ. Это прямо указывает на то, что влияние граничных условий (2.12) по горизонтали на расчеты при $t=1$ час 30 мин. все еще пренебрежимо мало.

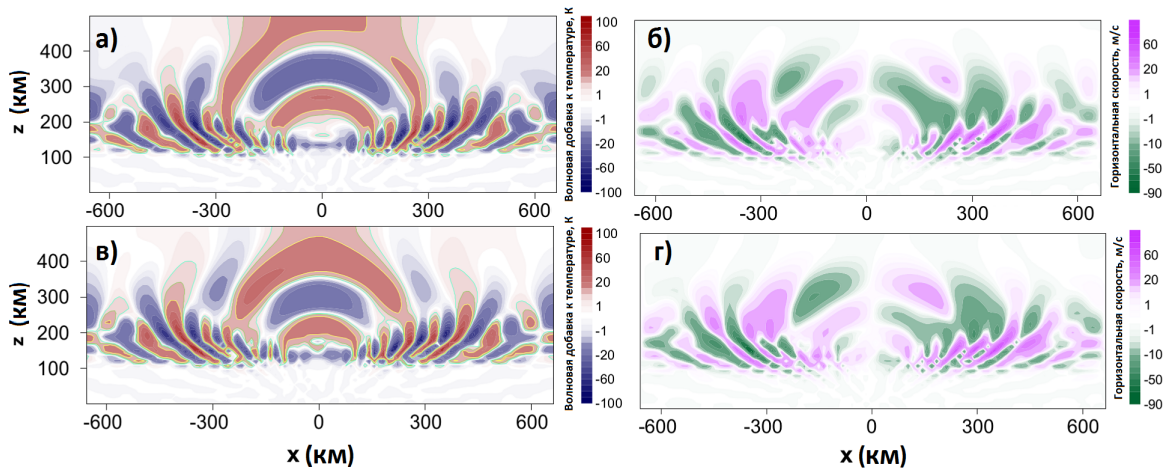


Рисунок 4.11 — Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 31 минут при граничных условиях (2.12) (а). Сечение плоскостью $y=0$ поля горизонтальной скорости при $t=1$ час 31 минут при граничных условиях (2.12) (б). Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 30 минут при граничных условиях (4.4)(в). Сечение вертикальной плоскостью поля горизонтальной скорости при $t=1$ час 30 минут при граничных условиях (4.4) (г).

На Рис.4.11(в,г) показано распространение той же волны, что и на рис 4.11(а,б), но на одну минуту раньше. Видно, что за 1 минуту волна распространилась примерно на 50 км вверх. Высокая скорость распространения волн и сам факт, что за 1 минуту волновая картина существенно изменилась, ясно указывают на то, что наблюдаемая волновая картина сформирована преимущественно акустическими (инфразвуковыми) волнами. Для внутренних гравитационных волн различие во времени только в 1 минуту несущественно.

На Рис. 4.12 видно, что при $t=1$ час 40 мин. расчеты с различными условиями на горизонтальных границах дают практически один и тот же результат. Однако в центре волновой картины появились небольшие различия. Интересно отметить, что условия расчетов Рис.4.11 различаются только на горизонтальных границах, но различия в волновой картине появились прежде всего в центре области вдали от границ.

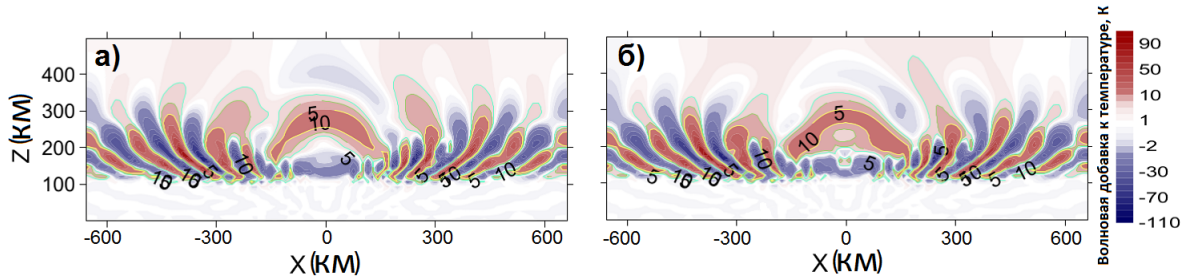


Рисунок 4.12 — Поле возмущений температуры при $t=1$ час 41 мин. с граничными условиями (2.12) (а). То же самое с граничными условиями (4.4) (б).

На Рис. 4.13 показаны волновые поля возмущений температуры для моментов времени $t=1$ час 50 минуты, 1 час 59 минут, 2 часа 11 минут, 2 час 14 минут, 2 час 31 минуту. В левой колонке показаны результаты расчетов с граничными условиями по горизонтали (2.12), а в правом с граничными условиями (4.4). Прежде всего, отметим существенное различие графиков левого столбца от графиков правого столбца, нарастающее со временем для предъявленных рисунков, что несомненно свидетельствует о влиянии конечности расчетной области Ω на результаты расчетов. Вопрос о влиянии конечности области Ω и введенных условий на горизонтальных границах области Ω на результаты моделирования будет обсуждаться ниже.

Отметим также, что волновая картина Рис. 4.13 видимо, создана в основном акустическими (инфразвуковыми) волнами. В доказательство сравним волновые поля рис. 4.13(в,з) с волновыми полями 4.13(г,и); они отличаются весьма существенно, но представленные картинки отстоят во времени только на 3 мин. Для внутренних гравитационных волн 3 минуты — небольшое время, и только акустические (инфразвуковые) волны могут обеспечить существенное изменение волновых картин за столь малое время.

Хотя конечность расчетной области Ω на рассматриваемых больших временах уже влияет на волновые поля, тем не менее, амплитуды волн не зависят

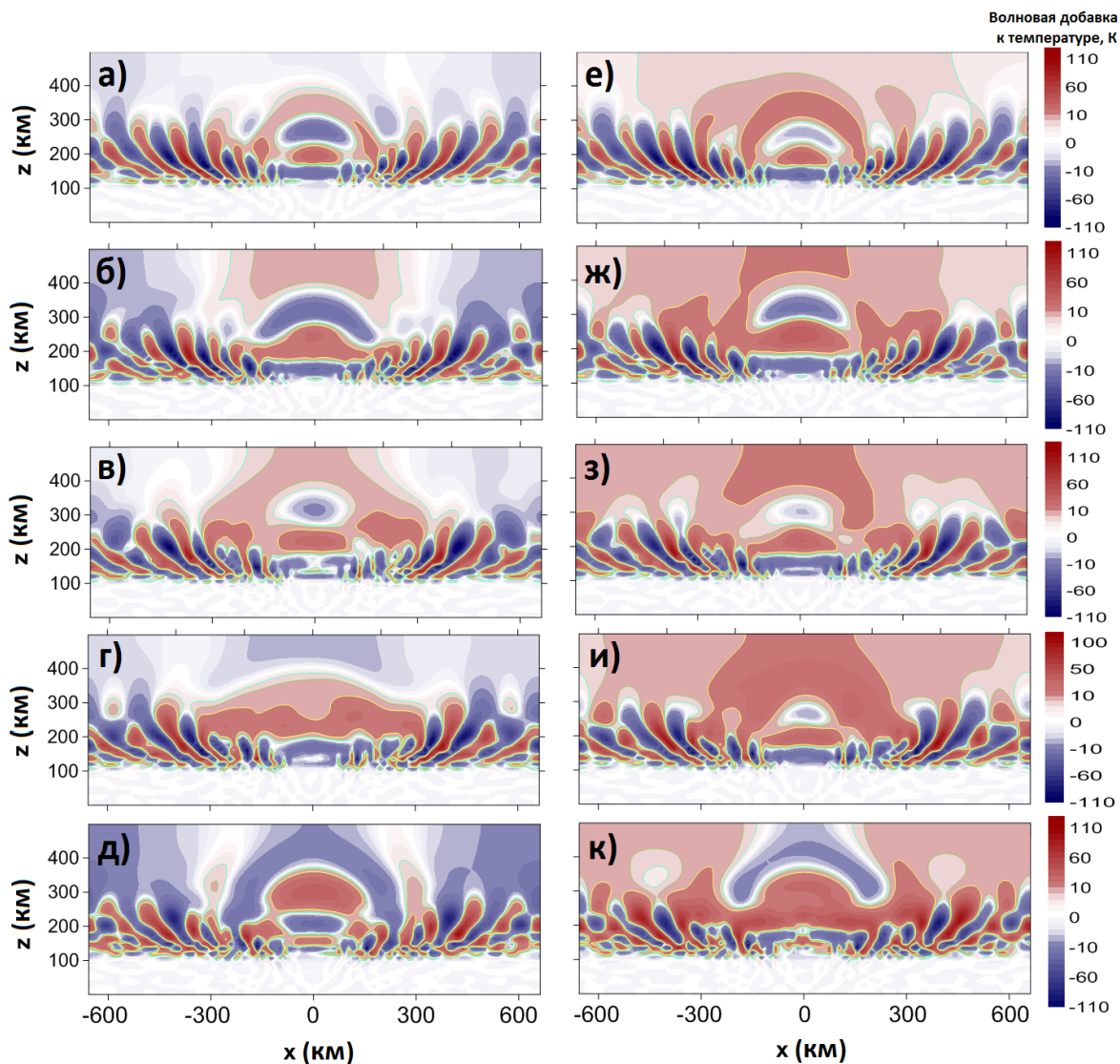


Рисунок 4.13 — Сечение поля возмущений температуры $t=1$ час 50 минут(а), 1 час 59 минут(б), 2 часа 11 минут(в), 2 часа 14 минут(г), 2 часа 31 минут(д), Расчеты выполнены с граничными условиями (2.12). То же самое для расчетов с граничными условиями (4.4) – (е), (ж), (з), (и), (к)

от того, какие граничные условия по горизонтали мы использовали, (2.12) или (4.4). Амплитуды волн стабилизировались и равны примерно 100К для температурных возмущений и 60 м/сек для горизонтальной скорости. Конечность области Ω начинает влиять на амплитуды волн существенно позже, потому что длины волн много меньше размеров расчетной области Ω .

Левый столбец на рисунке 4.13 соответствует расчетам с периодически граничными условиями (2.12); эти граничные условия должны приводить к отражению волн от горизонтальных границ. Однако мы не видим в верхней атмосфере хорошо знакомой картины отражения волн, вероятно, потому что

источник волн расположен внизу у поверхности Земли и отраженные волны распространяются назад-вверх, а не просто назад. Кроме этого, в верхней атмосфере очень велика роль вязкости и теплопроводности, что делает картину отражения волн нечеткой.

В правой колонке Рис. 4.13 мы видим обширные нагретые области атмосферы, то есть, нагрев среды волнами, в то время как в левой колонке нагрева волнами нет. Различие очевидно связано с отличием граничных условий по горизонтали в расчетах. Нагрев среды волнами на правых графиках Рис.4.13 не является неустойчивостью граничной задачи (4.4), поскольку он возникает не на горизонтальных границах области Ω , а в центре расчетной области, и распространяется к границам. Кроме этого, неустойчивости нарастают, в то время как нагрев на графиках правой колонки Рис.4.13 достиг некоторого порога (примерно 15 К в области шириной 500 километров и 5 К в области шириной 1000 км над источником волн), и температура стабилизировалась. Нагретая область ведет себя как волновое возмущение и временами температура газа в нагретой области может падать, оставаясь, однако, выше фоновой. Эти особенности указывают, что появление нагретой области выше 300 километров, изображенной в правой колонке рис. 4.13, вероятно связано с приходом очень длинных акустических (инфразвуковых) волн. С ростом высоты роль вязкости и теплопроводности быстро нарастает, и короткие волны не могут существовать на высотах порядка 300 километров и выше. Известно, что акустические волны быстро распространяются, и возникновение нагретой области спустя большое время после включения источников волн требует объяснения.

Рассмотрим хорошо известное дисперсионное соотношение для атмосферных акустических волн, которое приближенно можно записать в виде

$$\omega_s^2 = c_s^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 + \frac{1}{4H^2}), \quad (4.5)$$

где $c_s = \sqrt{\gamma g H}$ скорость звука, H высота однородной атмосферы и k_x, k_y, k_z компоненты волнового вектора. Из (4.5) следует, что для очень длинных инфразвуковых волн вертикальная компонента групповой скорости равна

$$\frac{\partial \omega_s}{\partial k_z} = \frac{c_s^2}{\omega} k_z \approx 2H k_z c_s. \quad (4.6)$$

Видно, что при очень малых k_z волна распространяется очень медленно, что и объясняет поздний приход волн.

Что касается отсутствия столь длинных волн в левой колонке графиков Рис.4.13, то, в силу центрального расположения источников волн, горизонтальная скорость в волне должна вести себя антисимметрично. Однако граничные условия (2.12) это запрещают, и такая специфическая длинная волна просто не вписывается в область Ω при условиях (2.12), что и объясняет отсутствие очень длинных волн на левых графиках Рис.4.13.

Явное отсутствие эффектов, вызванных распространением ВГВ, вероятно связано с наличием тропосферного квазиволновода, обусловленного температурным режимом в атмосфере. Предполагаемое время освобождения волн превышает время расчетов.

4.5 Основные выводы

Было исследовано вертикальное распространение волн над источниками их генерации. Даны оценки амплитуды волновых возмущений в верхней атмосфере, вызываемых экспериментально наблюдаемыми волновыми колебаниями давления. Показано, что амплитуда возбуждаемых в верхней атмосфере температурных волновых возмущений сначала постепенно растет до значений температуры превышающих $T=170$ К, потом несколько падает и стабилизируется в районе значений температурных возмущений $T=140$ К. Сравнение рассмотренного случая экстремальных колебаний давления со среднестатистическими волновыми колебаниями давления на поверхности Земли дают оценку амплитуды типичных колебаний температуры T , обусловленных распространением инфразвуковых волн снизу, примерно как $T = 4-5$ К. Установлено, что в создаваемых волновых возмущениях в верхней атмосфере лидирующая роль принадлежит инфразвуку. Амплитуда температурных волновых возмущений в верхней атмосфере равна 100К, амплитуда горизонтальной скорости 60 м/сек.

Исследовано влияние ограниченности расчетной области на результаты моделирования, в зависимости от времени расчетов. Показано, что вводимые горизонтальные границы расчетной области с течением времени могут суще-

ственно влиять на волновую картину, но часто они не влияют существенно на амплитуду волн. Волны от локальных источников волн на больших расстояниях выглядят как волны, распространяющиеся из единого центра. Это свойство использовано для постановки специфических граничных условий, моделирующих естественное убегание волн за границы расчетной области.

Заключение

1. В работе была поставлена и исследована краевая гидродинамическая задача о генерации волн переменным давлением на нижней границе. Доказана единственность решения поставленной задачи, предложен метод решения поставленной задачи. Полученный теоретический результат показал, что решение зависит от давления на нижней границе, но не зависит от деталей поведения температуры и плотности на границе, при условии, что они соответствуют одному и тому же давлению.
2. В соответствие с новой поставленной задачей была модифицирована трехмерная нелинейная численная модель атмосферных процессов «AtmoSym». Выполнены тестовые расчеты. Сравнение аналитического и численного решения показали хорошее согласие.
3. Теоретические исследования выявили, что у нижней границы плотность и температура могут изменяться скачком. Этот теоретический результат подтверждается численными расчетами. В нелинейном случае на скачке могут развиваться осцилляции, которые могут быть источником паразитных волн, то есть, создавать шумовые волны. Чтобы этому воспрепятствовать, при численном решении задачи у самой границы, было использовано линеаризованное уравнение для вертикальной скорости. Это допустимо, так как амплитуда волн у поверхности Земли очень мала.
4. Анализ результатов трехмерных расчетов волн от вариаций давления на нижней границе позволил поставить нестандартные граничные условия, учитывающие убегание волн за горизонтальные границы расчетной области, на горизонтальных границах расчетной области.
5. Используя разработанные методы и нелинейную модель атмосферных процессов, проведен цикл численных экспериментов с использованием данных наблюдений вариаций давления у поверхности Земли, ассоциированных с различными тропосферными источниками. Результаты моделирования хорошо согласуются с представлениями о вертикальном распространении волн в атмосфере. Выявлены особенности эффектов, вызванных распространением волн от таких источников:

- внутренние гравитационные волны преимущественно попадают в атмосферный волновод на высотах порядка 200 километров, в то время как инфразвуковые волны уходят на термосферные высоты, где начинают диссипировать;
- в нижней атмосфере в период солнечного затмения усиливаются процессы генерации инфразвуковых и внутренних гравитационных волн с периодами 4-10 минут. Такие волны, распространяясь практически вертикально, достигают высот термосферы и, вследствие процессов диссипации волн, возбуждают крупномасштабные возмущения с характерным периодом около 50 минут, распространяющихся в противоположном направлении, по отношению к направлению перемещения области терминатора солнечного затмения;
- амплитуда типичных колебаний температуры, обусловленных распространением инфразвуковых и внутренних гравитационных волн снизу, оценена в 4-5 К;
- в создаваемых волновых возмущениях в верхней атмосфере лидирующая роль принадлежит инфразвуку. Амплитуда температурных волновых возмущений в верхней атмосфере равна 100 К, амплитуда горизонтальной скорости 60 м/сек.

Список сокращений и условных обозначений

ВГВ - Внутренние гравитационные волны

КВ - Короткие волны

УКВ - Ультракороткие волны

ОНЧ - Очень низкие частоты

AtmoSym - Многомасштабная модель атмосферы от поверхности Земли до 500 километров

БФУ им. И. Канта - Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта

WRF - Weather Research and Forecasting Model, численная модель атмосферы прогноза погоды

LES - Large Eddy Simulation, метод моделирования турбулентных течений

DNS - Direct Numerical Simulation, метод прямого численного моделирования течений жидкости или газа

ECMWF - European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, Европейский центр среднесрочных прогнозов

ECSib - Климатическая модель атмосферы

MPI - Message Passing Interface, стандарт интерфейса для передачи информации

NCAR - National Center for Atmospheric Research, национальный центр атмосферных исследований Соединенных Штатов Америки

MM5 - Fifth-Generation Penn State/NCAR Mesoscale Model, региональная мезомасштабная модель, используемая для создания прогнозов погоды и климатических прогнозов

CCSM - The Community Climate System Model, глобальная климатическая модель

GFS - Global Forecast System, модель прогноза погоды

WRF-ARW - Advanced Research Weather Research and Forecasting Model, численная негидростатическая модель атмосферы (с возможностью гидростатического режима)

WRF-NMM - Nonhydrostatic Mesoscale Weather Research and Forecasting Model, негидростатическая мезомасштабная численная модель атмосферы прогноза погоды

NCEP - National Centers for Environmental Prediction, Национальные центры экологического прогнозирования

ГСМ ТИП - Глобальная самосогласованная модель термосферы, ионосферы и протоносферы

NICAM - Nonhydrostatic ICosahedral Atmospheric Model, негидростатическая икосаэдрическая модель атмосферы

GCRM - Global Cloud Resolving Model, глобальная облакоразрешающая модель

АГВ - Акустико-гравитационные волны

MSIS - The Mass-Spectrometer-Incoherent-Scatter, эмпирическая модель нейтральной атмосферы

IS17 - Инфразвуковая станция в Кот-д'Ивуаре

СТ - Солнечный терминатор

LT - Местное время

HWM - Horizontal Wind Model, модель горизонтального ветра

ИФА им. А.М. Обухова РАН - Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук

МГУ - Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

МосРентген - поселение в составе Новомосковского административного округа Москвы

ЗНС - Звенигородская научная станция Института физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук

UT - Всемирное время

Merra - Modern-Era Retrospective analysis for Research and Applications, база данных реанализа

NASA - National Aeronautics and Space Administration, Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства

EODIS Worldview - Система данных и информации Системы наблюдения Земли

Список литературы

1. *Григорьев Г. И.* Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. — 1999. — Т. 42, № 1. — С. 3–24.
2. *Francis S. H.* Global propagation of atmospheric gravity waves: a review // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 1975. — Vol. 1011–1054, no. 37.
3. Observational evidence of a saturated gravity wave spectrum in the troposphere and lower stratosphere / D. C. Fritts [et al.] // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1988b. — Vol. 45. — Pp. 1741–1759.
4. *J. Kim L. M.* Momentum transport by gravity waves // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1992. — Vol. 49. — Pp. 735–748. — DOI: 10.1175/1520-0469(1992)049,0735:MTBGW.2.0.CO;2.
5. *Ebel A.* Contributions of gravity waves to the momentum, heat and turbulent energy budget of the upper mesosphere and lower thermosphere // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. — 1984. — Vol. 46. — Pp. 727–737. — DOI: 10.1016/0021-9169(84)90054-0.
6. *Alexander M. J., Pfister L.* Gravity wave momentum flux in the lower stratosphere over convection // Geophysical Research Letters. — 1995. — Vol. 22, no. 15. — Pp. 2029–2032.
7. *Мингалев И., Федотова Е., Орлов К.* Влияние оптически толстых облачных слоев на нагрев атмосферы собственным излучением на средних широтах // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса. — 2017. — Т. 14, № 5. — С. 259–267.
8. *Rastogi K.* Radar studies of gravity waves and tides in the middle atmosphere: - a review // Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 1981. — Vol. 43. — P. 511. — DOI: 10.1016/0021-9169(81)90113-6.
9. *Гершман Б., Ерухимов Л., Яшин Ю.* Волновые явления в ионосфере и космической плазмы. — Москва : Наука, 1984. — 392 с.

10. *Jones T., Reynolds J.* Ionospheric perturbations and their effect on the accuracy of HF direction finders // *Radio Electron. Eng.* — 1975. — Vol. 45. — Pp. 63–73.
11. Исследование корректности задачи о распространении нелинейных акустико-гравитационных волн от переменного давления на нижней границе / Ю. А. Курдяева [и др.] // *Сиб. журн. вычисл. математики РАН. Сиб. отд-ние.* — Новосибирск. — 2017. — Т. 20, № 4. — С. 393–412. — DOI: 10.15372/SJNM20170404.
12. Correct boundary conditions for the high-resolution model of nonlinear acoustic-gravity waves forced by atmospheric pressure variations / Y. A. Kurdyeva [et al.] // *Pure and Applied Geophysics.* — 2018. — Vol. 175, no. 10. — Pp. 3639–3652. — DOI: <https://doi.org/10.1007/s00024-018-1906-x>.
13. Propagation to the upper atmosphere of acoustic-gravity waves from atmospheric fronts in the Moscow region / Y. Kurdyeva [et al.] // *Ann. Geophys.* — 2019. — Vol. 37. — Pp. 447–454. — DOI: <https://doi.org/10.5194/angeo-37-447-2019>.
14. Вертикальное распространение акустико-гравитационных волн от атмосферных фронтов в верхнюю атмосферу / Ю. Курдяева [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана.* — 2019. — Т. 55, № 4. — С. 3–12. — DOI: 10.31857/S0002-35155543-12.
15. Вертикальное распространение акустико-гравитационных волн из нижней атмосферы в период солнечного затмения / Ю. А. Дьяков [и др.] // *Химическая физика.* — 2020. — Т. 39, № 4. — С. 1–8.
16. Simulation of the upper atmosphere disturbances produced by acoustic-gravity waves propagated from the solar terminator in the troposphere / Y. Kurdyeva [et al.] // *Proceedings of the 11th Intl School and Conference “Problems of Geocosmos”.* — 2016. — Pp. 248–254.
17. Generation of Large-scale Thermospheric Disturbances and Thermosphere Heating by Infrasonic Waves Propagated from Tropospheric Sources / S. Kshevetskii [et al.] // *Geophysical Research Abstracts.* — 2015. — Vol. 17.

18. Simulation of Vertical Propagation of Acoustic-Gravity Waves in the Atmosphere based on Variations of Atmospheric Pressure and Research of Heating of the Upper Atmosphere by Dissipated Waves / S. Kshevetskii [et al.] // Proceedings of V International conference Atmosphere, Ionosphere, Safety. Kaliningrad. — 2016. — Pp. 468–473.
19. *Kshevetskii S., Gavrilov N., Kurdyaeva Y.* The Supercomputer Model of Atmospheric Processes of Common Access Shared Via the Internet // Proceedings of V International conference Atmosphere, Ionosphere, Safety. Kaliningrad. — 2016. — Pp. 474–479.
20. *Kurdyaeva Y., Kshevetskii S., Gavrilov N.* Simulation of acoustic-gravity waves from atmospheric pressure variations and their influence on the high atmosphere // Geophysical Research Abstracts. — 2017. — Vol. 19.
21. *Курдяева Ю., Кшевецкий С.* Моделирование распространения акустико-гравитационных волн от вариаций атмосферного давления // Труды Международной (48-й Всероссийской) молодежной школы-конференции «Современные проблемы математики и ее приложений». - Екатеринбург. — 2018. — С. 131.
22. Numerical Simulation of Wave Propagation from Atmospheric Pressure Variations Registered with the Microbarographs Net in Moscow and Environs / Y. Kurdyaeva [et al.] // Proceedings of VI International conference Atmosphere, Ionosphere, Safety. Kaliningrad. — 2018. — Pp. 155–159.
23. Troposphere and Ionosphere Variations under Meteorological Disturbances in April 2016 / O. P. Borchevkina [et al.] // Proceedings of VI International conference Atmosphere, Ionosphere, Safety. Kaliningrad. — 2018. — Pp. 136–141.
24. *Курдяева Ю., Кшевецкий С.* Численное моделирование генерации акустико-гравитационных волн от вариаций давления на поверхности земли, заданных на нижней границе // Тезисы XIX всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. - Новосибирск. — 2018. — С. 27–28.

25. *Курдяева Ю., Кшевецкий С.* Численное моделирование распространения волн от переменного давления на поверхности земли, зарегистрированного сетью микробарографов // Материалы VIII международной конференции "Волны в неоднородных средах и интегрируемые системы". — 2019. — С. 155—159.
26. *Курдяева Ю., Кшевецкий С., Гаврилов Н.* Исследование корректности задачи о распространении акустикогравитационных волн в атмосфере от вариаций атмосферного давления на поверхности Земли // Тезисы в сборнике Международный Симпозиум «Атмосферная Радиация и Динамика» (МСАРД – 2017). — 2017. — С. 203.
27. Численное моделирование вертикального распространения в верхнюю атмосферу акустико-гравитационных волн от атмосферных фронтов / Ю. Курдяева [и др.] // Тезисы в сборнике Международный Симпозиум «Атмосферная Радиация и Динамика» (МСАРД – 2019). — 2019. — С. 240.
28. Numerical Simulation with the “Lomonosov” Supercomputer, of the Waves, Generated by the Variable Atmospheric Pressure Recorded by the Network of Microbarographs / S. shevetskii [et al.] // Korotkiye stat'i i opisaniya plakatov XIII Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Parallel'nyye vychislitel'nyye tekhnologii" (PaVT-2019). — 2019. — P. 445.
29. Исследование Распространения Акустико-Гравитационных Волн от Тропосферных Источников в Верхнюю Атмосферу / Ю. Курдяева [и др.] // Труды Международной Байкальской Молодежной Научной Школы по фундаментальной физике «Физические процессы в космосе и околоземной среде». XVI Конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом». — 2019. — С. 342—344.
30. *Кшевецкий С., Курдяева Ю.* Численное исследование влияния акустико-гравитационных волн от источника давления на поверхности Земли на температуру термосферы // Труды Кольского научного центра РАН. — 2016. — Т. 4, № 38. — С. 161—166.
31. *Ландау Л. Д., Лившиц Е.* Гидродинамика. — Москва : Наука, 1986. — 736 с.
32. *Валландер С. В.* Лекции по гидроаэромеханике. — Ленинград : Изд-во. Ленингр. Университета, 1978. — 295 с.

33. *Bulat P. V., Uskov V. N., Arkhipova L. P.* Classification of gas-dynamic discontinuities and their interference problems // *Research Journal of Applied Sciences*. — 2014a. — Vol. 22, no. 8. — Pp. 2248–2254.
34. *Давыдова М. А.* Лекции по гидродинамике. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 216 с.
35. *Лаврентьев М. А., Шабат Б.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. — Москва : Наука, 1973. — 416 с.
36. *Госсард Э., Хук У.* Волны в атмосфере. — Москва : Мир, 1978. — 531 с.
37. *Гинзбург Э. И., Гуляев В. Т., Жалковская Л. В.* Динамические модели свободной атмосферы. — Новосибирск : Наука: Сиб. отд-ние, 1987. — 290 с.
38. *Захаров Л. П., Кшевецкий С., Сергеев А.* Линейные негидростатические численные модели распространения длинных внутренних гравитационных волн в атмосфере // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. — 1991. — Т. 27, № 12. — С. 1381–1382.
39. *Кшевецкий С. П.* Теория и численное моделирование распространения и разрушения внутренних гравитационных волн в атмосфере: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 25.00.29. — Санкт-Петербург, 2003. — 281 с.
40. *Richardson L. F.* *Weather Prediction by Numerical Process*. — Cambridge : Cambridge University Press, 1922. — 236 pp.
41. *Белов П., Борисенков Е., Панин Б.* Численные методы прогноза погоды. — Ленинград : Гидрометеиздат, 1989. — 376 с.
42. *Phillips N. A.* The General Circulation of the Atmosphere: A Numerical Experiment // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. — 1956. — Vol. 82. — Pp. 123–164.
43. *Толстых М.* Полулагранжева модель атмосферы с высоким разрешением для численного прогноза погоды // *Метеорология и гидрология*. — 2001. — Т. 4. — С. 5–16.
44. *Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. — Москва : Мир, 1975. — 392 с.

45. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. — Москва : Мир, 1988. — 353 с.
46. *Алексеевич Ф. А.* Конечно-разностное моделирование крупномасштабной динамики атмосферы: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 04.00.23. — Новосибирск, 2000. — 160 с.
47. Development of a Next Generation Regional Weather Research and Forecast Model / J. Michalakes [et al.] // Developments in Teracomputing: Proceedings of the Ninth ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing in Meteorology. — 2001. — Pp. 269–276.
48. *Вельтищев Н., Жупанов В.* Численные прогнозы погоды по негидростатическим моделям общего пользования WRF-ARW и WRF-NMM // 80 лет Гидрометцентру России. — 2010. — С. 94–133.
49. *Намгаладзе А., Юрик Р.* Математическое моделирование возмущений верхней атмосферы Земли // "Российская наука: грани творчества на грани веков". РФФИ. М., Научный мир. — 2000. — С. 341–351.
50. *Брюнелли А. А., Намгаладзе А. А.* Физика ионосферы. — Москва : Наука, 1958. — 528 с.
51. *Dickinson R., Ridley E., Roble R.* A threedimensional general circulation model of the thermosphere // J. Geophys. Res. — 1981. — Vol. 86. — Pp. 1499–1512.
52. *Fuller Rowell T., Rees D.* A three-dimensional, time dependent global model of the thermosphere // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1980. — Vol. 37. — Pp. 2545–2567.
53. *Колесник А., Королев С.* Трехмерная модель термосферы // Геомагнетизм и аэрономия. — 1983. — Т. 23, № 4. — С. 774–780.
54. *Карпов И., Смертин В., Бессараб Ф.* Трехмерная нестационарная модель термосферы // М.: Препринт ИЗМИРАН. — 1985. — Т. 582, № 49. — С. 774–780.
55. The HAMMONIA Chemistry Climate Model: Sensitivity of the Mesopause Region to the 11-Year Solar Cycle and CO₂ Doubling / H. Schmidt [et al.] // Journal of Climate. — 2006. — Vol. 19, no. 16. — Pp. 3903–3931. — DOI: 10.1175/JCLI3829.1.

56. Ионосферные эффекты внезапного стратосферного потепления 2009 года. Результаты расчетов, полученные с использованием первой версии модели EAGLE / М. В. Клименко [и др.] // Химическая физика. — 2018. — Т. 37, № 7. — С. 70–80. — DOI: 10.1134/S1990793118040103.
57. *Roble R. G., Ridley E.* A thermosphere-ionosphere-mesosphere-electrodynamics general circulation model (time-GCM): Equinox solar cycle minimum simulations (30–500 km) // *Geophysical Research Letters*. — 1994. — Vol. 21. — Pp. 417–420.
58. Large-Eddy Simulation of Maritime Deep Tropical Convection / М. Khairoutdinov [et al.] // *J. Adv. Model. Earth Syst.* — 2009. — Vol. 1. — P. 13.
59. A multiscale modeling system: developments, applications, and critical issues / W.-K. Tao [et al.] // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 2009. — Vol. 90. — Pp. 515–534.
60. Nonhydrostatic icosahedral atmospheric model (NICAM) for global cloud resolving simulations / М. Satoh [et al.] // *Journal of Computational Physics*. — 2008. — Vol. 227. — Pp. 3486–3514.
61. *Bogey C., Bailly C., Juve D.* Noise investigation of a high subsonic, moderate Reynolds number jet using a compressible LES // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. — 2003. — Vol. 16, no. 4. — Pp. 273–297.
62. *Дубень А. П.* Численное моделирование сложных пристеночных турбулентных течений на неструктурированных сетках: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. — Новосибирск, 2014. — 112 с.
63. *Smagorinsky J.* General circulation experiments with the primitive equations // *Monthly Weather Review*. — 1963. — Vol. 91. — Pp. 99–164. — DOI: 10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2.
64. *Lilly D. K.* A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method // *Phys. Fluids A*. — 1992. — Vol. 4. — Pp. 633–635.
65. *Кшевевцкий С.* Моделирование распространения внутренних гравитационных волн в газе // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* — 2001. — Т. 41, № 2. — С. 295–310.

66. *Кшевецкий С.* Численное моделирование нелинейных внутренних гравитационных волн // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2001. — Т. 41, № 2. — С. 1870—1885.
67. *Kshevetskii S. P.* Analytical and numerical investigation of non-linear internal gravity waves // Nonlinear Proc. Geoph. — 2001. — Vol. 41, no. 8. — Pp. 37–53. — DOI: 10.5194/npg-8-37-2001.
68. *Gavrilov N. M., Kshevetskii S. P.* Numerical modeling of propagation of breaking nonlinear acoustic-gravity waves from the lower to the upper atmosphere // Adv. Space Res. — 2013. — Vol. 51. — Pp. 1168–1174. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2012.10.023>.
69. *Кшевецкий С., Гаврилов Н.* Вертикальное распространение нелинейных гравитационных волн и их разрушение в атмосфере // Геомагнетизм и аэрономия. — 2003. — Т. 43, № 1. — С. 74–82.
70. *Карпов И., Кшевецкий С.* Механизм формирования крупномасштабных возмущений в верхней атмосфере от источников АГВ на поверхности Земли // Геомагнетизм и аэрономия. — 2014. — Т. 54, № 4. — С. 553–562. — DOI: 10.7868/S001679401404018X.
71. *Кшевецкий С., Куличков С.* Влияние внутренних гравитационных волн от конвективных облаков на атмосферное давление и пространственное распределение возмущений температуры // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 51, № 1. — С. 52–59. — DOI: 10.7868/S000235151501006X.
72. *Васильев П., Карпов И., Кшевецкий С.* Моделирование распространения внутренних гравитационных волн от внезапного стратосферного потепления // Химическая физика. — 2017. — Т. 36, № 12. — С. 56–60. — DOI: 10.12737/18890.
73. *Масленникова В.* Дифференциальные уравнения в частных производных. — Москва : Издательство РУДН, 1997. — 447 с.
74. *Lax P.* Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation // Comm. of Pure and Appl. Math. — 1954. — Vol. 7, no. 159. — P. 93.

75. *Karpov I., Kshevetskii S.* Numerical study of heating the upper atmosphere by acoustic-gravity waves from a local source on the Earth's surface and influence of this heating on the wave propagation conditions // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 2017. — Vol. 164. — Pp. 89–96. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2017.07.019>.
76. *Хайнс И.* Атмосферные гравитационные волны. Термосферная циркуляция. — Москва : Мир, 1975. — 85-99.
77. *Fritts D., J. A. M.* Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere // Reviews Geophys. — 2003. — Vol. 41. — Pp. 1–68. — DOI: [10.1029/2012RG000409](https://doi.org/10.1029/2012RG000409).
78. Mean and variable forcing of the middle atmosphere by gravity waves / D. Fritts [et al.] // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. — 2006. — Vol. 68. — Pp. 247–265. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2005.04.010>.
79. *Ploogonven R., Snyder C.* Inertial Gravity Waves Spontaneously Generated by Jets and Fronts. Part I: Different Baroclinic Life Cycles // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2007. — Vol. 64. — Pp. 2502–2520. — DOI: [10.1175/JAS3953.1](https://doi.org/10.1175/JAS3953.1).
80. *Ploogonven R., Zhang F.* Internal gravity waves from atmospheric jets and fronts // Rev. Geophys. — 2014. — Vol. 52, no. 1. — Pp. 33–76. — DOI: <https://doi.org/10.1002/2012RG000419>.
81. *Medvedev A. S., Gavrilov N. M.* The nonlinear mechanism of gravity wave generation by meteorological motions in the atmosphere // J. Atmos. Terr. Phys. — 1995. — Vol. 57. — Pp. 1221–1231. — DOI: [10.1016/0021-9169\(95\)00008-P](https://doi.org/10.1016/0021-9169(95)00008-P).
82. Ten year observations of gravity waves from thunderstorms in Western Africa / E. Blanc [et al.] // Journal of Geophysical Research. — 2014. — Vol. 119, no. 11. — Pp. 6409–6418. — DOI: <https://doi.org/10.1002/2013JD020499>.
83. *Pierce A. D., Coroniti S. C.* A mechanism for the generation of acoustic-gravity waves during thunder-storm formation // Nature. — 1966. — Vol. 210. — Pp. 1209–1210. — DOI: <https://doi.org/10.1038/2101209a0>.

84. *Balachandran N. K.* Gravity waves from thunderstorms // Monthly weather review. — 1980. — Vol. 108. — Pp. 804–816.
85. *Alexander M., May P., Beres J.* Gravity waves generated by convection in the Darwin area during the Darwin Area Wave Experiment // J. Geophys. research. — 2004. — Vol. 109. — Pp. 1–11. — DOI: <https://doi.org/10.1029/2004JD004729>.
86. *Miller D.* Thunderstorm induced gravity waves as a potential hazard to commercial aircraft // Presented at the American Meteorological Society 79th Annual conference, American Meteorological Society. — 1999.
87. *Fovell R., Durran D. Holton J. R.* Numerical simulation of convectively generated stratospheric gravity waves // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1992. — Vol. 47. — Pp. 1427–1442. — DOI: [10.1175/1520-0469\(1992\)049<1427:NSOCGS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1992)049<1427:NSOCGS>2.0.CO;2).
88. *Gavrilov N. M., Yudin V. A.* Model for coefficients of turbulence and effective Prandtl number produced by breaking gravity waves in the upper atmosphere // J. Geophys. Res. — 1992. — Vol. 97. — Pp. 7619–7624. — DOI: [10.1029/92JD00185](https://doi.org/10.1029/92JD00185).
89. *Gavrilov N. M., Fukao S.* A comparison of seasonal variations of gravity wave intensity observed by the MU radar with a theoretical model // Journal of the atmospheric sciences. — 1999. — Vol. 56. — Pp. 3485–3494. — DOI: [10.1175/1520-0469\(1999\)056<3485:ACOSVO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1999)056<3485:ACOSVO>2.0.CO;2).
90. *Goerke V., Woodward M.* Infrasonic observation of a severe weather system // Mon. Wen. Rew. — 1966. — Vol. 94, no. 6. — P. 395. — DOI: [10.1175/1520-0493\(1966\)094<0395:IOOASW>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1966)094<0395:IOOASW>2.3.CO;2).
91. *Curry M. J., Murty R. C.* Thunderstorm-Generated Gravity Waves // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1966. — Vol. 31. — Pp. 1402–1408. — DOI: [10.1175/1520-0469\(1974\)031<1402:TGGW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1402:TGGW>2.0.CO;2).
92. *Грачев А., Куличков С., Матвеев А.* Квазипериодические флуктуации атмосферного давления с периодами 20-180 мин // Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана. — 1988. — Т. 24, № 2. — С. 152–158.

93. *Шалимов С., Нестеров И., Воронцов А.* О возмущениях ионосферы, регистрируемых посредством *GPS*, после землетрясения и цунами в Тохоку 11.03.2011 г // *Физика Земли*. — 2017. — № 2. — С. 97–108. — DOI: 10.7868/S0002333717020119.
94. *Полякова А., Первалова Н. П.* Сравнительный анализ возмущений полного электронного содержания над зонами действия девяти тропических циклонов // *Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса*. — 2013. — Т. 10, № 2. — С. 197–205.
95. *Калашник М.* Генерация внутренних гравитационных волн вихревыми возмущения в сдвиговом потоке // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. — 2014. — Т. 50, № 6. — С. 1–10. — DOI: 10.7868/S000235151406011X.
96. *Costantino L., Heinrich P.* Tropical deep convection and density current signature in surface pressure: comparison between WRF model simulations and infrasound measurements // *Atmos. Chem. Phys.* — 2014. — Vol. 14. — Pp. 3113–3132. — DOI: <https://doi.org/10.5194/acp-14-3113-2014>.
97. *Шевчук Н., Погорельцев А., Гаврилов Н.* Эффективность генерации внутренних гравитационных волн от локализованного по высоте тропосферного источника // *Ученые записки российского государственного гидрометеорологического университета*. — 2019. — № 54. — С. 16–27.
98. Physically based modeling and animation of tornado / S. Liu [et al.] // *Journal of Zhejiang University - Science A: Applied Physics and Engineering*. — 2006. — Vol. 7. — Pp. 1099–1106. — DOI: 10.1631/jzus.2006.A1099.
99. *Litta A., Mohanty A. J., Bhan S.* Numerical simulation of a tornado over Ludhiana (India) using WRF-NMM model // *Meteorological Applications*. — 2010. — Vol. 17. — Pp. 64–75. — DOI: <https://doi.org/10.1002/met.162>.
100. *Sinkevich O., Chikunov S.* Numerical Simulation of Two-Phase Flow in a Tornado Funnel // *High Temperature*. — 2002. — Vol. 40. — Pp. 604–612. — DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1019679517058>.

101. Акустико- гравитационные волны от атмосферных штормов / А. Грачев [и др.] // В монографии коллектива авторов. Гидрометеорологические опасности. Под редакцией Г.С. Голицына, А.И.Васильева. — М.: Крук. — 2001. — С. 199–221.
102. *Prophet D.* Vertical Extent of turbulence in the clear air above the tops of thunderstorms // *J. Applied Meteor.* — 1970. — Vol. 9. — Pp. 320–321. — DOI: 10.1175/1520-0450(1970)009<0320:VEOTIC>2.0.CO;2.
103. *Pantley K., Leaster P.* Observation of severe turbulence near thunderstorms // *J. Applied Meteor.* — 1990. — Vol. 29, no. 11. — Pp. 1171–1779. — DOI: 10.1175/1520-0450(1990)029<1171:OOSTNT>2.0.CO;2.
104. *Jonson R., Young G.* Heat and moisture budgets of tropical mesoscale anvil clouds // *J. Atmos. Scie.* — 1983. — Vol. 80. — Pp. 2138–2147. — DOI: 10.1175/1520-0469(1983)040<2138:HAMBOT>2.0.CO;2.
105. Characteristics of sprite and gravity wave convective sources present in satellite IR images during the SpreadFEx 2005 in Brazil / F. Sao Sabbas [et al.] // *Annales Geophysicae.* — 2009. — Vol. 27. — Pp. 1279–1293. — DOI: <https://doi.org/10.5194/angeo-27-1279-2009>.
106. Wind structure in a supercell thunder storm as a measured by a UHF wind profiler / G. Lehmler [et al.] // *Mon. Weather Rev.* — 2001. — Vol. 129. — Pp. 1968–1986. — DOI: 10.1175/1520-0493(2001)129<1968:WSIAST>2.0.CO;2.
107. *Hedin A.* Extension of the MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere // *J. Geophys. Res.* — 1991. — Vol. 96. — Pp. 1159–1172.
108. *Gavrilov N., Kshevetski S. P.* Three-dimensional numerical simulation of nonlinear acoustic gravity wave propagation from the troposphere to the thermosphere // *Earth Planets Space.* — 2014b. — Vol. 66. — P. 88. — DOI: <https://doi.org/10.1186/1880-5981-66-88>.
109. *Gavrilov N., Kshevetski S. P., Koval A. V.* Verifications of the high-resolution numerical model and polarization relations of atmospheric acoustic-gravity wave // *Geosci. Model Dev.* — 2015. — Vol. 8. — Pp. 1831–1838. — DOI: <https://doi.org/10.5194/gmd-8-1831-2015>.

110. *Сомсиков В.* Волны в атмосфере, обусловленные солнечным терминатором (обзор) // Геомагнетизм и аэрономия. — 1991. — Т. 31, № 1. — С. 1—12.
111. *Горохов Ю.* Исследование эффектов терминатора и взаимосвязанных процессов в E и Fобластях среднеширотной ионосферы по данным цифрового зонда “Сойка-6000” // Ионосферное распространение радиоволн М.: ИЗМИРАН. — 1989. — С. 91—99.
112. *Борчевкина О. П.* Лидарное и спутниковое зондирование возмущений тропосферы и ионосферы, создаваемых акустико-гравитационными волнами: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.03. — Нижний Новгород, 2018. — 140 с.
113. *Сомсиков В.* Солнечный терминатор и динамические явления в атмосфере (обзор) // Геомагнетизм и аэрономия. — 2011. — Т. 51, № 6. — С. 723—735.
114. *Борчевкина О., Карпов И., Карпов А.* Наблюдения акустико-гравитационных волн в период солнечного затмения 20 марта 2015 года в Калининграде // Химическая физика. — 2017. — Т. 36, № 12. — С. 51—55.
115. *Петрухин Н. С., Пелиновский Е. Н., Бацына Е. К.* Безотражательное распространение акустических волн в атмосфере Земли // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 93, № 10. — С. 625—628.
116. *Hickey M. P., Walterscheid R. L., Schubert G.* Gravity wave heating and cooling of the thermosphere: Sensible heat flux and viscous flux of kinetic energy // J. Geophys. Res. — 2011. — Vol. 116. — A12326. — DOI: <https://doi.org/10.1029/2011JA016792>.
117. Возмущения верхней атмосферы и ионосферы, инициированные источниками акустико-гравитационных волн в нижней атмосфере / И. Карпов [и др.] // Химическая физика. — 2016. — Т. 35, № 1. — С. 59—64. — DOI: 10.7868/S0207401X16010064.
118. *Vadas S., Liu H.-L.* Generation of large-scale gravity waves and neutral winds in the thermosphere from the dissipation of convectively generated gravity waves // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2009. — Vol. 114. — A10310.

119. *Черногор Л.* Эффекты солнечных затмений в ионосфере. 1. Экспериментальные данные // Геомагнетизм и аэрономия. — 2012. — Т. 52, № 6. — С. 807–818.
120. Observation and characterization traveling ionosphere disturbances induced by solar eclipse of 20 march 2015 using incoherent scatter radars and GPS networks / S. Panasenکو [et al.] // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 2019. — Vol. 191, no. 6. — Pp. 807–818.
121. *Перевалова Н., Полякова А., Погорельцев А.* Вариации характеристик акустико-гравитационных волн по данным моделирования // Геомагнетизм и аэрономия. — 2013. — Т. 53, № 3. — С. 807–818.
122. Характеристики тонкой вертикальной структуры поля скорости ветра в стратосфере и нижней термосфере, полученные по инфразвуковым сигналам в области акустической тени / И. Чунчужов [и др.] // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 51, № 1. — С. 69–87. — DOI: 10.7868/S0002351514060066.
123. *Васильев, Р.В. Артамонов М., Мерзляков Е.* Сравнительный статистический анализ поведения скорости нейтрального ветра в области мезосферы / нижней термосферы средних широт по данным измерений метеорным радаром и интерферометром Фабри - Перо // Солнечно-земная физика. — 2018. — Т. 4, № 2. — С. 86–95.
124. *Hedin A., Spencer N., Killeen T.* Empirical global model of upper thermosphere winds based on atmosphere and dynamics explorer satellite data // J. Geophys. Res. — 2018. — Vol. 93. — Pp. 9959–9978. — DOI: <https://doi.org/10.1029/JA093iA09p09959>.
125. An Update to the Horizontal Wind Model (HWM): The Quiet Time Thermosphere / D. Drob [et al.] // Earth and Space Science. — 2015. — Vol. 2. — Pp. 301–319. — DOI: 10.1002/2014EA000089.
126. *Snively J., Pasko V.* Breaking of thunderstorm-generated gravity waves as a source of short-period ducted waves at mesopause altitudes // Geophys. Res. Lett. — 2003. — Vol. 30, no. 24. — Pp. 303–311. — DOI: <https://doi.org/10.1029/2003GL018436>.

127. *Modern – Era Retrospective analysis for Research and Applications*, URL : <https://gmao.gsfc.nasa.gov/reanalysis/MERRA-2/> (дата обращения: 18.05.2019).
128. *Погосян Х. П. Циклоны.* — Ленинград : Гидрометеиздат, 1976. — 148 с.
129. *Access to Earth Observing System Data and Information System (EOSDIS)*, URL : <https://disc.gsfc.nasa.gov/> (дата обращения: 01.08.2019).

Список рисунков

1.1	Высотный ход температуры нейтрального газа и характерные высотные области нейтральной атмосферы.	27
2.1	Зависимость волновой добавки к температуре от координат для $t=45$ минут. Вертикальное распространение волн от тропосферного источника, описывающего выделение/поглощение тепла при образовании и эволюции грозового облака по результатам [71].	40
2.2	Схематическая картина распространения акустико-гравитационных волн от локального тропосферного источника тепла (описывающего нагрев/охлаждение воздуха при фазовых переходах воды) в терминах волн, распространяющихся вверх и вниз от источника и отраженных от поверхности Земли	42
2.3	Область Ω и контур интегрирования $S = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4$	50
2.4	Распатанная разностная сетка для решения уравнений (2.10). На нижней линии для вертикальной скорости используется линеаризованное уравнение без учета вязкости $\frac{\partial \rho_0 w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g$	55
2.5	Возмущение поля температур в К инфразвуковой волной (а) – численное решение, (б) – аналитическое решение, внутренней гравитационной волной (в) – численное решение, (г) – аналитическое решение.	59
2.6	Возмущение поля температур вблизи поверхности Земли в К инфразвуковой волной волной (а), внутренней гравитационной волной (б).	59
3.1	Вариации давления $\Delta p(x_0, t)$, полученные на инфразвуковой станции IS17(6° с.ш. 5°з.д.) 10-11 апреля 2006 года	63
3.2	Волновые колебания температуры от локального источника при $t=21$ мин. Двумерный расчет.	63
3.3	Волновые колебания температуры от локального источника при $t=39$ мин. Двумерный расчет	64

- 3.4 Добавка к температуре, вызванная нагревом верхней атмосферы источниками колебаний давления, распределенными вдоль нижней границы, при $t = 28$ мин (слева) и $t = 45$ мин (справа). Двумерный расчет Атмосфера изменилась под влиянием волн и для $t = 45$ мин температура стабилизирована 64
- 3.5 Вариации атмосферного давления в приземном слое, полученные по результатам обработки данных лидарного зондирования атмосферы, выполненном в Калининграде (54° с.ш. 20° в.д.) 20 марта 2015 66
- 3.6 Результат вейвлет анализа рассчитанных значений температуры вблизи нижней границы численной модели (высота 1 км, $x = 500$ км). Пунктирными линиями показано время прохождения утреннего солнечного терминатора и основной фазы солнечного затмения. 68
- 3.7 Возмущение температуры на высоте 94 (а) км и 293 км (б) в различных точках на горизонтальной оси. Линиями отмечено прохождение солнечного терминатора, начало и конец солнечного затмения. 69
- 3.8 Результат вейвлет анализа возмущений значений температуры на высоте 293 км. 71
- 3.9 Профили зонального ветра для координат, соответствующих станции IS17 (6° с.ш. 5° з.д.) для апреля и января (1), а также профиль ветра, построенный для другой оклоэкваториальной области для января (2). 74
- 3.10 Волновая добавка к температуре для $t=30$ минут в расчетах: (а) – без учета ветра, (б) – с ветром, соответствующим профилю Январь(2), (в) -с ветром, соответствующим профилю Апрель, (г) – с ветром, соответствующим профилю Январь(1). 75
- 3.11 Волновая добавка к температуре для $t=1$ час в расчетах: (а) – без учета ветра, (б) – с ветром, соответствующим профилю Январь(2), (в) -с ветром, соответствующим профилю Апрель, (г) – с ветром, соответствующим профилю Январь(1). 76
- 4.1 Вариации давления вблизи Москвы 9 апреля 2016 г. 79

4.2	Сечение вертикальной плоскостью температурных возмущений (0К) от источника, показанного на рисунке 20 на момент времени $t = 30$ минут (а) и $t = 45$ минут (б)	80
4.3	Расположение микробарографов в Московском регионе	82
4.4	Изменение давления на 4х станциях в г. Москве и окрестностях 18 июля 2016 года: красная линия –ИФА, голубая линия – МГУ, черная линия – МосРентген, зеленая линия – ЗНС.	82
4.5	Частотный спектр для вариаций давления для 4 х станций в г. Москве и окрестностях 17 июля 2016 года: красная линия – ИФА, голубая линия – МГУ, черная линия – МосРентген, зеленая линия – ЗНС.	83
4.6	Данные наблюдений, доступные в базе данных MERRA-2, о приземном давлении для 18 июля 2016 года и данные NASA (EOSDIS) [129]	84
4.7	Сечение плоскостью $y=0$ поля температуры при $t=7$ мин.(а), $t=40$ мин. (б), $t=55$ мин.(в) для области 1020×1020 километров и сечение плоскостью $x=0$ поля температуры при $t=7$ мин.(г), $t=40$ мин.(д), $t=55$ мин.(е) для области 1320×1320 километров.	86
4.8	Сечение плоскостью $n=0$ поля температуры при $t=1$ час 30 мин.(а), $t=2$ часа (б), $t=2$ часа 30 минут мин.(в) для области 1020×1020 километров и сечение плоскостью $x=0$ поля температуры при $t=1$ час 30 мин. (г), $t=40$ мин.(д), $t=55$ мин.(е) для области 1320×1320 километров.	87
4.9	Сечение плоскостью $y=0$ поля возмущений температуры при $t=20$ мин. для области 1020×1020 километров (а), то же самое для области 1320×1320 километров.(б). Сечение плоскостью $y=0$ поля горизонтальной скорости для области 1020×1020 километров (в), То же самое для области - 1320×1320 километров (г).	90

- 4.10 Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 1 минута, расчеты выполнены при граничных условиях (2.12) для областей 1020×1020 километров и 1320×1320 километров, соответственно (а,б). Сечение вертикальной плоскостью поля температуры при $t=1$ час для области 1320×1320 километров, расчеты выполнены при граничных условиях (4.4) (в). 92
- 4.11 Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 31 минут при граничных условиях (2.12) (а). Сечение плоскостью $y=0$ поля горизонтальной скорости при $t=1$ час 31 минут при граничных условиях (2.12) (б). Сечение вертикальной плоскостью поля возмущений температуры при $t=1$ час 30 минут при граничных условиях (4.4)(в). Сечение вертикальной плоскостью поля горизонтальной скорости при $t=1$ час 30 минут при граничных условиях (4.4) (г). 93
- 4.12 Поле возмущений температуры при $t=1$ час 41 мин. с граничными условиями (2.12) (а). То же самое с граничными условиями (4.4) (б). 94
- 4.13 Сечение поля возмущений температуры $t=1$ час 50 минут(а), 1 час 59 минут(б), 2 часа 11 минут(в), 2 час 14 минут(г), 2 час 31 минут(д), Расчеты выполнены с граничными условиями (2.12). То же самое для расчетов с граничными условиями (4.4) – (е), (ж), (з), (и), (к) 95