

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «РОССИЙСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Диденко Ксения Андреевна

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТАЦИОНАРНЫХ  
ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН В СРЕДНЕЙ АТМОСФЕРЕ**

Специальность 25.00.29

Физика атмосферы и гидросферы

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук  
Коваль Андрей Владиславович

Санкт-Петербург – 2022

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>1. Теоретические основы .....</b>	<b>11</b>
1.1. Волны в атмосфере Земли. Планетарные волны .....	12
1.2. Динамика зимней стратосферы .....	15
1.3. Понятие завихренности .....	21
1.3.1. Квазигеострофическая потенциальная завихренность .....	24
1.3.2. Потенциальный вихрь Эртеля .....	25
1.4. Определение возмущенной потенциальной энтропии .....	27
1.5. Используемые данные .....	29
1.5.1. Модельные данные MCSA .....	30
1.5.2. Данные реанализа ERA-5 .....	34
1.5.3. Данные реанализа UKMO .....	38
1.6. Выводы к главе 1 .....	43
<b>2. Метод исследования нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн .....</b>	<b>45</b>
2.1. Уравнение баланса возмущенной потенциальной энтропии и генерация вторичных планетарных волн .....	46
2.2. Квазигеострофическое приближение в анализе нелинейных взаимодействий .....	48
2.3. Возмущение вертикальных скоростей и их учет в уравнении баланса ..	54
2.4. Преобразование уравнения возмущенной потенциальной энтропии и получение выражения для среднезональной ПЭ .....	58
2.5. Выводы к главе 2 .....	59
<b>3. Анализ нелинейных взаимодействий планетарных волн .....</b>	<b>61</b>
3.1. Вклад нелинейных процессов в баланс потенциальной энтропии на различных высотах .....	61

3.2. Баланс возмущенной и среднезональной потенциальной энтропии во время ВСП .....	70
3.3. Эволюция нелинейных взаимодействий планетарных волн на разных стадиях ВСП .....	78
3.4. Выводы к главе 3.....	94
<b>Заключение.....</b>	<b>96</b>
<b>Список используемых сокращений.....</b>	<b>98</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>99</b>

## Введение

Вопрос о распространении планетарных волн в стратосфере уже давно занимает центральное место в работах по стратосферной динамике в связи с важностью их влияния на среднюю циркуляцию и на распределение озона, а также других химических веществ. В частности, стационарные планетарные волны (СПВ), определяющиеся фиксированной относительно Земли поверхностью постоянной фазы, распространяются с групповыми скоростями, обеспечивая перенос энергии и импульса из тропосферы. Воздействие волн, приходящих снизу из плотной тропосферы и характеризующихся сильной нелинейностью, вызывает аномалии стратосферной циркуляции [57]. Например, взаимодействуя со средним потоком, волны влияют на структуру стратосферного полярного вихря [17, 67]. Впервые важность вопроса, касающегося вертикального распространения волновых возмущений, поставили Д. Г. Чарни и Ф. Д. Дразин в 1961 г. [29]. С тех пор изучению этого вопроса уделялось большое внимание, но проводимые теоретические исследования были посвящены в основном задачам в линейной постановке, т.е. использующим теорию возмущений [4]. Тем не менее, исследования показывают, что линейной динамики не достаточно для решения вопросов распространения и генерации волн, так как рост ряда планетарных волн в зимней стратосфере сопровождается сильными нелинейными явлениями [80, 103]. Примером таких явлений является генерация вторичных волн, вызванная нелинейным взаимодействием волн между собой. Такие эффекты наиболее ярко проявляются во время внезапных стратосферных потеплений (ВСП) – сильных термодинамических явлений в зимней полярной стратосфере, влияющих на среднюю атмосферу, вызывающих также значительные изменения в тропосфере [1, 19]. Понимание и успешное моделирование ВСП имеет первостепенное значение для изучения климата Земли и улучшения долгосрочных прогнозов. Несмотря на то, что было предпринято много попыток изучения внезапного стратосферного потепления,

до сих пор нет единого мнения о причинах и прогнозах данного явления, но усиление стационарных планетарных волн с зональными волновыми числами 1 и 2 (СПВ1 и СПВ2) считаются безоговорочными предикторами ВСП [69]. Кроме того, мало внимания уделяется внутренней динамике процесса и, как показано в работах [62, 77], для исследования предпосылок и развития ВСП нелинейные взаимодействия волн между собой и со средним потоком необходимо анализировать наравне с тропосферно-стратосферными взаимодействиями и такими явлениями как Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК), осцилляция Маддена-Джулиана (ОМД) и квазидвухлетнее колебание зонального ветра в экваториальной стратосфере (КДК).

Одним из способов изучения взаимодействия волн со средним потоком, а также взаимодействия волн между собой заключается в исследовании изменчивости возмущенной потенциальной энтропии (ПЭ) – квадрата потенциальной завихренности. Когда свойства планетарной волны меняются, передача энтропии другой волне является необходимым условием для соблюдения требований ее сохранения. При таком подходе исследуют вклад в баланс потенциальной энтропии различных процессов. В ранних работах уравнение баланса было получено в рамках квазигеострофического приближения [89, 91], но исследования можно проводить с использованием различных типов потенциальной завихренности. Кроме того, баланс возмущенной потенциальной энтропии является одним из инструментов диагностики внезапных стратосферных потеплений в численных моделях [30, 53, 84].

**Целью работы** является усовершенствование методов и подходов к исследованию нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн друг с другом и со средним потоком, а также изучение развития таких взаимодействий во время внезапного стратосферного потепления.

Для достижения поставленной цели в работе сформулированы и решены следующие **задачи**:

- Разработать новую методику анализа баланса возмущенной ПЭ без использования квазигеострофического приближения;
- Проанализировать вклад различных нелинейных процессов и вертикальных движений в баланс возмущенной ПЭ с использованием результатов численного моделирования атмосферной циркуляции;
- Провести оценки временной эволюции нелинейных взаимодействий в средней атмосфере на разных стадиях ВСП на базе обработки данных реанализов метеорологической информации.

**Научная новизна.** Исследование волновой активности, в классическом подходе, основывается на обобщенной теореме Элиассена-Пальма, согласно которой анализируются только нелинейные взаимодействия волн со средним потоком. В работе получено новое уравнение баланса возмущенной потенциальной энтропии с учетом слагаемых, отвечающих не только за взаимодействие волна-средний поток, но и за нелинейные взаимодействия волна-волна. Впервые показано различие в результатах расчета с использованием квазигеострофического приближения и в случае отказа от него, с использованием потенциального вихря Эртеля. Новым результатом также является учет в уравнении баланса ПЭ вклада слагаемых, содержащих вертикальную скорость, что в дальнейшем может быть использовано для более детального изучения нелинейных взаимодействий планетарных волн, и в частности, солнечных тепловых приливов. Впервые было преобразовано уравнение баланса возмущенной потенциальной энтропии с целью оценки вклада адвекции и дивергенции потока ПЭ в изменение волновой активности во время ВСП, сопровождающихся смещением и расщеплением стратосферного полярного вихря.

**Научная и практическая значимость работы.** Разработанные в рамках диссертационной работы методы и подходы, реализованные в виде программно-математического комплекса, позволили провести анализ нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн во время внезапных

стратосферных потеплений двух типов: со смещением и с расщеплением стратосферного полярного вихря. Исследование особенностей развития разных типов ВСП имеет важное значение как для решения фундаментальных вопросов динамики и энергетики атмосферы, так и для моделирования общей циркуляции. От успехов воспроизведения внезапных стратосферных потеплений в гидродинамических моделях зависит качество сезонных прогнозов состояния стратосферы и погодных условий тропосферы. С точки зрения фундаментальной науки, разработанная новая методология исследования нелинейных волновых взаимодействий позволит существенно продвинуться в понимании природы атмосферных движений, их диагностики.

**Методы исследования.** В работе используются методы математического моделирования, осуществляется обработка данных реанализов метеорологической информации и результатов численных расчетов с использованием Модели средней и верхней атмосферы (МСВА).

**Положения,** выносимые на защиту:

1. Разработана новая методика, основанная на отказе от квазигеострофического приближения и учитывающая вертикальные движения в атмосфере, и программный комплекс для анализа нелинейных взаимодействий планетарных волн.
2. Внедрение разработанной методики позволило расширить возможности диагностики нелинейных процессов, ответственных за формирование крупномасштабной волновой структуры в средней атмосфере.
3. Получены новые данные об эволюции различных нелинейных процессов во время событий ВСП, сопровождаемых расщеплением и смещением стратосферного полярного вихря.

**Степень достоверности.** Достоверность полученных результатов и методики подтверждена проверкой с использованием различных типов данных и расчетно-теоретическими результатами исследований других авторов. Обоснованность основных результатов подтверждается публикациями, а также

выступлениями с докладами на российских и международных конференциях. По теме диссертации опубликовано 15 научных работ, в том числе 4 публикации в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации, 3 в журналах, входящих в базы данных SCOPUS, Web of Science. Основные публикации перечислены ниже:

1. Didenko K.A., Pogoreltsev A.I., Ermakova T.S., Shved G.M. Nonlinear interactions of stationary planetary waves during February 2016 sudden stratospheric warming // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 2019. 386. P. 1–7.
2. Диденко К.А., Ермакова Т.С., Коваль А.В., Погорельцев А.И. Диагностика нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн // Ученые записки РГГМУ. 2019. № 56. С. 19–29.
3. Диденко К.А., Погорельцев А.И. Исследование взаимодействий стационарных планетарных волн с использованием модельных данных МСВА // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2020. № 674. С. 166–170.
4. Koval A.V., Wen Chen, Didenko K.A., Ermakova T.S., Gavrilo N.M., Pogoreltsev A.I., Toptunova O.N., Ke Wei, Yarusova A.N., Zarubin A.S. Modelling the residual mean meridional circulation at different stages of sudden stratospheric warming events // Ann. Geophys. 2021. V. 39. P. 357–368.
5. Didenko K.A., Pogoreltsev A.I., Koval, A.V., Ermakova T.S. Investigation of solar thermal tides using model data // Proc. of SPIE, 27th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics, Atmospheric Physics. 2021. V. 11916. P. 1–10.
6. Диденко К.А., Ермакова Т.С., Погорельцев А.И., Ракушина Е.В. Климатическая изменчивость стратосферно-тропосферных взаимодействий, наблюдаемая в последние десятилетия // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 37. № 4. С. 159–170.
7. Диденко К.А., Погорельцев А.И. Применение непрерывного вейвлет-преобразования для изучения планетарных волн // Известия РАН, «Физика атмосферы и океана». 2022. Т. 58. № 3. С. 352–364.

**Личный вклад автора.** Автору принадлежит ведущая роль в определении цели исследования, формулировании задач исследования, проведении численных экспериментов и анализе полученных результатов. Результаты работы представлены в научных публикациях, подготовленных при непосредственном участии автора. Автор лично представляла результаты работы на конференциях и симпозиумах.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на семинарах кафедры физики атмосферы СПбГУ, кафедры метеорологических прогнозов РГГМУ, а также на школах и конференциях:

V Научная конференция в Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского (Санкт-Петербург, 23-25 мая 2018) – устный доклад;

AIS-2018 (Калининград, 3-9 июня 2018) – стендовый доклад;

XIII Международная Школа молодых ученых им. А.Г. Колесника (Томск, 9-15 сентября 2018) – устный доклад;

CITES'2019 (Москва, 27 мая-6 июня 2019) – стендовый доклад;

МСАРД-2019 (Санкт-Петербург, 25-27 июня 2019) – устный доклад;

IUGG General Assembly (Монреаль, 8-18 июля 2019) – стендовый доклад;

VI Научная конференция в Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского (Санкт-Петербург, 16-18 сентября 2020) – устный доклад;

XIV Международная Школа молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А. Г. Колесника (Томск, 2-4 ноября, 2020) – дистанционное участие;

серия открытых лекций в рамках виртуальной академической мобильности РГГМУ (Санкт-Петербург, апрель, 2021) – лекция;

МСАРД-2021 (Санкт-Петербург, 29 июня-2 июля 2021) – устный доклад;

XXVII Международный симпозиум "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы" (Москва, 5-9 июля 2021) – стендовый доклад;

XII международная конференция "Солнечно-земные связи и физика предвестников землетрясений" (с. Паратунка, Камчатский край, 27 сентября-1 октября 2021) – устный доклад;

Всероссийская конференция с международным участием "СОБСТВЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, СТРУКТУРА И ДИНАМИКА СРЕДНЕЙ И ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ" 2021 (Москва, 22-23 ноября 2021) – устный доклад.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка используемых сокращений и списка литературы. Объем работы составляет 107 страниц, в том числе 40 рисунков. Список цитируемой литературы содержит 107 наименований.

## 1. Теоретические основы

Средняя атмосфера относится к областям атмосферы от тропопаузы (вершина тропосферы на высоте порядка 10-16 км) до гомопаузы (высота порядка 110 км, ниже которой атмосфера остается относительно хорошо перемешанной). Она включает в себя стратосферу, простирающуюся от тропопаузы до стратопаузы, в которой средняя температура увеличивается с высотой, мезосферу, простирающуюся от стратопаузы до мезопаузы, в которой средняя температура уменьшается с высотой, и нижнюю термосферу над мезопаузой, в которой средняя температура снова увеличивается с высотой [23, 48]. Радиационные процессы в значительной степени ответственны за повышение температуры с высотой в стратосфере и термосфере. Однако в мезосфере процессы динамического перемешивания и переноса способствуют понижению средней температуры с высотой [26, 66]. Среднее состояние средней атмосферы подразумевает устойчиво стратифицированное состояние, находящееся приблизительно в гидростатическом равновесии на всех высотах, а соответствующая средняя плотность уменьшается по экспоненциальному закону с увеличением высоты [38].

Известно, что между атмосферными слоями существуют как радиационные, так и динамические связи. Наиболее ярко такие связи проявляются между тропосферой и стратосферой [93, 94]. Однако существует различие в механизмах, определяющих генерацию и поддержание циркуляции в тропосфере и в стратосфере. Крупномасштабная циркуляция в тропосфере, в основном, контролируется дифференцированным поглощением солнечной энергии у земной поверхности, тогда как для циркуляции в стратосфере вихревые структуры столь же важны, как и тропосферный механизм. Важную роль в поддержании такого вида циркуляции играют волны и вихри. Первые из них генерируются в тропосфере, распространяются в стратосферу с поглощением, так, что изменения в стратосфере зависят от места и времени

волнового поглощения. Распространение вниз средних зональных аномалий обеспечивает динамическую связь между тропосферой и стратосферой. При отсутствии вихрей поток был бы только зональным средним и определялся балансом меридионального температурного градиента и термического ветра. Все это привело бы к полному отсутствию стратосфено-тропосферного обмена [54, 56]. Области нагрева и охлаждения, в том числе являются результатом развития вихрей, которые выводят атмосферу из радиационного равновесия.

В данной главе рассматривается текущее состояние знаний о волнах в атмосфере, динамике зимней стратосферы, завихренности и различных ее типах, таких как квазигеострофическая потенциальная завихренность и потенциальный вихрь Эртеля, а также о возмущенной потенциальной энстрофии. Кроме того, в этой главе представлено описание используемых в работе данных Модели средней и верхней атмосферы (МСВА) и данных современных реанализов.

### 1.1. Волны в атмосфере Земли. Планетарные волны

В атмосфере Земли наблюдается множество волновых движений, отличающихся как временными, так и пространственными масштабами. Эти масштабы варьируются от медленных волн планетарного масштаба до быстрых коротких акустических волн. Каждый тип волн играет важную роль в поведении и составе атмосферы, а также во взаимодействии между различными атмосферными слоями.

Волна может быть определена как форма или возмущение какой-либо физической величины (температуры, плотности, давления и т.д.), распространяющееся с конечной скоростью через среду на фоне установившегося основного течения. С помощью волны передается энергия и импульс от одной части среды к другой. Каждая волна характеризуется потоком энергии и импульса, которые не меняются при определенных условиях. Волны в жидкости или газообразной среде возникают в результате действия возвращающих сил на частицы жидкости или газа, смещенных из положения

равновесия. Возвращающие силы возникают, например, благодаря гравитации, вращению или сжимаемости.

Физическая возвращающая сила и среда распространения – необходимые элементы рассматриваемых волновых движений. Поведение волны диктуется индивидуальными свойствами возвращающей силы, ответственной за генерацию волн и свойствами среды, через которую и с помощью которой волна переносит энергию и импульс [52]. Линейные плоские и гармонические волны характеризуются несколькими фундаментальными свойствами, такими как частота, волновое число, фазовая и групповая скорость, дисперсионное соотношение (связывает частоту волны с волновым числом). Период колебаний определяет частоту волны, а горизонтальный и вертикальный пространственные масштабы определяют горизонтальное и вертикальное волновые числа.

Атмосферные волны классифицируют по их физическим или геометрическим параметрам. По типу возвращающей силы они делятся на волны плавучести или гравитационные волны, обязанные своим существованием стратификации или эффекту Кориолиса, и планетарные волны, образующиеся из-за градиентов потенциальной завихренности. Другой тип классификации основывается на разделении волн на вынужденные, которые должны постоянно поддерживаться возбуждающим механизмом, и свободные волны, которые не нуждаются в такой поддержке. Примером первого типа является солнечный тепловой прилив, вызванный суточными колебаниями солнечного нагрева, а примером второго – глобальные нормальные моды. Еще один тип классификации делит волны на распространяющиеся во всех направлениях и захваченные в некоторых направлениях. Волны также могут быть подразделены на стационарные с фиксированной относительно Земли поверхностью постоянной фазы и бегущие [17].

По пространственному масштабу волновые процессы делятся на две категории: мезомасштабные волны и глобальные, или планетарные волны. Первые наблюдаются в областях атмосферы, горизонтальные размеры которых

– несколько километров-несколько тысяч километров. Ко второй категории относятся волны, занимающие слой атмосферы на всей площади планеты или, как минимум, в некотором широтном поясе. В таких волнах вдоль параллели укладывается целое число длин волн. Примеры таких волн: собственные колебания атмосферы или нормальные колебательные моды, гравитационный и солнечный тепловой прилив (разделяется на мигрирующий – распространяется на запад вслед за Солнцем, и немигрирующий – может распространяться на запад, на восток, или быть «стоячим»), стационарные планетарные волны, экваториальные волны.

Источниками глобальных волн является воздействие на планету со стороны небесных тел и пространственные и/или тепловые неоднородности свойств поверхности. Например, первоисточником солнечных тепловых приливов является поглощение солнечного излучения системой атмосфера-поверхность озоном и водяным паром, а также скрытым теплом в результате тропической глубокой конвекции [64, 88]. В результате наблюдается перепады давления вдоль параллели, перемещаются вдоль нее из-за вращения планеты. Стационарные планетарные волны, в свою очередь, как в случае тепловых приливов, также обусловлены долготным возмущением поля давления, обязанным возмущению поля притока тепла. Но возмущение притока тепла обусловлены крупномасштабными особенностями топографии поверхности Земли и температурными контрастами океан-суша. Эти особенности не позволяют волнам двигаться и когда западные зональные ветры ослабевают, СПВ передают энергию и импульс в стратосферу [63, 65].

Как было отмечено, зависимость возмущения притока тепла от долготы обусловлена чередованием материков и океанов вдоль параллели. Наиболее сильно это проявляется в Северном полушарии из-за чередования Тихого океана, Евразии/Африки и Атлантического океана, Америки [49, 72]. При разложении в ряд Фурье притока тепла по долготе наблюдаются зональные гармоники 1, 2, 3 и т.д. Естественно ожидать, что поля гидрометеорологических величин

(компонент скорости ветра, температуры, давления) также будут содержать зональные гармоники, что и подтверждается наблюдениями. Эти поля обладают свойствами полей волновых процессов и, если рассматривать движения источника долготных возмущений притока тепла в системе координат сцепленной с устойчивыми зональными потоками (западно-восточный ветер в средних широтах и пассаты в низких), то такое волноподобное возмущение выглядит застывшим – стационарным. Эти волны достигают максимальных амплитуд в каждом полушарии во время зимы. У поверхности стационарные планетарные волны формируют зимой Исландский и Алеутский циклоны и Сибирский и Канадский антициклоны. Распространение глобальных волн один из механизмов, вызывающий аномалии стратосферной циркуляции и поддерживающий стратосферно-тропосферное взаимодействие, поэтому проблема их воспроизведения в численных моделях остается до сих пор актуальной [50, 70, 90].

## 1.2. Динамика зимней стратосферы

Стратосфера – слой атмосферы, простирающийся от примерно 10 до 50 км, и ограниченный снизу и сверху тропосферой и мезосферой. Стратосфера отличается от тропосферы и мезосферы своим вертикальным температурным профилем, характеризующимся отрицательным температурным градиентом. Поэтому в стратосфере температура увеличивается с высотой и достигает пика вблизи стратопаузы  $\sim 273$  К. Такой вертикальный температурный профиль возникает из-за повышенного поглощения солнечного ультрафиолетового излучения озоном, следствием этого является сильная устойчивая стратификация стратосферы. Стратосфера и тропосфера тесно связаны друг с другом радиационными, динамическими и химическими связями.

Меридиональная структура температуры стратосферы определяется дифференциальным нагревом между экватором и полюсами. В течении зимы Северного полушария (СП) температура на любой заданной высоте обычно

снижается от высоких широт Южного полушария (ЮП) до высоких широт СП из-за различия в солнечном нагреве полушарий. В вертикальном направлении температурная структура поддерживается балансом между радиационным нагревом, связанным с поступающим солнечным ультрафиолетовым излучением, которое поглощается озоновым слоем, и уходящим инфракрасным длинноволновым выхолаживанием. Этот баланс приводит к увеличению температуры с высотой.

Зонально-ветровая структура стратосферы определяется температурной структурой посредством концепции о геострофическом балансе (взаимосвязь между силой Кориолиса и градиентом давления) и термоветровом балансе (определяющий сдвиг геострофического ветра при гидростатическом равновесии из-за горизонтального градиента температуры). Эта концепция утверждает, что направление и сила зонального ветра на любой заданной высоте, связана с меридиональной силой градиента давления, а вертикальная структура геострофического ветра связана с меридиональным температурным градиентом. Зимой Северного полушария температура и, следовательно, давление уменьшаются к полюсу в СП. Учитывая положительное значение параметра Кориолиса, то в СП наблюдается западный поток ветра. Сила отрицательного градиента давления будет толкать частицы воздуха на север, которые затем отклонятся на восток (т. е. в западном направлении) силой Кориолиса. В ЮП наблюдается обратная ситуация.

Важным следствием геострофического и термоветрового балансов является стратосферный полярный вихрь. Полярный вихрь – это бароклинная западная струя, которая циркулирует вокруг полюса зимой и простирается до 60° с./ю. ш. В СП он формируется осенью (сентябрь-октябрь) когда прекращается солнечный нагрев высоких широт, достигая полной силы в середине зимы (декабрь-январь). Разрушается, то есть становится восточным, полярный вихрь в конце зимы/начале весны (март-апрель), когда солнечный нагрев возвращается к высоким широтам. Стратосферный полярный вихрь играет важную роль в

распределении газовых примесей, таких как озон [75, 107]. Кроме того, полярный вихрь действует как транспортный барьер между зонами низких-средних широт и высоких широт, где происходит необратимое перемешивание планетарными волнами. Также холодный полярный воздух захватывается стратосферным полярным вихрем [105].

Хотя изначально полярный вихрь управляется геострофическим и термическим ветровым балансами, существует значительная межгодовая и внутрисезонная изменчивость этого идеализированного состояния. Если бы структура определялась исключительно таким балансом, то зонально-симметричные полярные вихри одинаковой силы, находящиеся в состоянии радиационного равновесия, регулируемого годовым циклом солнечного нагрева, были бы найдены в обоих полушариях [52, 87]. Однако из-за отсутствия сильного контраста между сушей и морем приводит к более сильному и менее изменчивому полярному вихрю Южного полушария, в сравнении с его аналогом в Северном. Изменчивость стратосферного полярного вихря связана с взаимодействием волны со средним потоком, что реализуется в стратосфере. В нижней и средней стратосфере наибольший вклад в полярно-вихревую изменчивость вносят планетарные волны [12, 21].

Известно, что стратосферный полярный вихрь может оказывать значительное влияние на динамику тропосферы во временных масштабах от нескольких недель до месяцев. В частности, сила вихря определяет широту, на которой располагается струйное течение над севером Атлантического океана и, таким образом, влияет на траекторий штормов и погодные условия над Европой и Америкой [20, 99]. Чтобы лучше количественно оценить нисходящее влияние стратосферы на тропосферу должно быть улучшено понимание изменчивости полярного вихря.

Яркий пример межгодовой изменчивости стратосферного полярного вихря, вызванной стационарными планетарными волнами, это внезапные стратосферные потепления. Во время ВСП полярный вихрь разрушается в

течение нескольких дней, что сопровождается потеплением в высоких широтах и обращением знака меридионального температурного градиента, следовательно, западные ветры становятся очень слабыми и даже восточными [24, 28].

Мацуно в 1971 г. предложил динамическую модель для объяснения ВСП. Он предположил, что распространяющиеся из тропосферы вверх планетарные волны могут вызвать начало ВСП через взаимодействие со стратосферным полярным вихрем (т. е. взаимодействие волны со средним потоком) [69]. Диссипация этих волн вызывает меридиональную циркуляцию, которая вызывает нарушение радиационного равновесия в стратосфере. Это приводит к адиабатическому потеплению в высоких широтах и, следовательно, к более слабому полярному вихрю. В свою очередь, Тунг и Линдзен в 1979 г. предположили, что ВСП может быть результатом линейного волнового резонанса между планетарными волнами в стратосфере и стационарными волнами из тропосферы [100, 101]. Эта идея была позже, в 1981 г. расширена Пламбом, чья модель допускала нелинейную эволюцию среднего потока. Пламб обнаружил, что вынужденная стационарная волна должна быть изначально нерезонансной, и впоследствии она будет приведена к резонансу за счет нелинейных обратных связей между волнами и средним потоком. Произойдет усиление планетарной волны, что приведет к возникновению ВСП [75].

Есть много внешних воздействий, которые могут влиять на силу полярного вихря и частоту появления ВСП посредством модуляции внетропической циркуляции и/или планетарных волн и, следовательно, способствуют изменчивости зонального ветра. К таким внешним воздействиям относятся 11-летний солнечный цикл, Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК), осциляция Маддена-Джулиана (ОМД) и квазидвухлетнее колебание зонального ветра в экваториальной стратосфере (КДК) [43, 55, 61, 102]. Многие исследования пытались разделить и количественно оценить относительный вклад вышеупомянутых внешних факторов в поведение стратосферных полярных

вихрей, но большие внутренние тропосферные и стратосферные изменчивости в зимнем полушарии и относительно небольшой период наблюдений затрудняют эту задачу [18, 45].

Внезапные стратосферные потепления классифицирую в зависимости от степени развития и длительности на мажорное/большое (“major”) и минорное/малое (“minor”). Для первого типа характерно изменение среднезонального ветра на  $60^{\circ}$ с.ш. и на высоте 10 гПа с западного на восточный в зимний период (с ноября по март) и дополнительным условием является положительный градиент среднезональной температуры на уровне 10 гПа в широтном поясе от  $60$  до  $90^{\circ}$ с.ш. При таком потеплении наблюдается или разделение стратосферного полярного вихря или его смещение из полярных широт [86]. На рисунке 1.2.1 показаны композиты геопотенциальной высоты на уровне 10 гПа для двух типов потеплений: зимой 2008-2009 гг. с расщеплением стратосферного полярного вихря и 2018-2019 гг. с его смещением. Событие ВСП считается минорным, если наблюдается ослабление скорости зонального ветра. В отдельную категорию выделяют финальные стратосферные потепления, которые наступают в весеннее время [24, 74]. Они сопровождаются окончательным разрушением зимнего стратосферного полярного вихря с обращением зональной циркуляции на летний период и, следовательно, определяют период, когда завершается разрушение озона в полярной стратосфере [1].

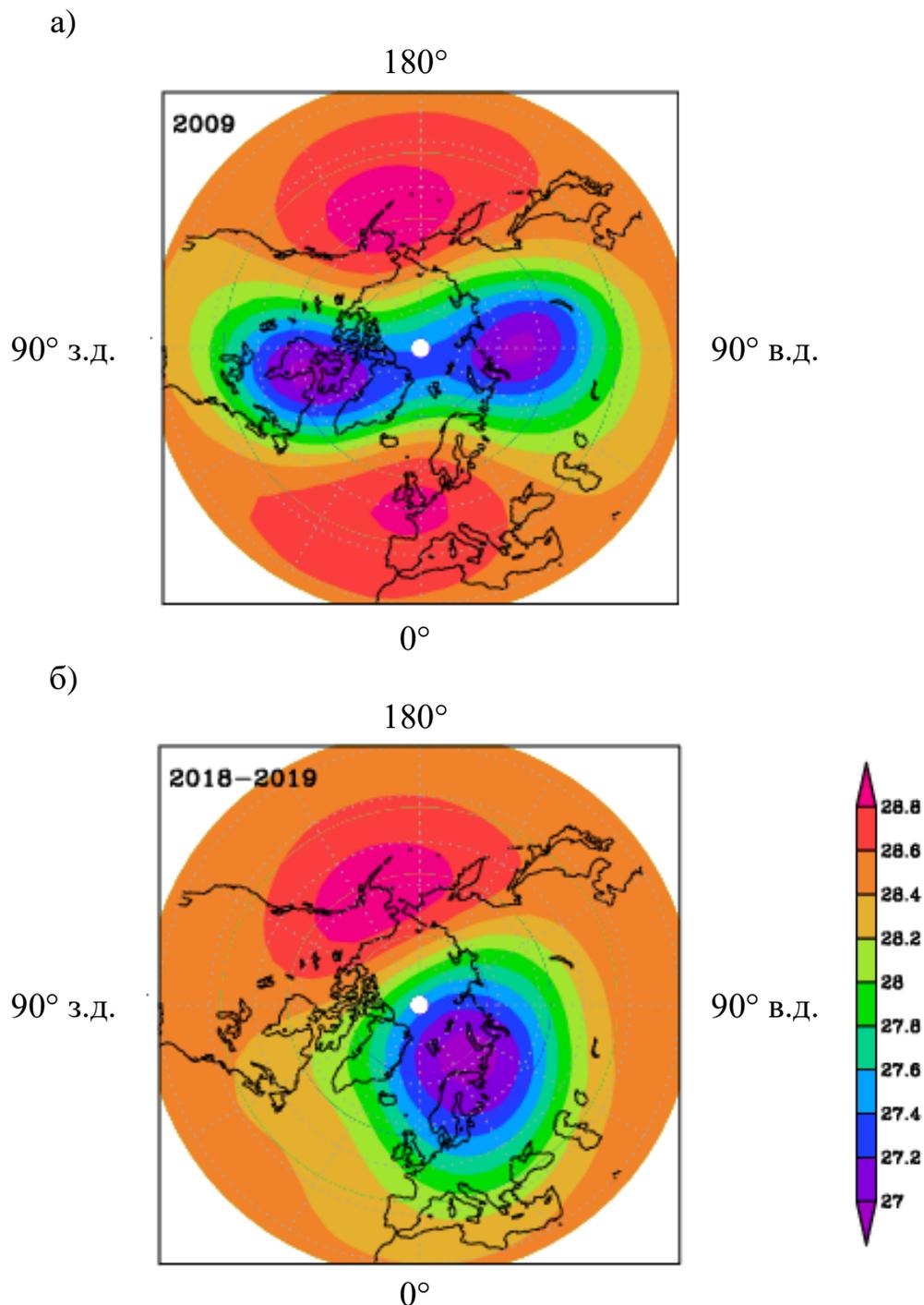


Рисунок 1.2.1 – Распределения геопотенциальной высоты в км, на уровне 10 гПа, усредненные за две недели развития ВСП: а) – внезапное стратосферное потепление зимой 2008-2009 гг., сопровождавшееся расщеплением стратосферного полярного вихря; б) – внезапное стратосферное потепление зимой 2018-2019 гг., сопровождавшееся смещением стратосферного полярного вихря. Данные UK Met Office.

### 1.3. Понятие завихренности

Завихренность (или вихрь скорости) – это мера вращения воздуха (воды или любой жидкости) в рассматриваемой точке. Уравнение для вихря скорости является одним из уравнений, которое широко используется при количественных методах прогноза погоды [8, 25]. Для вывода уравнения завихренности используют уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - 2\omega_z v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - 2\omega_z u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (1.3.2)$$

Здесь  $u, v$  – компоненты скорости ветра,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\omega_z$  – проекция угловой скорости вращения Земли на ось  $z$ , являющейся продолжением отрезка с началом в центре планеты и концом в точке на поверхности планеты.

Продифференцировав уравнения (1.3.1)-(1.3.2) по  $x$  и  $y$ , вычитая первое из второго и обозначив вертикальную компоненту вихря скорости  $\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \Omega_z$  получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega_z}{\partial y} + (2\omega_z + \Omega_z) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2v \frac{\partial \omega_z}{\partial y} = \\ = -\frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

Слагаемое  $2v \frac{\partial \omega_z}{\partial y}$  характеризует изменение параметра Кориолиса с широтой, так как предполагается что ось  $x$  направлена по широтному кругу, а ось  $y$  – по меридиану.

Используя равенство  $\frac{\partial \omega_z}{\partial t} = 0$ , уравнение (1.3.3) запишется в виде

$$\frac{d_h(\Omega_z + 2\omega_z)}{dt} = -(\Omega_z + 2\omega_z) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \sqrt{\frac{1}{\rho^2}} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (1.3.4)$$

где  $\frac{d_h}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$ .

Используя уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ , получим

$$\frac{d_h(\Omega_z + 2\omega_z)}{dt} = (\Omega_z + 2\omega_z) \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (1.3.5)$$

Оценка порядков слагаемых в правой части уравнения (1.3.5) показывает, что величина  $\Omega_z$  на порядок меньше величины  $2\omega_z$  в средних широтах ( $2 \cdot 10^{-5}$  1/сек против  $1,4 \cdot 10^{-4}$  1/сек) и для упрощения расчетов ею можно пренебречь. Порядок первого слагаемого  $1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-6}$  1/сек<sup>2</sup>, а второго  $\frac{8 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-11}}{(1,25)^2 \cdot 10^{-6}} \approx 1,4 \cdot 10^{-11}$  1/сек<sup>2</sup>. Таким образом, вклад бароклинности атмосферы в изменение вихря примерно в 20 раз меньше вклада в изменение вертикальной скорости с высотой и может быть отброшен. Стоит отметить, такие оценки и упрощения справедливы только для процессов большого масштаба, с характерным масштабом по горизонтали – сотни километров, а по времени – порядка суток.

Уравнение (1.3.5), с учетом преобразований можно переписать в виде

$$\frac{d_h(\Omega_z + 2\omega_z)}{dt} = 2\omega_z \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (1.3.6)$$

Здесь,  $w$  – вертикальная составляющая ветра, а величина  $\Omega_z$  определяется как относительная завихренность, поскольку она является характеристикой относительного движения (движение относительно осей, связанных с землей). Величину  $2\omega_z$  можно трактовать как вихрь переносного движения, а  $\Omega_z + 2\omega_z = \omega_a$  определяется как абсолютная завихренность [2].

Разность между абсолютной и относительной завихренностями дает планетарную завихренность, которая представляет собой локальную вертикальную компоненту завихренности за счет вращения Земли и является параметром Кориолиса  $f$  [9]. Отметим, что данный тип, определяемый как планетарная завихренность равна нулю на экваторе и максимальна у полюсов. Циклонические возмущения (депрессии и циклонические штормы) приводят к

формированию области положительной завихренности в Северном полушарии и отрицательной в Южном.

При изучении изменений давления в сжимаемой баротропной жидкости часто применяется еще один термин – потенциальная завихренность [9]. Она пропорциональна произведению завихренности и стратификации и может изменяться только в неадиабатических или диссипативных процессах. Бароклинная неустойчивость обусловлена существованием градиента потенциальной завихренности, вдоль которого во время циклогенеза усиливаются волны. Эта неустойчивость играет особенно важную роль вдоль полярного фронта. Она также используется для обнаружения внедрения стратосферного воздуха глубоко в стратосферу вблизи струйных течений [42]. В целом потенциальная завихренность определяется как отношение абсолютной завихренности к глубине порции воздуха деленная на давление  $\frac{\Omega_z + 2\omega_z}{\delta z}$ . Потенциальная завихренность является важным параметром, сохраняющим свои значения в атмосфере и, следовательно, является инвариантом. Инварианты фиксированы для любой порции воздуха, даже при перемещении и это позволяет проследить за перемещением отдельной порции воздуха [82].

Значение потенциальной завихренности для динамики атмосферы и океана впервые было исследовано Карлом-Густавом Россби в 1930-е гг [81]. Также, изучение потенциальной завихренности является одним из способов измерения взаимодействия волн со средним потоком. При отсутствии неадиабатического нагрева и трения, потенциальная завихренность сохраняется и адвектируется вдоль изэнтропической поверхности, так что нет перекрестного изэнтропического движения воздуха. Эти свойства делают потенциальную завихренность удобным инструментом для описания распространения волн в терминах меридионально перемещающихся воздушных частиц (чтобы, например, установить взаимосвязь влияния КДК на ВСП и усиления волн). Кроме того, меридиональный градиент потенциальной завихренности является важным параметром, определяющим показатель преломления атмосферы для

планетарных волн. Положительные градиенты, которые связаны с положительным сдвигом ветра, способствуют распространению волны, тогда как отрицательные градиенты подразумевают ее разрушение [73].

### 1.3.1. Квазигеострофическая потенциальная завихренность

Уравнение квазигеострофической завихренности можно получить из уравнения завихренности, сделав некоторые упрощения: пренебрегается вертикальной адвекцией; в дивергентном слагаемом пренебрегается относительной завихренностью, как относительно малой по сравнению с параметром Кориолиса  $f$ , горизонтальная скорость аппроксимируется геострофическим ветром [22]. Уравнения геострофического ветра, образующегося при балансе силы Кориолиса и силы давления, нельзя использовать для прогнозирования эволюции течения, в следствие того, что они не содержат производных по времени. Они являются диагностическими, а не прогностическими. Поэтому, проделав более детальный анализ масштабов, можно получить систему прогностических уравнений. Эти уравнения находятся в рамках геострофического баланса, но позволяют отойти от геострофичности, и называются квазигеострофическими.

Единой квазигеострофической системы не существует, так как уравнения зависят от горизонтального масштаба рассматриваемых движений в сравнении с радиусом Земли. Основное свойство таких уравнений состоит в том, что они могут использоваться при составлении прогностических уравнений для квазигеострофической потенциальной завихренности, записанной в сферической системе координат:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u_g}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v_q}{a} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) q = \frac{D_g q}{Dt} = 0. \quad (1.3.1.1)$$

Здесь  $u_g$  и  $v_q$  являются компонентами геострофического ветра,  $\lambda$  и  $\varphi$  – долгота и широта,  $a$  – радиус Земли и  $q$  – квазигеострофическая потенциальная завихренность, выражаемая

$$q = f + \frac{1}{fa^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{fa^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) + \frac{f}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho \partial \Phi}{N^2 \partial z} \right). \quad (1.3.1.2)$$

В (1.3.1.2)  $\Phi$  – геопотннциал,  $N^2$  – квадрат частоты плавучести.

Величина квазигеострофической потенциальной завихренности состоит из слагаемых, отвечающих за геострофическую относительную, планетарную завихренность (за счет вращения Земли) и завихренность растяжения. В следствие перемещения объема воздуха в атмосфере, все эти слагаемые могут меняется. Но, согласно уравнению геострофической потенциальной завихренности, их сумма сохраняется [9].

### 1.3.2. Потенциальный вихрь Эртеля

Как уже было упомянуто, понятие потенциальной завихренности было впервые введено Россби, но позже расширено Эртелем [37], как попытка связать величину аналогичную завихренности с вертикальной составляющей завихренности (по аналогии со способом связи потенциальной температуры с температурой [73]).

Получим уравнение сохранения потенциального вихря Эртеля в log-изобарической системе координат. В качестве вертикальной координаты здесь используется мера высоты  $z \equiv -H \cdot \ln(p/p_s)$ , где  $H = 7$  км,  $p = p_s e^{\frac{-z}{H}}$ ,  $p_s = 1000$  гПа. Уравнения в такой системе координат имеют несколько преимуществ. Переменные аналогичны геометрическим координатам, поэтому их легко интерпретировать. Кроме того, математические сложности, связанные с сравнительно небольшими колебаниями температуры игнорируются [83]. Для начала, представим выражение для вихря скорости в сферической системе координат:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{V} = & \frac{\lambda_0}{r} \left[ \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} \right] + \frac{\varphi_0}{r \cos \varphi} \left[ -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (r \cos \varphi u) \right] + \\ & + \frac{r_0}{r^2 \cos \varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} (rv) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cos \varphi u) \right], \end{aligned} \quad (1.3.2.1)$$

где  $r$  – расстояние от любой точки атмосферы до центра земли,  $\lambda_0$ ,  $\varphi_0$  и  $r_0$  – координаты начальной точки.

Выполнив переход к лог-изобарической системе координат, применяя «традиционные приближения», то есть

1. Вводится новая вертикальная координата (высота)  $z = r - a$ , и учитывая  $z \ll a$ , делаем замену  $r$  на  $a$ ;
2. Пренебрегаем вертикальной скоростью по сравнению с горизонтальными.

Получаем выражение для вихря скорости

$$\text{rot } \mathbf{V} \approx -\lambda_0 \frac{\partial v}{\partial z} + \varphi_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{r_0}{a \cos \varphi} \left[ \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial \varphi} (\cos \varphi u) \right]. \quad (1.3.2.2)$$

Учитывая выражение для абсолютной завихренности  $\omega_a = \text{rot } V + 2\omega$ ,  $\Omega = \{0, \omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi\}$  и выполняя приближения (пренебрегая  $2\Omega \cos \varphi$  по сравнению с вертикальной производной зонального ветра, как было показано в разделе 1.3) получаем выражение для потенциального вихря Эртеля  $P = \omega_a \cdot \nabla \theta / \rho_0$ , которое обычно используют в атмосферных приложениях, когда работают с «примитивными» уравнениями в сферической системе координат.

$$\rho_0 P = \theta_z \left[ f - \frac{(u \cos \varphi)_\varphi}{a \cos \varphi} + \frac{u_\lambda}{a \cos \varphi} \right] - \frac{\theta_\lambda v_z}{a \cos \varphi} + \frac{\theta_\varphi u_z}{a}, \quad (1.3.2.3)$$

здесь  $\rho_0 \equiv \rho_s \exp(-z/H)$ , а подстрочные индексы определяют соответствующую производную.

Потенциальный вихрь Эртеля – это объединение абсолютной завихренности и градиента потенциальной температуры  $\nabla \theta$  в скалярную величину. В адиабатических условиях в отсутствие трения эта величина сохраняется [17]. Так как она описывает и динамические (завихренность), и термодинамические (потенциальная температура) свойства, условие сохранения является общим.

Потенциальный вихрь Эртеля состоит из самой завихренности и компоненты, являющейся следствием вертикального изменения потенциальной температуры. Потенциальная завихренность увеличивается, когда

увеличивается статическая устойчивость (выражается через вертикальный градиент потенциальной температуры), что и происходит при движении из тропосферы в стратосферу. При определенных условиях из потенциальной завихренности можно получить поля температуры и ветра, поэтому она является очень важной динамической характеристикой [9].

Стандартная единица измерения, используемая сегодня, имеет аббревиатуру  $1PVU$  (Potential Vorticity Unit) и  $1PVU = 10^{-6} \text{ К} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  [47].

#### 1.4. Определение возмущенной потенциальной энтропии

Традиционный подход к оценке сохранения волновой активности и объемного воздействия волн на средний поток, называемый приближением Элиассена-Палма был сформулирован в работе [35]. Несколько позднее Эндрюс и МакИнтайр обобщили закон сохранения волнового действия для неустановившихся волн при наличии диссипации и источников [15, 16]. В этом случае обобщенная теорема Элиассена-Палма:

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_{EP} = D, \quad (1.4.1)$$

где  $\frac{\partial \hat{A}}{\partial t}$  – слагаемое, описывающее нестационарность волны,  $D$  – слагаемое, отвечающее за источники и/или стоки, т.е. неконсервативность среды. Эти слагаемые представляют собой усредненные по долготе квадратичные функции от волновых характеристик. Величину  $\hat{A}$  было предложено назвать плотностью волновой активности, а  $\vec{F}_{EP}$  – потоком волновой активности Элиассена-Палма [34]:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\rho_0}{2} \frac{\overline{q'^2}}{\partial \bar{q} / \partial y}, \\ (F_{EP})_\varphi &= -\rho_0 a \cos \varphi (\overline{u'v'} - \bar{u}_z \overline{\theta'v'} / \bar{\theta}_z), \\ (F_{EP})_z &= -\rho_0 a \cos \varphi (\overline{u'w'} - f_1 \overline{\theta'v'} / \bar{\theta}_z), \end{aligned} \quad (1.4.2)$$

где  $f_1 = 2\Omega \sin \varphi + \frac{\bar{u} \operatorname{tg} \varphi}{a}$ .

Черта сверху означает зональное осреднение, а штрихи — возмущения, т.е. отклонения от зонально осредненных значений. В указанных выражениях:  $\theta$  — потенциальная температура. Подстрочные индексы означают соответствующие производные.

Каждые слагаемые уравнения (1.4.1) представляют собой различные динамические и термодинамические процессы, способствующие ускорению или замедлению среднезонального потока, то есть определяют воздействие волн на средний поток, а также на меридиональную циркуляцию. Такой подход в исследовании волновой активности был получен для нестационарных и неконсервативных волн и не включает в себя слагаемые ответственные за нелинейные процессы обмена между волнами. В этой работе был применен подход позволяющий проанализировать взаимодействия стационарных планетарных волн со средним потоком, то есть влияние волн на зональную циркуляцию, и между собой, основанный на уравнении баланса потенциальной энтропии.

Баланс потенциальной энтропии позволяет изучать временную эволюцию потенциальной энтропии (квадрат потенциальной завихренности  $\overline{P'^2}$ ), которая является эвристической мерой волновой активности [91]. Уравнение баланса возмущенной ПЭ использовалось для изучения динамики стратосферы на уровнях давления по вертикали [85, 89, 91], а также для изоэнтропической координаты по вертикали при исследованиях ВСП [58, 98]. Умножая линеаризованное уравнение потенциальной завихренности на возмущение завихренности, получаем закон в общем виде:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P'^2}}{\partial t} = -\frac{2\overline{v'P'}}{a} \overline{P_\varphi} + D_4 + O(a^3). \quad (1.4.3)$$

В дальнейшем, например в работах [46, 89, 104], это уравнение определялось, как выражение для баланса возмущенной потенциальной энтропии. В уравнении (1.4.3)  $\overline{P'^2}$  обозначает меру волновой активности. Слагаемое  $\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P'^2}}{\partial t}$  определяет уменьшение/рост волновой активности во времени,

вызванное направленным вверх/вниз градиентом потока потенциальной завихренности  $\frac{2v'P'}{a} \overline{P_\varphi}$ , неконсервативными процессами  $D_4$  и нелинейными слагаемыми  $O(3)$ . Слагаемые в правой части выступают в роли, как источников, так и стоков волновой активности. Зимой в северном полушарии в стратосфере, производная потенциальной завихренности от долготы в основном положительна, поэтому ожидается преобладание спускающегося вниз потока, соответствующее направленному к экватору потоку потенциальной завихренности и уменьшению момента импульса движения среднего потока [106]. Потенциальная завихренность и потенциальная энстрофия в стратифицированной турбулентности аналогичны завихренности и энстрофии в двумерных потоках, сохранение которых имеет глубокое влияние на передачу энергии между масштабами турбулентных вихрей [41].

Подробный вывод выражений баланса возмущенной потенциальной энстрофии, используемый в данной работе показан в разделе 3.1. Стоит отметить, что уравнение (1.4.3) можно записать, как с использованием возмущения потенциального вихря Эртеля  $P'$ , так и в случае квазигеострофического приближения с использованием  $q'$ . Такие типы завихренности можно противопоставить друг другу. В частности,  $q$ , определяемая уравнением (1.3.1.2) не является квазигеострофическим приближением  $P$ , полученным в уравнении (1.3.2.3). Кроме того, потенциальный вихрь Эртеля сохраняется даже когда квазигеострофическое приближение не работает [17]. По этим причинам некоторые авторы называют  $q$  «псевдопотенциальной завихренностью», хотя, чаще всего  $q$  используется именно как «потенциальная завихренность» (для краткости).

### 1.5. Используемые данные

Для того, чтобы исследовать уравнение возмущенной потенциальной энстрофии, вклад различных слагаемых, и построить их широтно-высотные

распределения, было решено использовать следующие типы данных: модельные данные МСВА (Модель средней и верхней атмосферы), данные реанализа ERA-5 [31] и данные реанализа UK Met Office [96]. Расчеты проводились для ситуаций, когда наблюдалось или моделировалось сильное внезапное стратосферное потепление. Во время этого явления волновая активность обычно усиливается.

Каждый из этих типов данных обладает преимуществами. Модельные данные доступны до высот выше уровня мезосферы и в дальнейшем позволят оценить процессы верхней атмосферы. Данные реанализа UK Met Office, доступные раз в сутки, позволяют проанализировать стационарные процессы верхней стратосферы. Данные реанализа ERA-5 обновляются каждый час, что в отличие от данных UK Met Office, позволяет исследовать более высокочастотные возмущения во всей стратосфере [6]. Например, в дальнейшем, можно исследовать нелинейные взаимодействия атмосферных приливов между собой, с другими типами волновых движений и/или со средним потоком.

#### 1.5.1. Модельные данные МСВА

Модель средней и верхней атмосферы (МСВА) – трехмерная нелинейная модель общей циркуляции атмосферы с уровня 1000 гПа до высот ионосферного слоя F2. Первая версия модели была разработана на основе модели COMMA\_LIM (Cologne Model of the Middle Atmosphere – Leipzig Institute for Meteorology) [39, 40, 44]. В данной работе использовалась новая версия модели МСВА, включающая параметризации атмосферных скоростей нагрева, вызванные выделением скрытого тепла, которые учитывают как суточные и долготные осцилляции, так и зависимость от фазы Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК) [36, 79]. Основными рассчитываемыми моделью параметрами являются зональная, меридиональная и вертикальная компоненты скорости, геопотенциал, и температура. Для решения прогностических

уравнений применена процедура расщепления Марчука-Странга [7, 95] и для интегрирования по времени используется схема, предложенная Мацуно [68].

МСВА является конечно-разностной моделью с горизонтальным разрешением  $5^\circ \times 5,625^\circ$  по широте и долготе соответственно. Безразмерная лог-изобарическая высота  $x = -\ln(p/1000)$ , где  $p$  – давление в гПа, используется в качестве вертикальной координаты. Количество уровней по вертикали может быть произвольным (от 48 до 60) верхняя граница при этом варьируется от 135 до 300-400 км в зависимости солнечной активности и тропосферной температуры. Радиационный блок МСВА учитывает изменяющееся в течение дней и сезонов нагревание атмосферы в ультрафиолетовой и видимой областях спектра от 125 до 700 нм, а также выхолаживание в полосах инфракрасного излучения с длинами волн 8, 9.6, 14 и 15 мкм. В нижней термосфере учитываются дополнительные динамические источники тепла, а также молекулярная и турбулентная вязкость, ионное торможение и теплопроводность. Использованная версия МСВА включает трехмерное распределение озона, которое учитывает многолетние климатические долготные неоднородности [10].

Исходная система эволюционных уравнений разбита на две системы более простых уравнений в соответствии с рассматриваемыми физическими процессами (адвекция и диффузия). Чтобы сделать модель способной воспроизводить глобальные резонансные свойства атмосферы, дополнительное прогностическое уравнение для геопотенциала используется на нижней границе (уровень 1000 гПа). МСВА была дополнительно изменена, чтобы широтно-высотные распределения средних зональных температур в тропосфере и нижней стратосфере, основанные на анализе данных NCEP / NCAR (Национальный центр США прогноза окружающей среды / Национальный центр США исследования атмосферы) [59, 60] могли быть учтены в этой модели. Такая модификация позволила воспроизвести в численных экспериментах местоположения и интенсивности тропосферных струйных течений, что важно для правильного моделирование распространения СПВ в стратосфере.

На рисунках 1.5.1.1-1.5.1.2 показаны результаты моделирования с помощью МСВА (был получен ансамбль решений для условий Эль-Ниньо и выбран один из членов ансамбля). Результаты представлены для января, когда наблюдалось (моделировалось) внезапное стратосферное потепление. Сильное увеличение амплитуд СПВ1 происходит 10 января, что сопровождается изменением среднего зонального потока в стратосфере. В результате, несколько дней спустя наблюдается сильное внезапное стратосферное потепление – рисунок 1.5.1.1. На рисунке 1.5.1.2 показано распределение амплитуд СПВ2 и СПВ3 за этот же месяц. Видно, что наступлению ВСП предшествует увеличение амплитуд не только СПВ1, но значительное увеличение амплитуд СПВ2 и 3.

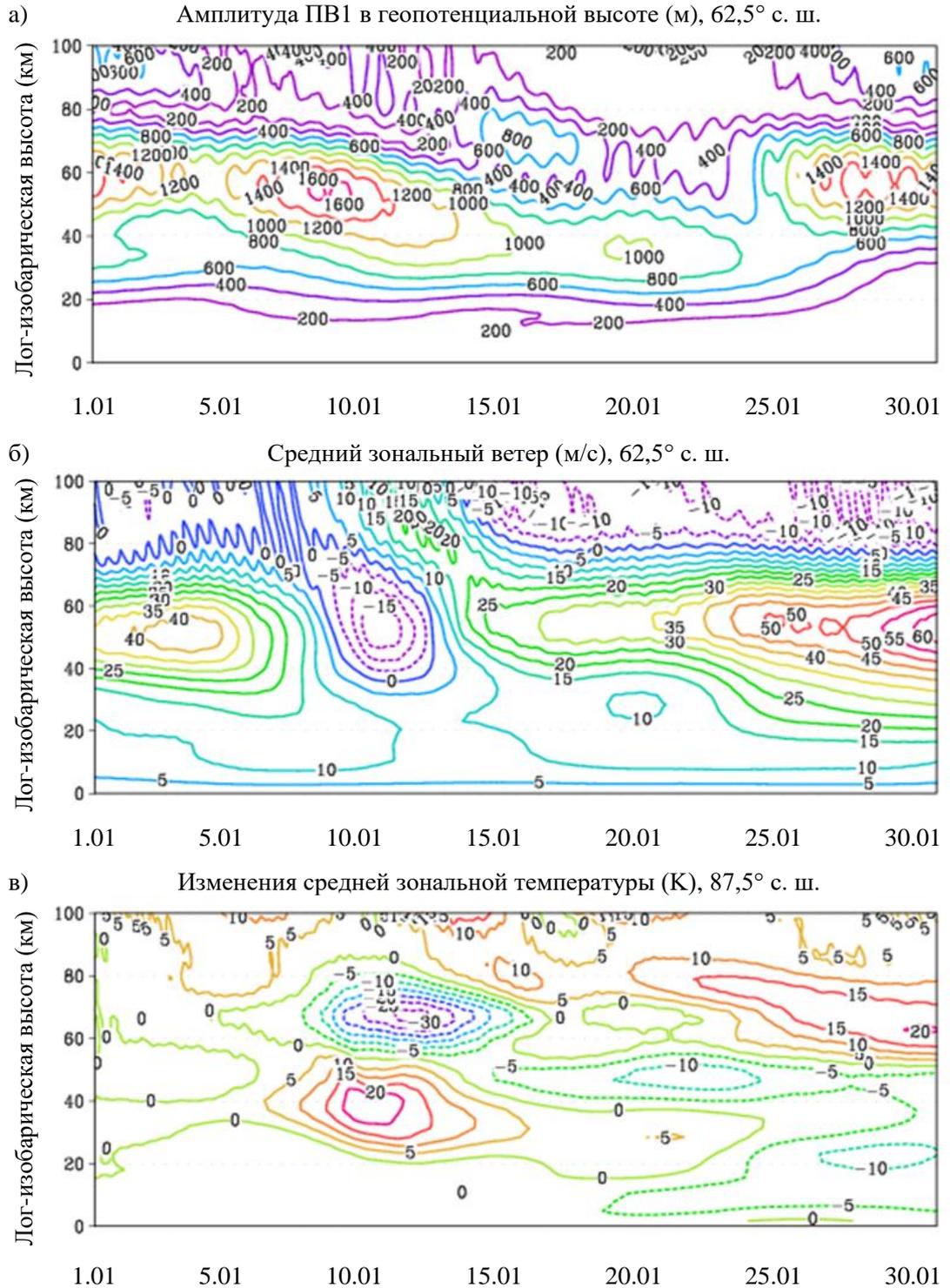


Рисунок 1.5.1.1 – Высотно-временное представление амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 1$  – а) и распределение среднего зонального ветра (м/с) – б) на  $62,5^\circ$  с. ш.; изменения средней зональной температуры (К) на  $87,5^\circ$  с. ш. – в) в январе. Данные МСВА.

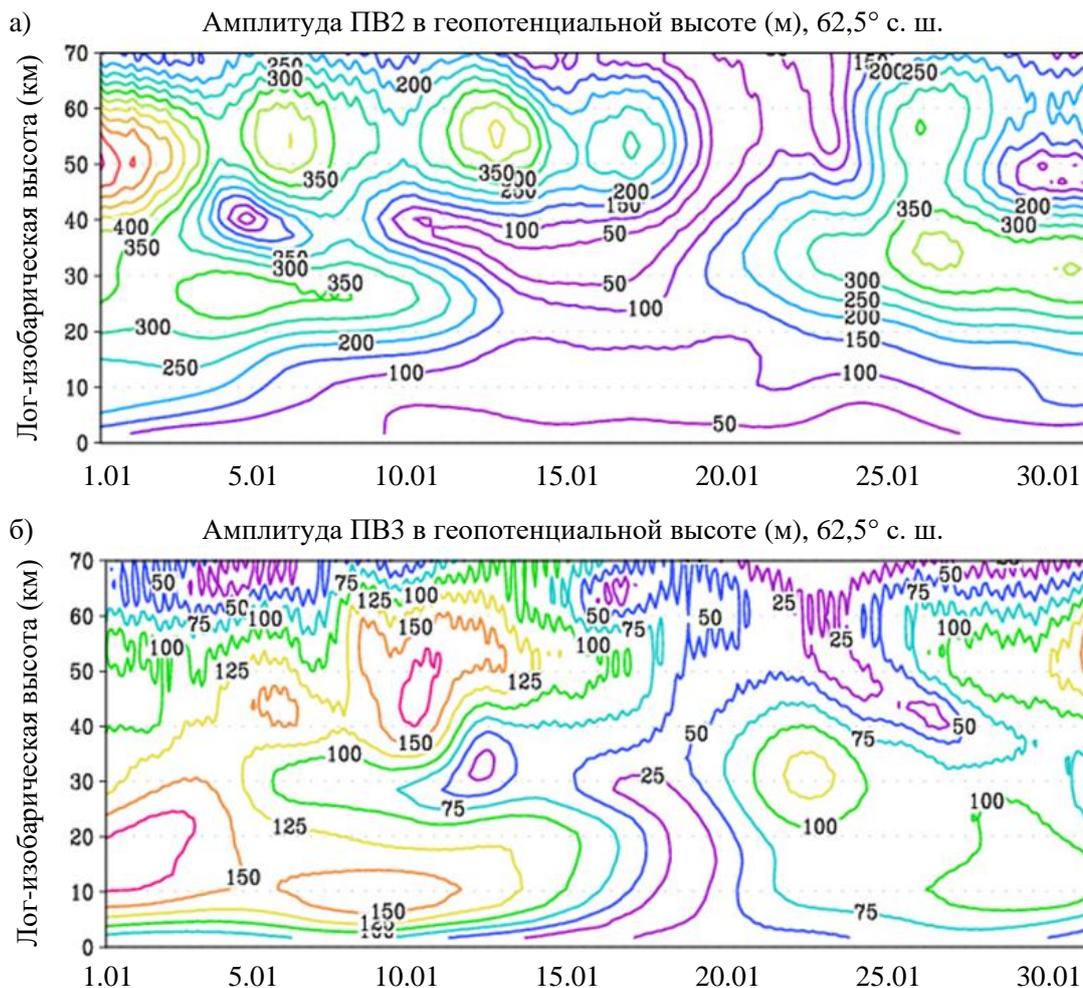


Рисунок 1.5.1.2 – Высотно-временное распределение амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 2$  – а) и  $m = 3$  – б) на 62,5° с. ш. в январе. Данные МСВА.

### 1.5.2. Данные реанализа ERA-5

Данные ERA5, выпущенные в июле 2017 стали пятым поколением атмосферных реанализов глобального климата, которые после многих лет изучения и большой технической подготовки ECMWF (Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды), должны были заменить данные ERA-Interim и, соответственно, предшествующие версии – ERA-15, ERA-40. Реанализ представляет собой численное описание климата, как объединение наблюдений со спутников, радиозондов, самолетов, судов, наземных станций и результатов моделирования. В качестве входных данных для модели используются данные о

давлении, ветре, температуре, озоне, а также сведения о парниковых газах, вулканических извержениях, температуре поверхности океана и морском ледяном покрове.

Данные ERA5 охватывают период наблюдения с 1979 года по настоящее время, а почасовой анализ полей доступен с горизонтальным разрешением 31 км на уровнях от поверхности до примерно 80 км. Используемые в этой работе данные интерполированы на сетку МСВА и представлены на 17 уровнях с верхней границей на высоте 47 км. База данных содержат все принятые наблюдения, вместе с подробной информацией об их использовании [31, 51].

Для исследования и расчетов по данным реанализа ERA5 было решено выбрать 2013 год. В начале января 2013 г. наблюдалось сильное (major) событие ВСП. На рисунках 1.5.2.1-1.5.2.2 представлены данные UK Met Office за рассматриваемый временной интервал. Поскольку эти данные доступны до уровня 0,01 гПа, их предпочтительнее (по сравнению с данными других современных реанализов) использовать для демонстрации поведения основных атмосферных характеристик до высот мезосферы [96].

Значительное увеличение амплитуды СПВ1 наблюдалось в начале января 2013 г. (рисунок 1.5.2.1а). В это же время происходило сильное изменение среднего зонального потока в стратосфере, вплоть до обращения направления (рисунок 1.5.2.1б). Практически одновременно наблюдалось сильное внезапное стратосферное потепление (рисунок 1.5.2.1в). Отметим, что во время события ВСП наблюдается резкое уменьшение амплитуды СПВ1 и увеличение амплитуды СПВ2 (рисунок 1.5.2.2а) и СПВ3 (рисунок 1.5.2.2б). Внезапное стратосферное потепление зимой 2012-2013 гг. сопровождалось расщеплением стратосферного полярного вихря – рисунок 1.5.2.3.

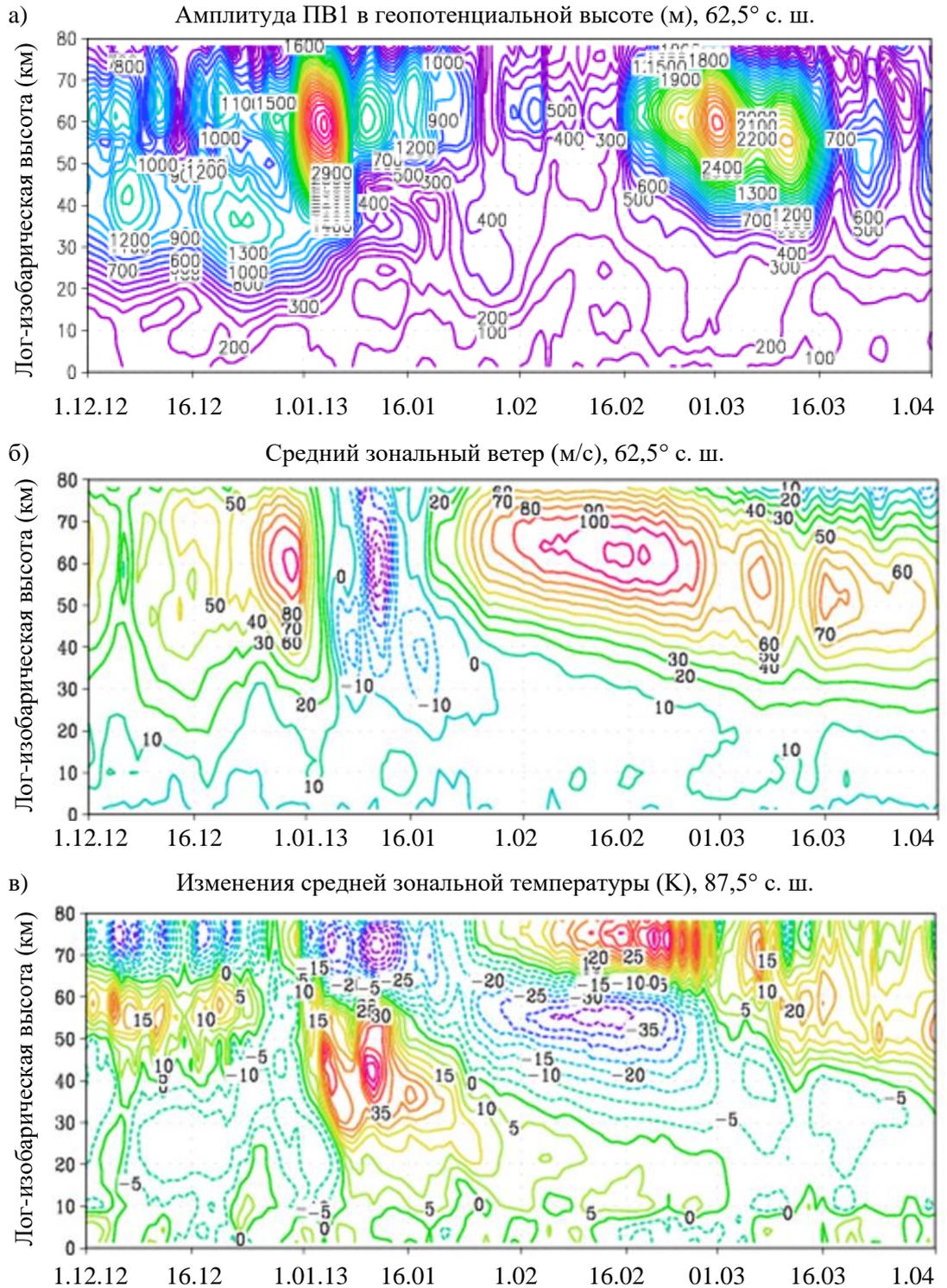


Рисунок 1.5.2.1 – Высотно-временное представление амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 1$  – а) и распределение среднего зонального ветра (м/с) – б) на  $62,5^\circ$  с. ш.; изменения средней зональной температуры (К) на  $87,5^\circ$  с. ш. – в). Данные UK Met Office.

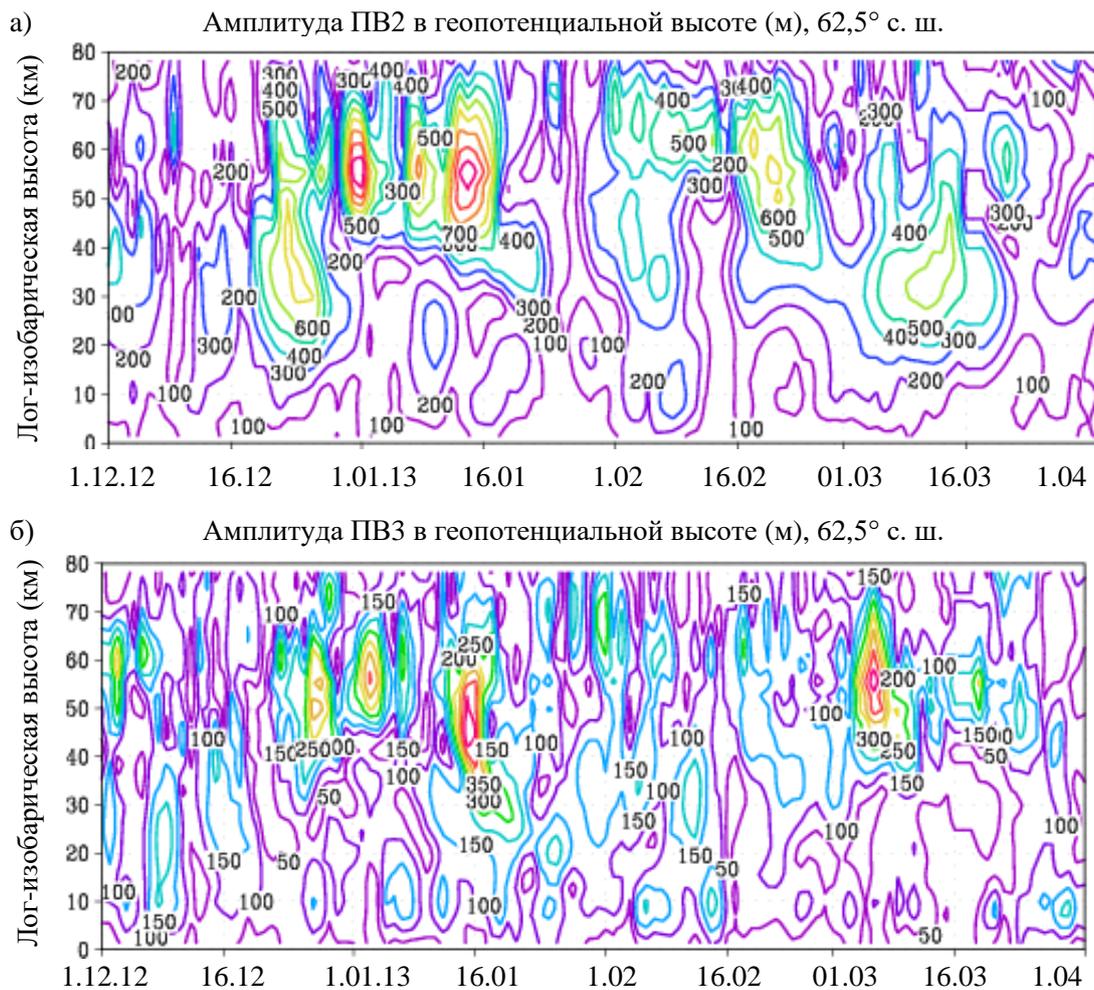


Рисунок 1.5.2.2 – Высотно-временное распределение амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 2$  – а) и  $m = 3$  – б) на 62,5° с. ш. Данные UK Met Office.

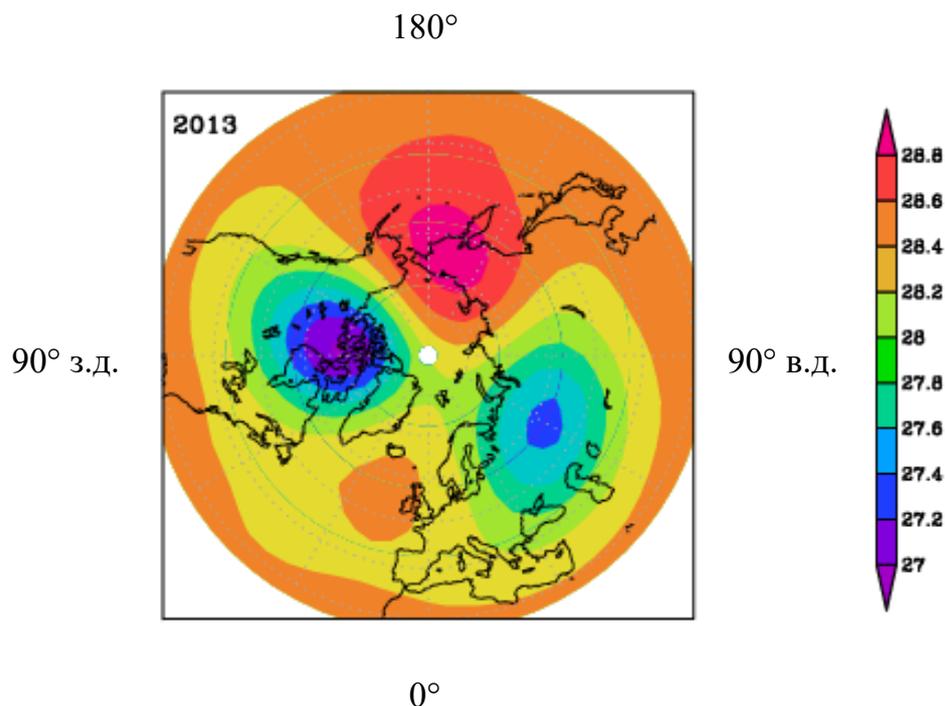


Рисунок 1.5.2.3 – Распределения геопотенциальной высоты в км, на уровне 10 гПа, усредненные за две недели развития ВСП зимой 2012-2013 гг. Данные UK Met Office.

### 1.5.3. Данные реанализа УКМО

В Метеорологическом бюро Великобритании была разработана система ассимиляции данных для анализа тропосферных и стратосферных наблюдений [96]. Изначально анализ производился для проекта спутникового исследования верхней атмосферы. В последующем система была запущена как часть комплекса оперативных прогнозов погоды.

Система ассимиляции стратосферно-тропосферных данных основана на 40-уровневой версии Унифицированной Модели с верхним значением около 0,01 гПа  $\approx$  80 км (данные с этой верхней границей доступны с ноября 2009 г.) и вертикальным разрешением около 2,5 км в стратосфере. Уровни модели были выбраны так, чтобы они были такими же, как в стандартной 30-уровневой модели глобального тропосферного прогноза. Были также добавлены уровни выше стратосферы, с целью улучшения ассимиляции спутниковых измерений

температуры. Горизонтальное разрешение  $2,5^\circ$  широты на  $3,75^\circ$  долготы [97]. Данные с 24-часовым временным шагом доступны с 1992 г. содержат трехмерные поля ветра, температуры и геопотенциальной высоты.

В работе данные реанализа УКМО использовались для расчетов и анализа нелинейных взаимодействий на уровне 50 км во время ВСП зимой 2012-2013 г. – рисунки 1.5.2.1-1.5.2.3, а также во время ВСП зимой 2008-2009 гг., сопровождавшееся расщеплением стратосферного полярного вихря – рисунок 1.2.1а, и зимой 2018-2019 гг., сопровождавшееся смещением стратосферного полярного вихря – рисунок 1.2.1б.

На рисунках 1.5.3.1-1.5.3.2 показаны амплитуды планетарных волн с зональными гармониками  $m=1-3$ , распределения среднего зонального ветра и изменения средней зональной температуры зимой 2008-2009 гг. Внезапному стратосферному потеплению 20 января (рисунок 1.5.3.1в) предшествует аномально сильное увеличение амплитуды СПВ2 (рисунок 1.5.3.2а) и увеличение СПВ1 (рисунок 1.5.3.1а).

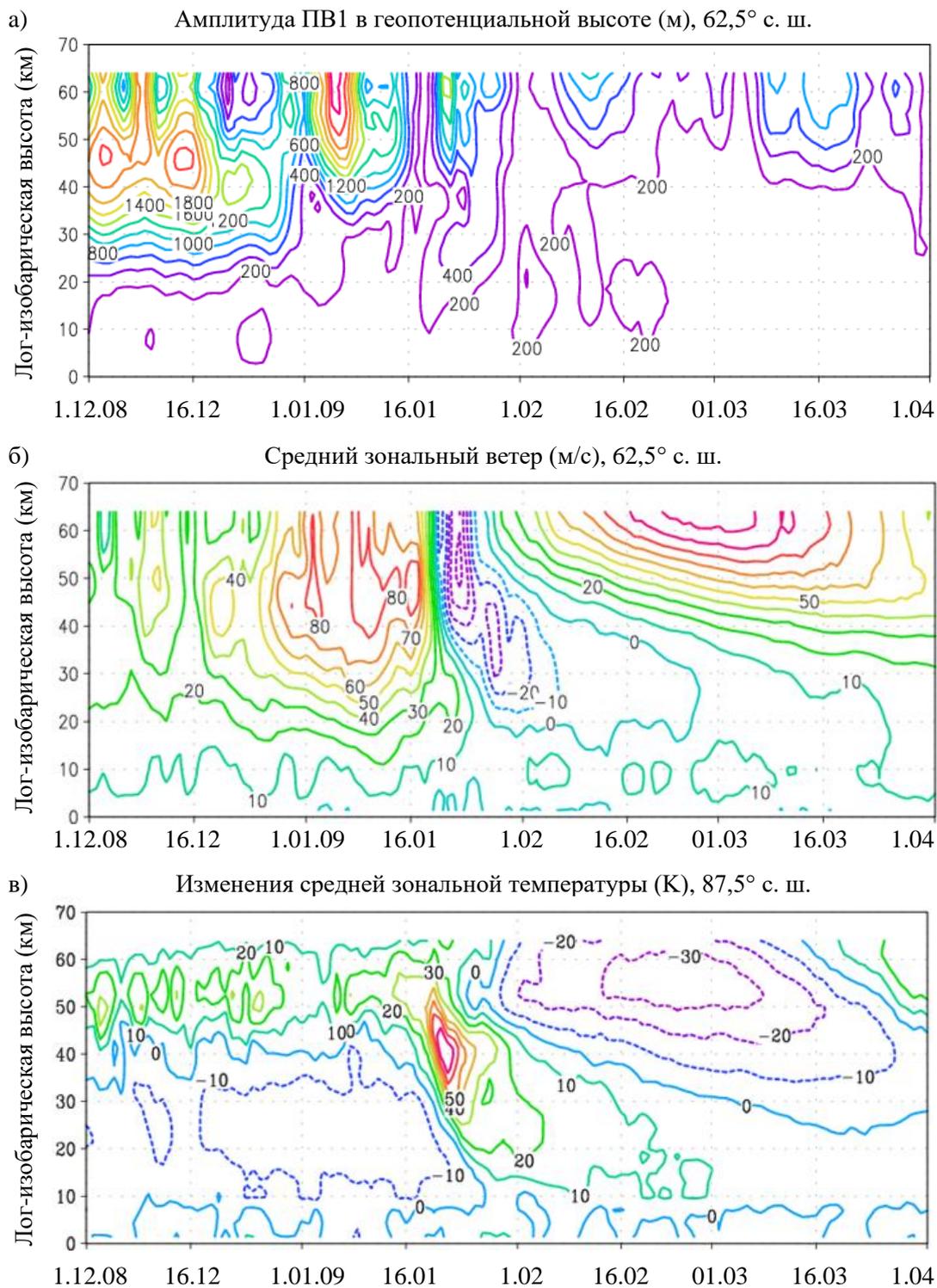


Рисунок 1.5.3.1 – Высотно-временное представление амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 1$  – а) и распределение среднего зонального ветра (м/с) – б) на 62,5° с. ш.; изменения средней зональной температуры (К) на 87,5° с. ш. – в). Данные UK Met Office, зима 2008-2009 гг.

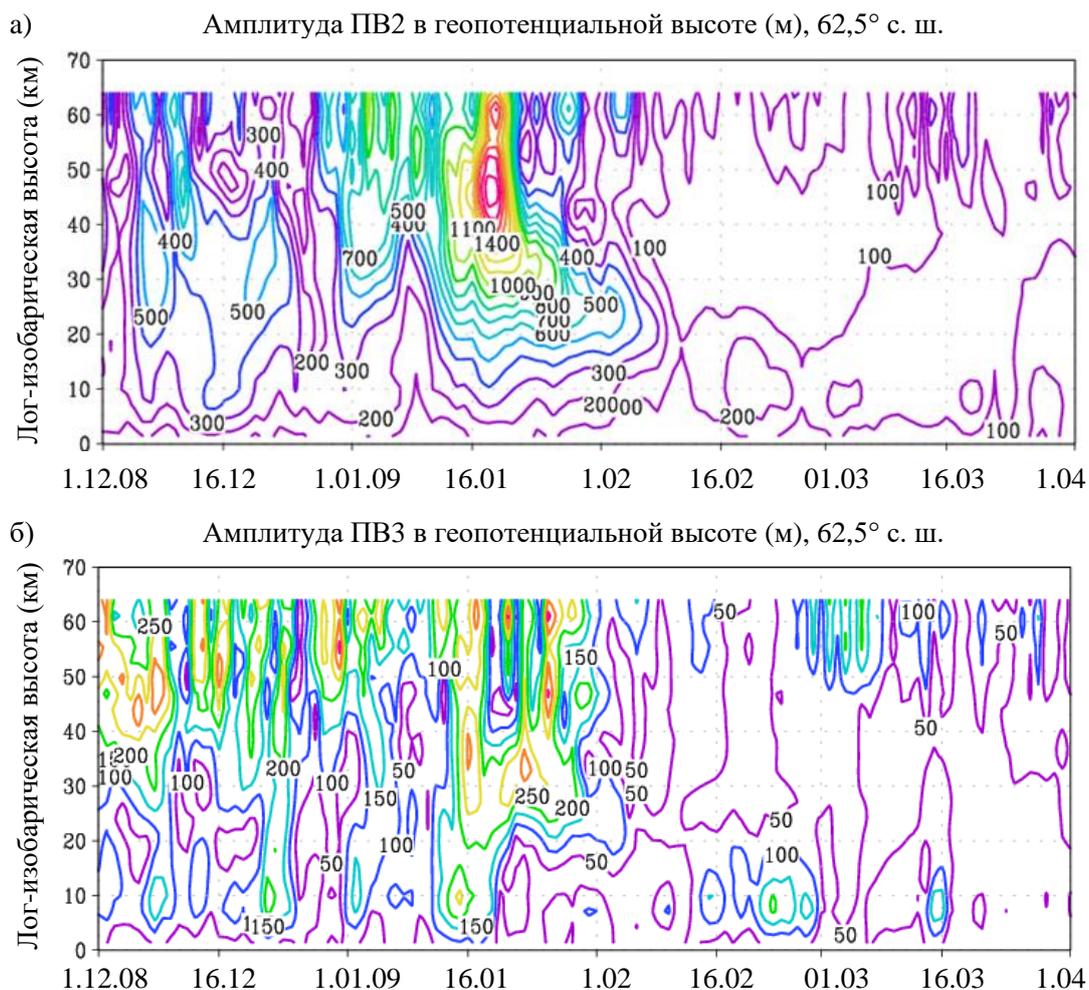


Рисунок 1.5.3.2 – Высотно-временное распределение амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 2$  – а) и  $m = 3$  – б) на 62,5° с. ш. Данные UK Met Office, зима 2008-2009 гг.

Данные для зимы 2018-2019 гг. представлены на рисунках 1.5.3.3 и 1.5.3.4. Увеличение амплитуды СПВ1 наблюдается 24 декабря (рисунок 1.5.3.3а), одновременно происходит обращение среднезонального потока в стратосфере (рисунок 1.5.3.3б) и внезапное стратосферное потепление (рисунок 1.5.3.3в). Увеличение амплитуд СПВ2 и СПВ3 наблюдается как до, так и после потепления – рисунок 1.5.3.4.

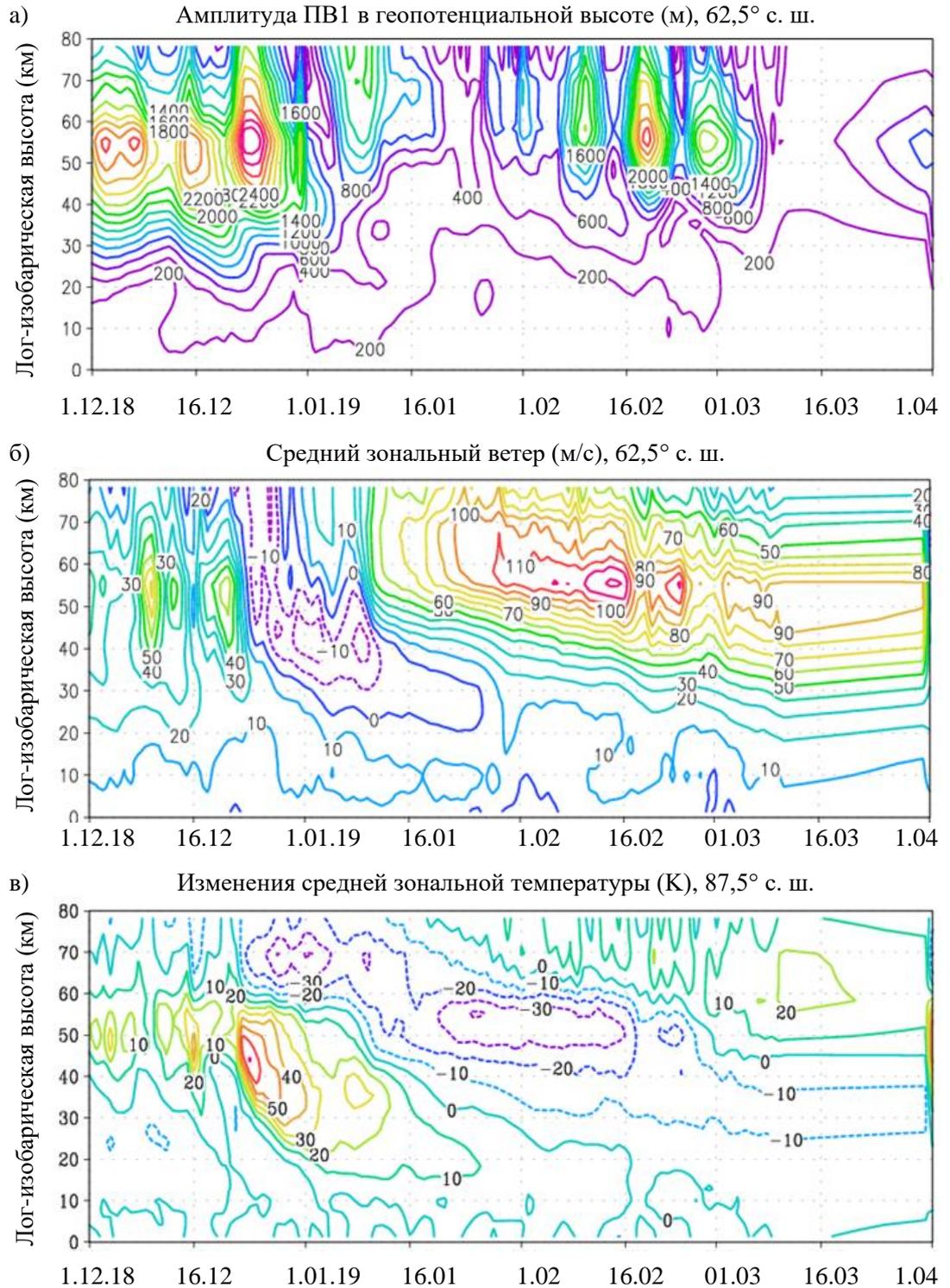


Рисунок 1.5.3.3 – Высотно-временное представление амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 1$  – а) и распределение среднего зонального ветра (м/с) – б) на 62,5° с. ш.; изменения средней зональной температуры (К) на 87,5° с. ш. – в). Данные UK Met Office, зима 2018-2019 гг.

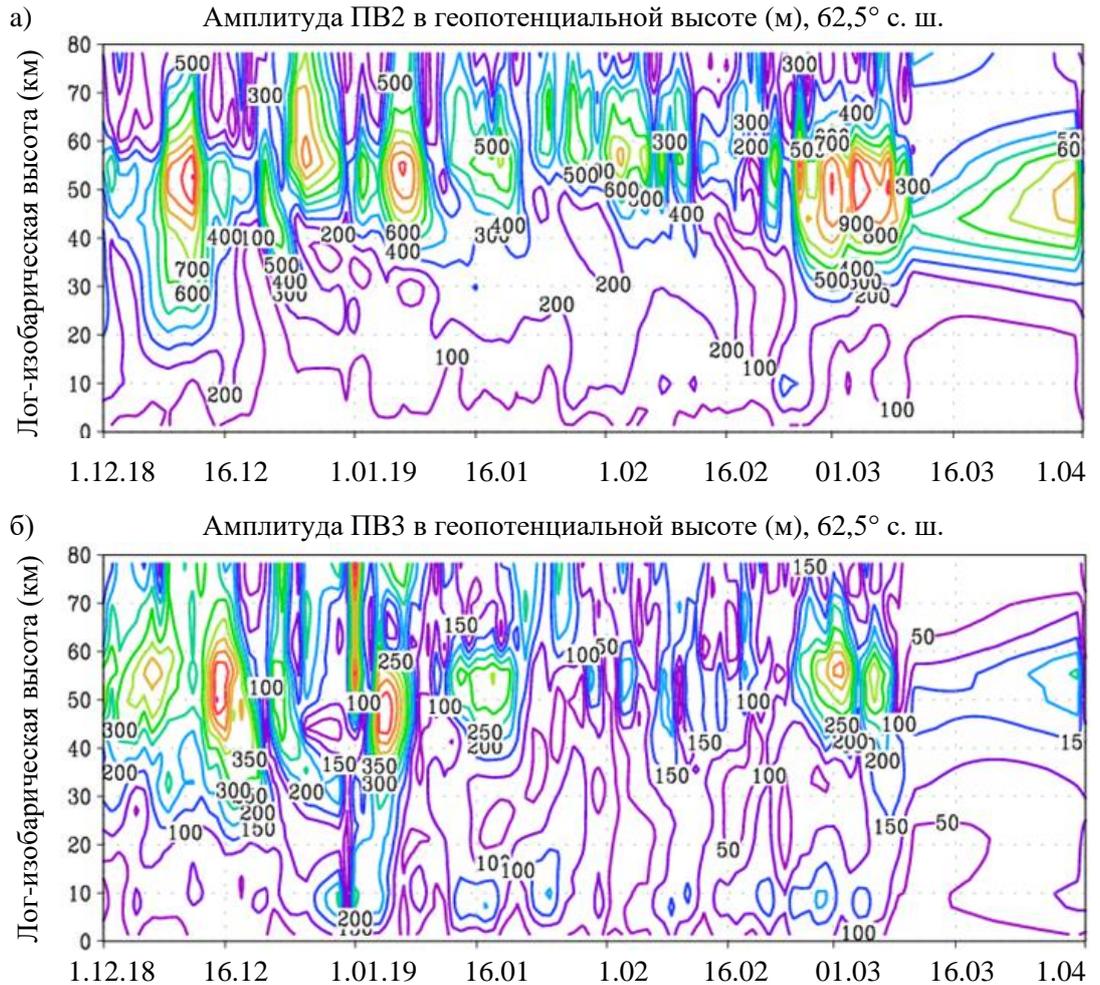


Рисунок 1.5.3.4 – Высотно-временное распределение амплитуд зональных гармоник в геопотенциальной высоте (м) с волновым числом  $m = 2$  – а) и  $m = 3$  – б) на 62,5° с. ш. Данные UK Met Office, зима 2018-2019 гг.

## 1.6. Выводы к главе 1

Вертикальное распространение волн – один из способов влияния тропосферы на стратосферу. Классификация атмосферных волн крайне широка в зависимости от их физических или геометрических свойств. Существует и обратная связь, влияющая на тропосферную погоду и климат, и в последнее время появляется все больше свидетельств влияния стратосферных процессов на тропосферную циркуляцию в широком временном диапазоне.

Существенные различия в структуре атмосферной циркуляции (скорость и направление ветра, температурный профиль), проявляющиеся зимой в средних и

высоких широтах, обуславливают заметные различия в распространении планетарных волн. Их усиление в зимний период может приводить к возникновению внезапных стратосферных потеплений. Изменение волновой активности, нелинейные взаимодействия волн со средним потоком и между собой, наблюдаемые во время развития ВСП можно проанализировать с использованием уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии как в геострофическом приближении, так и при отказе от него.

Для исследования нелинейных динамических процессов в средней атмосфере в работе используются данные численного моделирования и современных реанализов. Трехмерная нелинейная механистическая численная модель общей циркуляции средней и верхней атмосферы МСВА, способна воспроизводить атмосферную циркуляцию и волновые процессы от высот тропосферы до 300-400 км, включая события мажорных ВСП. Данные двух реанализов ERA-5 и UK Met Office используются для расчета и анализа нелинейных процессов на разных стратосферных уровнях, а также для исследования ВСП, сопровождающихся смещением и расщеплением стратосферного полярного вихря. Отличительной особенностью данных реанализа ERA-5 является часовой временной шаг, что в дальнейшем позволит использовать их при диагностике волновых процессов различных типов и периодов. С помощью данных UK Met Office, доступных до высот 65-80 км, можно проанализировать изменение волновой активности и нелинейные взаимодействия во всем стратосферном слое и нижней мезосфере.

## **2. Метод исследования нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн**

В основе данного исследования лежит концепция, основанная на разделении циркуляционной картины на осредненное по долготе движение и отклонение от этого среднего зонального. Расщепление движения на среднюю зональную и вихревую компоненты является эффективным приемом теоретического анализа атмосферной динамики. В тропосфере отклонения от среднего зонального потока, порождаемые его неустойчивостью, а также топографическими и термическими воздействиями, характеризуются обычно сильной нелинейностью, так что в рамках линейной теории удастся строить существенно упрощенные модели [11]. В стратосфере и мезосфере главные возмущения представляют собой волны планетарного масштаба и, вследствие роста амплитуды волны с высотой и ее диссипации, нелинейные эффекты наблюдаются во всей средней атмосфере.

Указанная концепция используется для вывода уравнения возмущенной потенциальной энтропии, на основе которого можно рассмотреть нелинейные эффекты. В работе Smith A. K. [89] уравнение баланса получено с использованием квазигеострофического приближения и без учета слагаемых содержащих возмущение вертикальных скоростей. В данной главе будет показан вывод уравнения в случае отказа от геострофического приближения, осуществлено сравнение двух подходов, оценен вклад возмущения вертикальной скорости в баланс возмущенной потенциальной энтропии, а также представлен метод преобразования уравнения, позволяющий выделить слагаемые ответственные за адвекцию и дивергенцию потока возмущенной ПЭ.

## 2.1. Уравнение баланса возмущенной потенциальной энтропии и генерация вторичных планетарных волн

Исследование нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн между собой и со средним потоком основывается на изучении вклада слагаемых в баланс возмущенной потенциальной энтропии. Для того, чтобы получить это уравнение, рассмотрим уравнение для возмущения потенциального вихря Эртеля в log-изобарической системе координат [13]:

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = -\vec{V}' \cdot \vec{\nabla} P' - \vec{V}' \cdot \vec{\nabla} \bar{P} - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} P' + S', \quad (2.1.1)$$

где

$$\vec{V}' \cdot \vec{\nabla} P' = \frac{u'}{a \cos \varphi} \frac{\partial P'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial P'}{\partial \varphi} + w' \frac{\partial P'}{\partial z}, \quad (2.1.2.a)$$

$$\vec{V}' \cdot \vec{\nabla} \bar{P} = \frac{u'}{a \cos \varphi} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} + w' \frac{\partial \bar{P}}{\partial z}, \quad (2.1.2.б)$$

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} P' = \frac{\bar{u}}{a \cos \varphi} \frac{\partial P'}{\partial \lambda} + \frac{\bar{v}}{a} \frac{\partial P'}{\partial \varphi} + \bar{w} \frac{\partial P'}{\partial z}, \quad (2.1.2.в)$$

и

$$S' = \frac{Rf}{H\rho} \frac{\partial \rho D'}{\partial z N^2}. \quad (2.1.3)$$

В уравнениях (2.1.1)-(2.1.2) в величина  $P$  определяется уравнением (1.3.2.3),  $S$  – вклад неадиабатических притоков тепла и/или диссипативных слагаемых, которые не могут быть оценены из наблюдений,  $D$  – неадиабатический нагрев,  $R$  – газовая постоянная сухого воздуха. Как было отмечено выше, каждую величину можно представить как сумму среднезональной и вихревой компоненты, то есть:

$$P = \bar{P} + P' = \bar{P} + \sum_{m=1}^3 (P_{mc} \cos(m\lambda) + P_{ms} \sin(m\lambda)), \quad (2.1.4.a)$$

$$u = \bar{u} + u' = \bar{u} + \sum_{m=1}^3 (u_{mc} \cos(m\lambda) + u_{ms} \sin(m\lambda)), \quad (2.1.4.б)$$

$$v = \bar{v} + v' = \bar{v} + \sum_{m=1}^3 (v_{mc} \cos(m\lambda) + v_{ms} \sin(m\lambda)), \quad (2.1.4.в)$$

$$D = \bar{D} + D' = \bar{D} + \sum_{m=1}^3 (D_{mc} \cos(m\lambda) + D_{ms} \sin(m\lambda)). \quad (2.1.4.г)$$

Для того чтобы получить уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии для СПВ с разными волновыми числами, необходимо понять, как они могут взаимодействовать друг с другом. Когда сигнал, состоящий из двух косинусоидальных волн с зональными волновыми числами и частотами  $(m_1, \omega_1)$  и  $(m_2, \omega_2)$ , проходит через некоторую нелинейную квадратичную систему, то сигналом на выходе этой системы будет являться вторичная волна  $(2m_1, 2\omega_1)$ ,  $(2m_2, 2\omega_2)$ ,  $(m_1 - m_2, \omega_1 - \omega_2)$  или  $(m_1 + m_2, \omega_1 + \omega_2)$  [92]. Обычно, например в случае гравитационных волн или атмосферных солнечных приливов, рассматривают только разностную и суммарную вторичные волны, предполагая, что нелинейное самовзаимодействие незначительно (первые две вторичные волны). В работе [76] с использованием результатов численного моделирования показано, что слагаемые отвечающие за взаимодействие между разными планетарными волнами сопоставимы по величине со слагаемыми, отвечающими за волновое самовзаимодействие. Поэтому, для правильного описания генерации вторичных СПВ необходимо учитывать такие взаимодействия. Следовательно, вторичные СПВ с зональным волновым числом 2 будут генерироваться в результате нелинейных взаимодействий СПВ1-СПВ3 и в случае самовзаимодействия СПВ1, а вторичные СПВ1 – при взаимодействии СПВ1-СПВ2 и СПВ2-СПВ3. В результате уравнения для СПВ1 и СПВ2, аналогичные уравнению (2.1.1), запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial P'_1}{\partial t} = -\vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} P'_2 - \vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} P'_1 - \vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} P'_3 - \vec{V}'_3 \cdot \vec{\nabla} P'_2 - \vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} \bar{P} - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} P'_1 + S'_1, \quad (2.1.5)$$

$$\frac{\partial P'_2}{\partial t} = -\vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} P'_1 - \vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} P'_3 - \vec{V}'_3 \cdot \vec{\nabla} P'_1 - \vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} \bar{P} - \vec{V} \cdot \vec{\nabla} P'_2 + S'_2. \quad (2.1.6)$$

Чтобы получить выражение для баланса возмущенной потенциальной энтропии, являющейся квадратом потенциального вихря Эртеля, умножим уравнения (2.1.5) и (2.1.6) на  $P'$  и усредним по долготе:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P'^2}}{\partial t} = & -\overline{P'_1 (\vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} P'_2)} - \overline{P'_1 (\vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_1 (\vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} P'_3)} - \\ & - \overline{P'_1 (\vec{V}'_3 \cdot \vec{\nabla} P'_2)} - \overline{P'_1 (\vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} \bar{P})} - \overline{P'_1 (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} P'_1)} + \overline{P'_1 S'_1}, \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P_2'^2}}{\partial t} = & -\overline{P_2' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} P_1')} - \overline{P_2' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} P_3')} - \overline{P_2' (\vec{V}_3' \cdot \vec{\nabla} P_1')} - \\ & - \overline{P_2' (\vec{V}_2' \cdot \vec{\nabla} P)} - \overline{P_2' (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} P_2')} + \overline{P_2' S_2'}. \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

В уравнениях (2.1.7) и (2.1.8) левая часть определяется, как мера изменчивости волновой активности во времени [89, 106]. Первые четыре слагаемых уравнения (2.1.7) и первые три слагаемых уравнения (2.1.8) в правой части описывают нелинейное взаимодействие по типу волна-волна; далее взаимодействие волны со средним потоком и диссипация, которая не может быть оценена из наблюдений. Также стоит отметить, что подобным образом можно получить уравнение баланса для СПВ3. Основываясь на используемом здесь методе комплексных амплитуд, для такого уравнения необходимо привлечь к расчету СПВ4. Такой подход значительно усложнил уравнения баланса, а вклад СПВ4 в изменение волновой активности даже во время ВСП слишком мал.

Аналогичным образом можно получить уравнения возмущенной потенциальной энтропии в случае квазигеострофического приближения, то есть с использованием квазигеострофической потенциальной завихренности, выраженной уравнением (1.3.1.2):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{q_1'^2}}{\partial t} = & -\overline{q_1' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} q_2')} - \overline{q_1' (\vec{V}_2' \cdot \vec{\nabla} q_1')} - \overline{q_1' (\vec{V}_2' \cdot \vec{\nabla} q_3')} - \overline{q_1' (\vec{V}_3' \cdot \vec{\nabla} q_2')} - \\ & - \overline{q_1' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} \bar{q})} - \overline{q_1' (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} q_1')} + \overline{q_1' S_1'}. \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{q_2'^2}}{\partial t} = & -\overline{q_2' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} q_1')} - \overline{q_2' (\vec{V}_1' \cdot \vec{\nabla} q_3')} - \overline{q_2' (\vec{V}_3' \cdot \vec{\nabla} q_1')} - \overline{q_2' (\vec{V}_2' \cdot \vec{\nabla} \bar{q})} - \\ & - \overline{q_2' (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} q_2')} + \overline{q_2' S_2'}. \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

## 2.2. Квазигеострофическое приближение в анализе нелинейных взаимодействий

В ранних работах по моделированию СПВ использовалось квазигеострофическое приближение, следствием которого является обращение в нуль возмущений геопотенциала (или давления) на экваторе. Это означает, что

использование квазигеострофического приближения ведет к полной изолированности полушарий, т.к. обмен волновой энергией между полушариями отсутствует [78]. В работах [9] и [17] также было отмечено, что использование квазигеострофического приближения не всегда оправдано, с связи с использованием упрощений в уравнении для квазигеострофической потенциальной завихренности. Использование такого типа приближения в численных моделях атмосферы приводит к высокой характерной относительной ошибке прогноза [3]. Чтобы сравнить два подхода в исследовании возмущенной потенциальной энтропии, было решено показать поведение слагаемых в уравнении баланса с использованием квазигеострофической потенциальной завихренности –  $q'\bar{\theta}_z$  и потенциального вихря Эртеля  $P'\rho_0$ . Вид соответствующих выражений для вихря необходим для корректного сравнения результатов. На рисунках 2.2.1-2.2.4 показаны результаты расчета слагаемых, усредненные в полосе 52,5-62,5° с. ш. для СПВ1 и СПВ2 на уровнях 30 и 50 км по модельным данным МСВА.

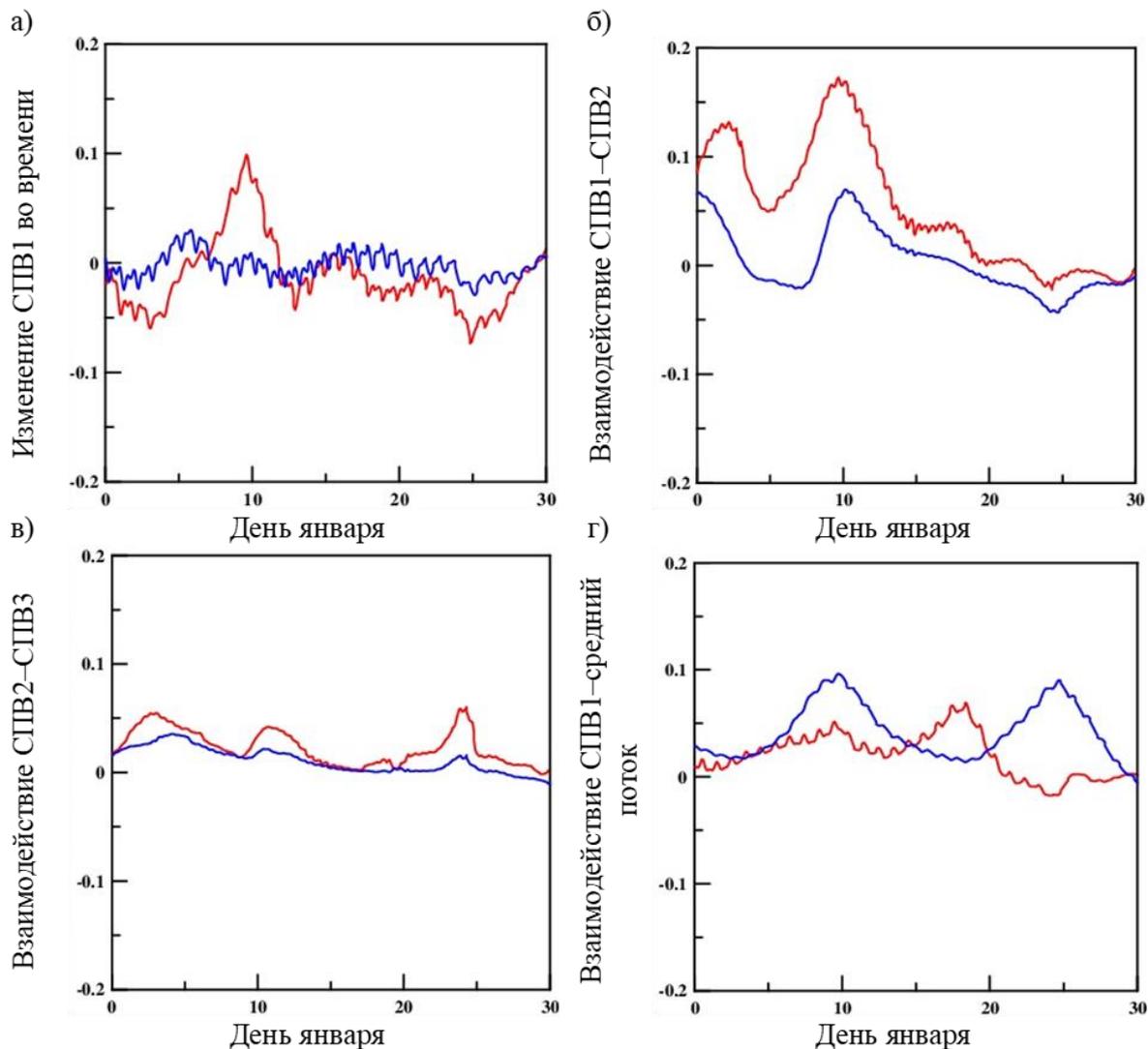


Рисунок 2.2.1 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием квазигеострофического приближения – красные линии, потенциального вихря Эртеля – синие линии) для СПВ1 на уровне 30 км в январе: а) эволюция волны, б) взаимодействие СПВ1–СПВ2, в) взаимодействие СПВ2–СПВ3 и г) взаимодействие СПВ1–средний поток. Графики приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$ .

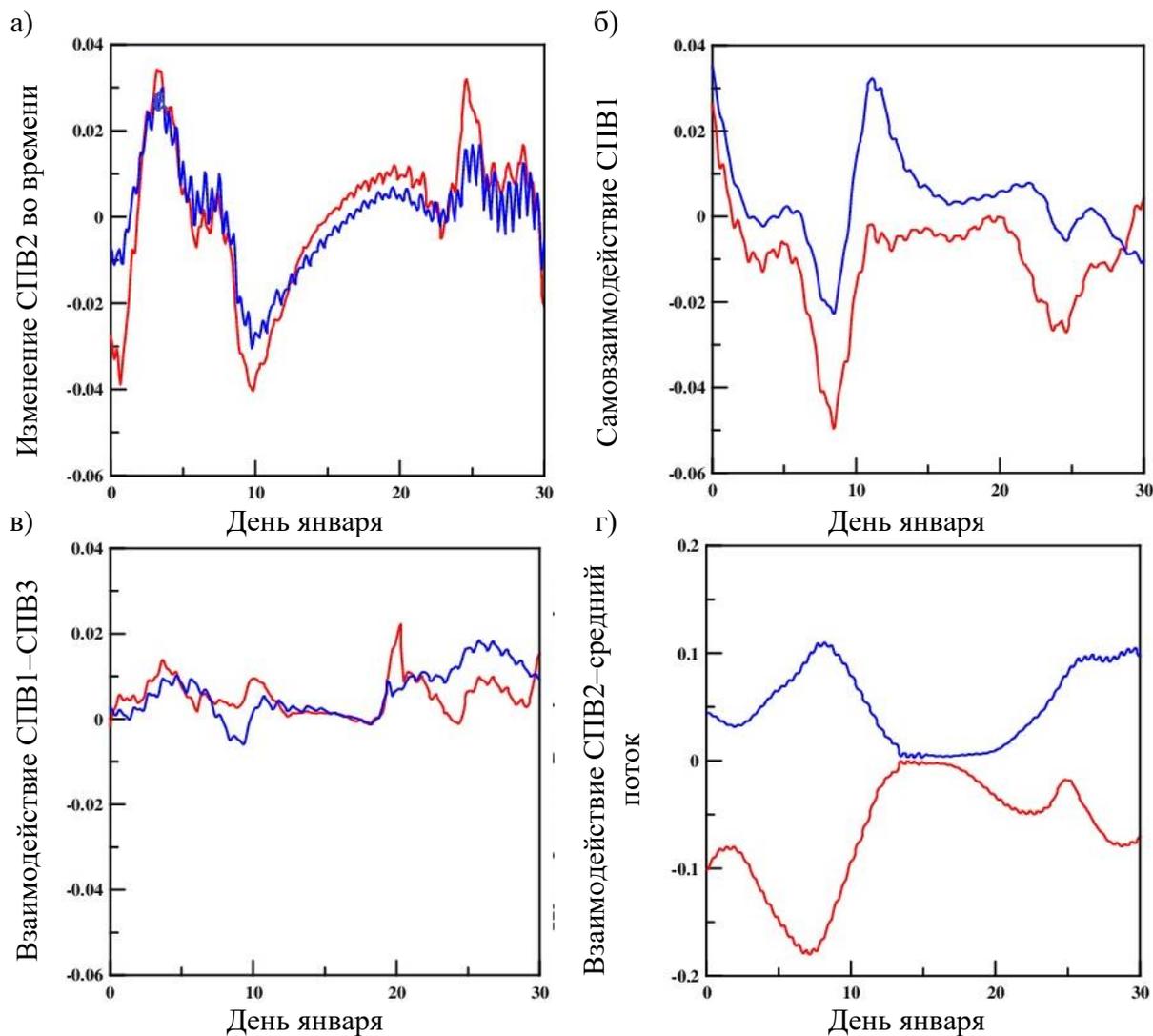


Рисунок 2.2.2 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием квазигеострофического приближения – красные линии, потенциального вихря Эртеля – синие линии) для СПВ2 на уровне 30 км в январе: а) эволюция волны, б) самовзаимодействие СПВ1, в) взаимодействие СПВ1-СПВ3 и г) взаимодействие СПВ2-средний поток. Графики приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$ .

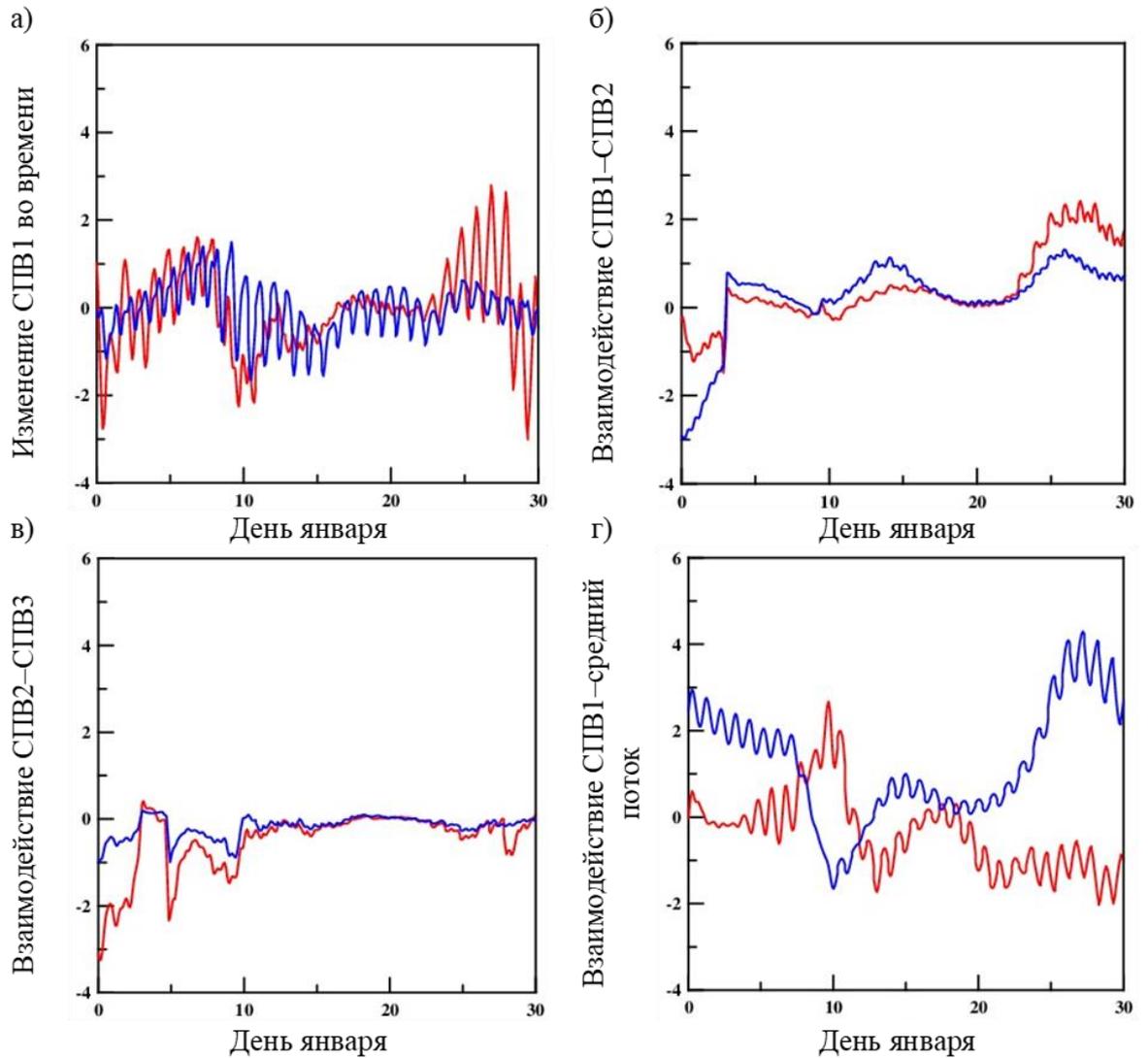


Рисунок 2.2.3 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием квазигеострофического приближения – красные линии, потенциального вихря Эртеля – синие линии) для СПВ1 на уровне 50 км в январе: а) эволюция волны, б) взаимодействие СПВ1–СПВ2, в) взаимодействие СПВ2–СПВ3 и г) взаимодействие СПВ1–средний поток. Графики приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$ .

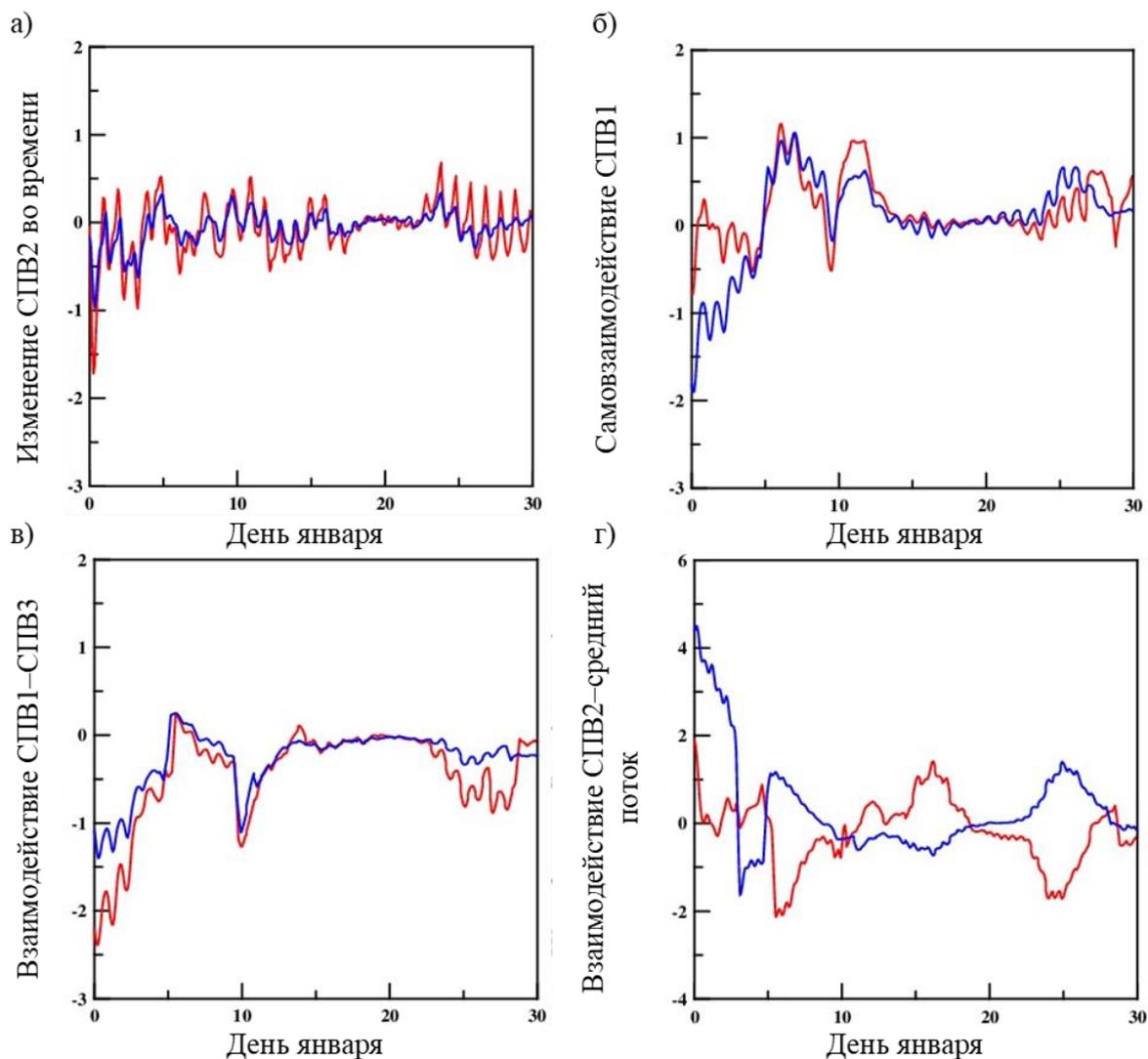


Рисунок 2.2.4 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием квазигеострофического приближения – красные линии, потенциального вихря Эртеля – синие линии) для СПВ2 на уровне 50 км в январе: а) эволюция волны, б) самовзаимодействие СПВ1, в) взаимодействие СПВ1-СПВ3 и г) взаимодействие СПВ2-средний поток. Графики приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$ .

Результаты на рисунках 2.2.2а и 2.2.4а показывают, что временные изменения возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1 и СПВ2 практически не зависят от типа используемого потенциального вихря. Исключением является результат для СПВ1 на уровне 30 км – рисунок 2.2.1а. Вид кривой, показывающей взаимодействие волн с разными волновыми

числами, выглядит аналогичным (используя выражение  $q'\bar{\theta}_z$  или  $P'\rho_0$ ), но амплитуды вариаций заметно отличается. Наиболее интересная ситуация возникает при рассмотрении взаимодействия СПВ1 или СПВ2 со средним потоком. На панелях г) рисунков 2.2.1-2.2.3 видно, что значения слагаемых с использованием квазигеострофической потенциальной завихренности и потенциального вихря Эртеля находятся практически в противофазе. Кроме того, взаимодействие СПВ-средний поток оказывает наиболее значимый вклад в уравнения (2.1.7)-(2.1.10). Более подробный анализ выполнения баланса возмущенной потенциальной энтропии будет показан в главе 3. Также стоит отметить, что волновая активность увеличивается с высотой, что определяется порядком величин слагаемых на уровне 30 и 50 км.

Результаты расчета слагаемых в уравнении баланса возмущенной потенциальной энтропии демонстрируют различия при использовании квазигеострофического приближения и в случае отказа от него. Как было отмечено в разделе 1.3.2, потенциальный вихрь Эртеля является более универсальной динамической величиной, удобным инструментом для анализа процессов тропосферно-стратосферного обмена и его использование минимизирует ошибки в численных моделях, в дальнейшем квазигеострофическое приближение использоваться не будет. Все последующие исследования проводились только с учетом потенциального вихря Эртеля.

### 2.3. Возмущение вертикальных скоростей и их учет в уравнении баланса

Как было показано в разделе 1 и в работе [89], при выводе уравнений баланса возмущенной ПЭ слагаемыми, содержащими вертикальные скорости (или их возмущения), часто пренебрегают вследствие их малости. В свою очередь, последние исследования демонстрируют, что такие слагаемые могут вносить вклад при нелинейном взаимодействии стационарной планетарной волны с зональным волновым числом  $m$  и мигрирующего прилива с зональными волновыми числами  $mt=1$  и  $2$ , генерируя немигрирующий

атмосферный прилив с  $m = m_t \pm m_r$  [71, 79]. Атмосферные приливы – это ежедневные колебания глобального масштаба, которые в основном вызваны дневными вариациями тепла из-за поглощения солнечного ультрафиолетового излучения атмосферным водяным паром и озоном. Мигрирующие приливы являются бегущими за Солнцем, а немигрирующие в свою очередь связаны, например, с топографией и географически фиксированными тропосферными источниками тепла. Генерация немигрирующих атмосферных приливов, вызванная нелинейным взаимодействием с планетарными волнами разных масштабов, приводит к долготным изменениям вертикального ветра в течение суток [32]. Такое изменение в свою очередь влияет на интенсивность излучения гидроксила (ОН) и на концентрацию атомарного кислорода (О) [71]. На рисунках 2.3.1-2.3.2 показан вклад вертикальной скорости в слагаемые в уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии, рассчитанный по модельным данным МСВА для января, когда моделировалось ВСП 10 января. Результаты представлены на уровне 30 км – рисунок 2.3.1 и 50 км – рисунок 2.3.2, где наблюдаются максимальные амплитуды СПВ; усреднены в полосе 52,5-62,5° с. ш. и приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$ .

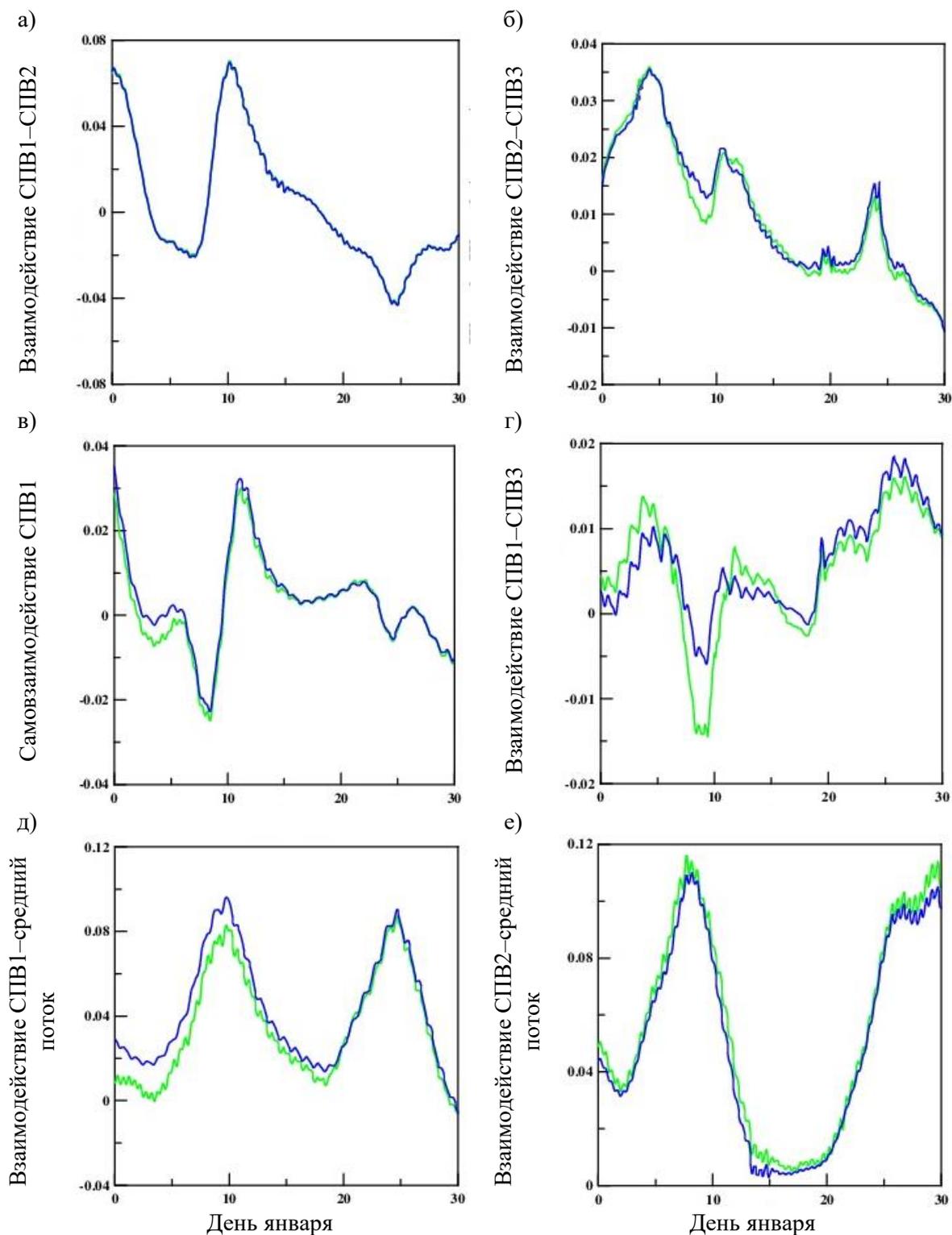


Рисунок 2.3.1 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием потенциального вихря Эртеля без и с учетом вертикальной скорости – синие и зеленые линии соответственно) для генерации СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (средние панели) и взаимодействие СПВ со средним потоком (нижние панели) на 30 км для января.

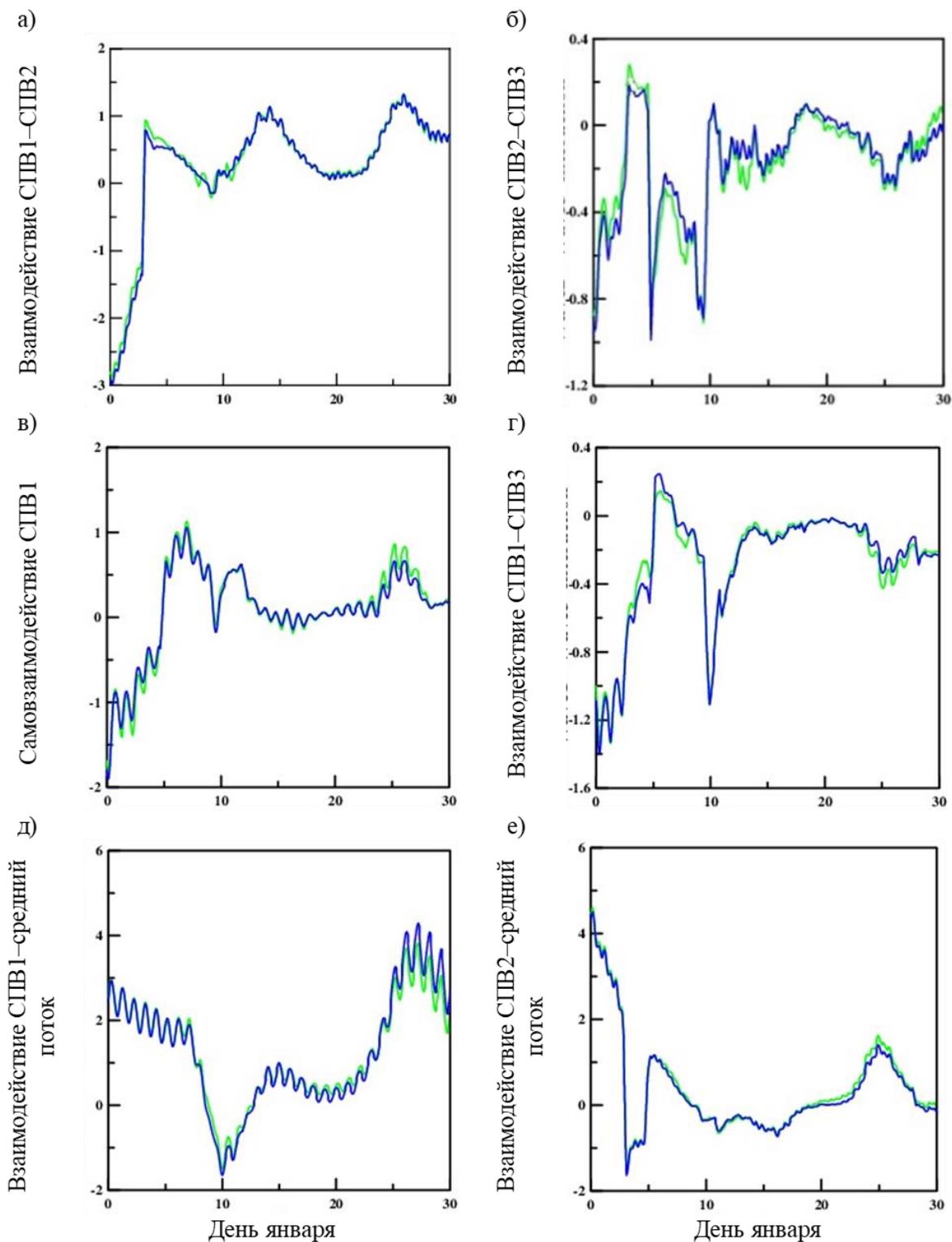


Рисунок 2.3.2 – Слагаемые, отвечающие за вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии (с использованием потенциального вихря Эртеля без и с учетом вертикальной скорости – синие и зеленые линии соответственно) для генерации СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (средние панели) и взаимодействие СПВ со средним потоком (нижние панели) на 50 км для января.

Результаты расчета показывают, что слагаемые, содержащие вертикальную скорость, вносят вклад во взаимодействия по типу волна-волна и волна средний поток. Особенно этот эффект заметен на уровне 30 км до и во время события внезапного стратосферного потепления – рисунок 2.3.1. При этом, относительный вклад вертикальных движений в баланс ПЭ может достигать 10 % для нелинейных взаимодействий между волнами – рисунок 2.3.1г и до 20 % для взаимодействий волны со средним потоком – рисунок 2.3.1д. На уровне 50 км максимальный вклад достигает 10 % как для взаимодействий по типу волна-волна – рисунок 2.3.2б и 2.3.2г, так и волна-средний поток – рисунок 2.3.2д и рисунок 2.3.2е.

Так как подход исследования взаимодействий стационарных планетарных волн, основанный на изучении уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии, в дальнейшем можно применить для изучения взаимодействий СПВ с атмосферными приливами и/или приливами между собой, то слагаемые с вертикальной скоростью пренебрегаться не будут. Методика, позволяющая получить данные для расчета и анализа отдельных приливных компонент и их взаимодействий с СПВ, основанная на непрерывном вейвлет-преобразовании показана в работе [33].

#### 2.4. Преобразование уравнения возмущенной потенциальной энтропии и получение выражения для среднезональной ПЭ

Для полного описания выполнения баланса потенциальной энтропии, преобразуем выражения (2.1.7) и (2.1.8). Добавим к правой части уравнений для СПВ1 и СПВ2 соответственно

$$\pm \bar{P} \left( \overline{\vec{V}'_1 \cdot \vec{\nabla} P'_1} \right), \quad (2.4.1)$$

$$\pm \bar{P} \left( \overline{\vec{V}'_2 \cdot \vec{\nabla} P'_2} \right). \quad (2.4.2)$$

Объединим предпоследнее слагаемое уравнений (2.1.7) и (2.1.8) с выражениями (2.4.1) и (2.4.2) со знаком минус. Тогда, учитывая уравнение неразрывности, т.е. выполняется условие

$$P' \bar{P} \operatorname{div}(\rho_0 \bar{V}') / \rho_0 = 0, \quad (2.4.3)$$

где,  $\rho_0$  – фоновая плотность, являющаяся функцией только от высоты, уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1 и СПВ2 принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}'^2}{\partial t} = & -\overline{P'_1 (\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} - \overline{P'_1 (\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_1 (\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_3)} - \\ & \overline{P'_1 (\bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} - \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \bar{P} \overline{P'_1 \bar{V}'_1}) - \overline{P'_1 (\bar{V} \cdot \bar{\nabla} P'_1)} + \bar{P} \overline{(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} + \overline{P'_1 S'_1}, \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}'^2}{\partial t} = & -\overline{P'_2 (\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_2 (\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_3)} - \overline{P'_2 (\bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \\ & \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \bar{P} \overline{P'_2 \bar{V}'_2}) - \overline{P'_2 (\bar{V} \cdot \bar{\nabla} P'_2)} + \bar{P} \overline{(\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} + \overline{P'_2 S'_2}. \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

В преобразованных уравнениях значения левых частей, первых четырех слагаемых уравнения (2.4.4) и первых трех слагаемых уравнения (2.4.5) в правой части остались неизменными. Далее стоят дивергенция потока, адвективное слагаемое, взаимодействие волны со средним потоком и диссипация.

Аналогично можно получить уравнение баланса для среднего зонального значения потенциальной энтропии [5]:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial t} = \frac{\bar{P}}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \bar{P} \bar{V}) - \bar{P} \overline{(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \bar{P} \overline{(\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} + \bar{P} \bar{S}. \quad (2.4.6)$$

В уравнение (2.4.6) левая часть представляет изменение среднезональной ПЭ во времени. Ее изменение определяется дивергенцией потока ПЭ – первое слагаемое в правой части, а также взаимодействием СПВ1 и СПВ2 со средним потоком – второе и третье слагаемые, соответственно.

## 2.5. Выводы к главе 2

Разработана новая методика исследования нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн, основанная на анализе уравнения баланса

возмущенной потенциальной энтропии. Уравнения, полученные в рамках разработанной методики, позволяют оценить вклад нелинейных взаимодействий волн со средним потоком, волн между собой, адвекции и дивергенции потока ПЭ в изменение волновой активности. Отмечено, что используемое в ранних работах по исследованию нелинейных процессов, квазигеострофическое приближение не всегда оправдано. При отказе от квазигеострофического приближения расчеты и анализ слагаемых можно проводить с использованием потенциального вихря Эртеля, являющегося более универсальной динамической величиной. Кроме того, учет вертикальных скоростей необходим при исследовании нелинейных взаимодействий по типу волна-средний поток и волна-волна во время развития ВСП.

### 3. Анализ нелинейных взаимодействий планетарных волн

В данной части работы произведены оценки изменений вкладов слагаемых в уравнения (2.4.4)-(2.4.6) с использованием данных реанализа ERA-5 для высоты 40 км и данных реанализа UK Met Office для высоты 50 км. Анализ вклада процессов в уравнение возмущенной потенциальной энтропии на разных стратосферных уровнях проводился для периода 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. Для исследования нелинейных взаимодействий во время ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря расчет проводился для января 2009 г., а со смещением для периода 6 декабря 2018 г. – 5 января 2019 г. Все результаты были усреднены в полосе 52,5-62,5° с. ш. Кроме того, по данным реанализа UK Met Office были построены широтно-высотные распределения слагаемых, отвечающих за изменение волновой активности, взаимодействия по типу волна-волна и волна-средний поток, дивергенцию и адвекцию. На рисунке 3.1.1 и всех последующих рисунках главы 3 значения приведены в единицах  $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут.}$

#### 3.1. Вклад нелинейных процессов в баланс потенциальной энтропии на различных высотах

Анализ результатов расчета слагаемых в уравнении (2.4.6) для среднезональной потенциальной энтропии на уровне 40 и 50 км показывает, что слагаемые, отвечающие за взаимодействие волны со средним потоком, вносят вклад не только во время события ВСП, наблюдаемого 10 января, но и за 10 дней до его наступления. Причем взаимодействие СПВ2 со средним потоком наряду с СПВ1 значительно влияет на баланс как на уровне 40, так и 50 км (рисунок 3.1.1 – красная линия). Во время развития потепления усиливается взаимодействие по типу волна-волна на 40 км, а на 50 км усиление происходит с начала января (рисунок 3.1.2). Кроме того, можно отметить, что до события ВСП существенный вклад вносят адвективные слагаемые (синяя линия на рисунке 3.1.1),

характеризующие вынос потенциальной энтропии из рассматриваемой широтной полосы.

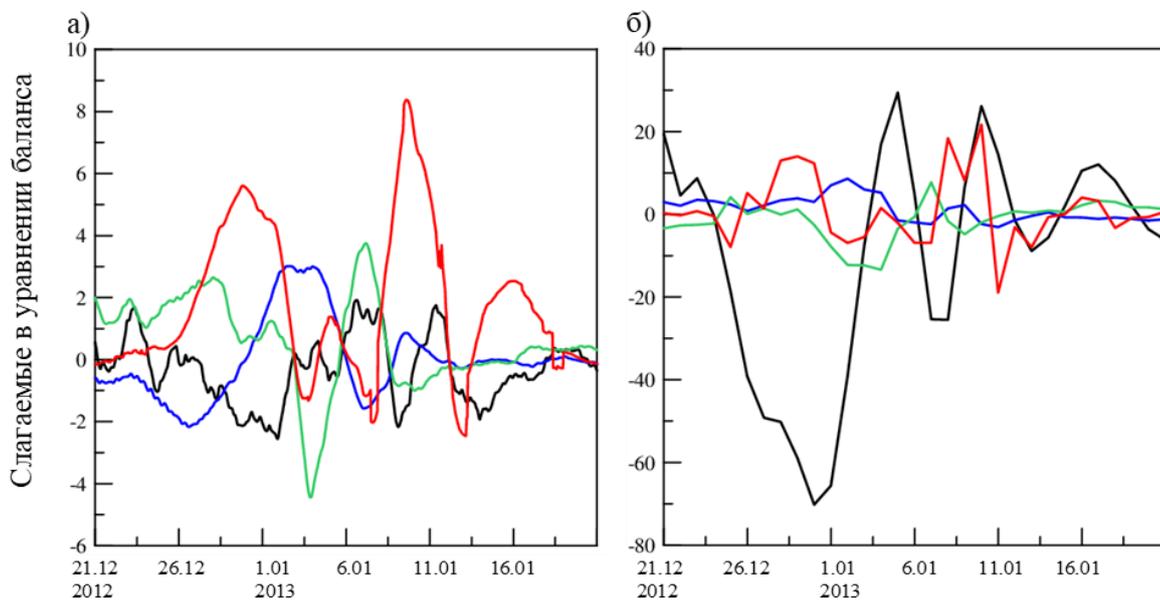


Рисунок 3.1.1 – Слагаемые в уравнении баланса средней зональной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. Изменение во времени – черная линия, адвективные слагаемые – синяя линия, обменные слагаемые для СПВ1 – зеленая линия, для СПВ2 – красная.

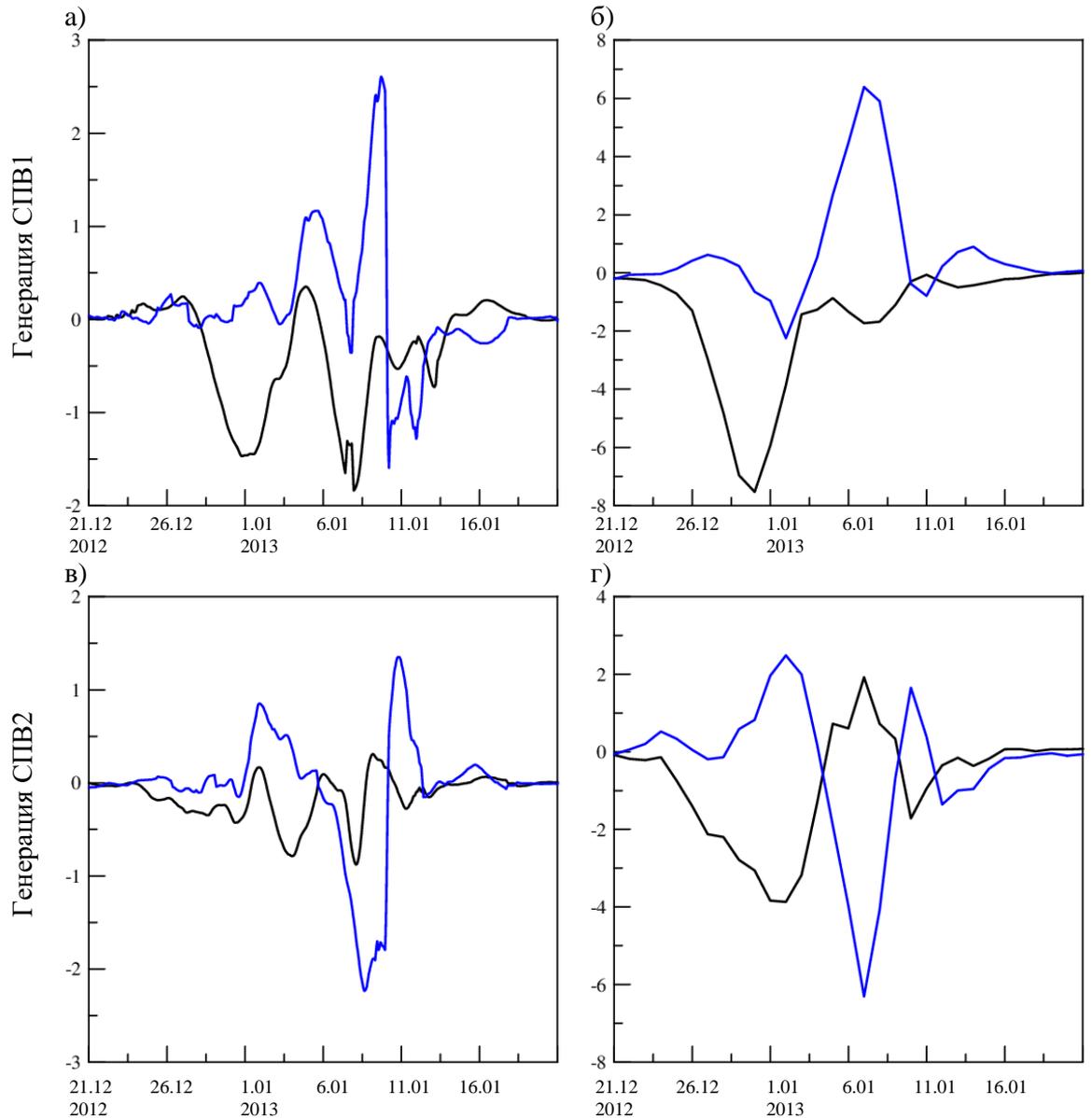


Рисунок 3.1.2 – Слагаемые, отвечающие за взаимодействие по типу волна – волна в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а), в) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б), г) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. Генерация СПВ1 (верхние панели) – взаимодействие СПВ1-СПВ2 – черная линия, СПВ2-СПВ3 – синяя. Генерация СПВ2 (нижние панели) – самовзаимодействие СПВ1 - черная линия, СПВ1-СПВ3 – синяя.

На рисунке 3.1.2 показано, что на уровне 40 км стационарная планетарная волна с волновым числом 3 значительно влияет на генерацию волн во время

ВСП. В то же время наименьший вклад в баланс возмущенной потенциальной энтропии вносит слагаемое, отвечающее за генерацию СПВ2 в результате самовзаимодействия СПВ1. На высоте 50 км генерация СПВ определяется планетарными волнами с зональными волновыми числами 1-3 практически в равной степени.

На основе результатов расчета слагаемых уравнений (2.4.4) и (2.4.5) можно оценить выполнение баланса возмущенной потенциальной энтропии. На рисунке 3.1.3 показано изменение волновой активности во времени. Событию ВСП предшествует уменьшение волновой активности СПВ1 и увеличение с последующим уменьшением волновой активности СПВ2 в стратосфере.

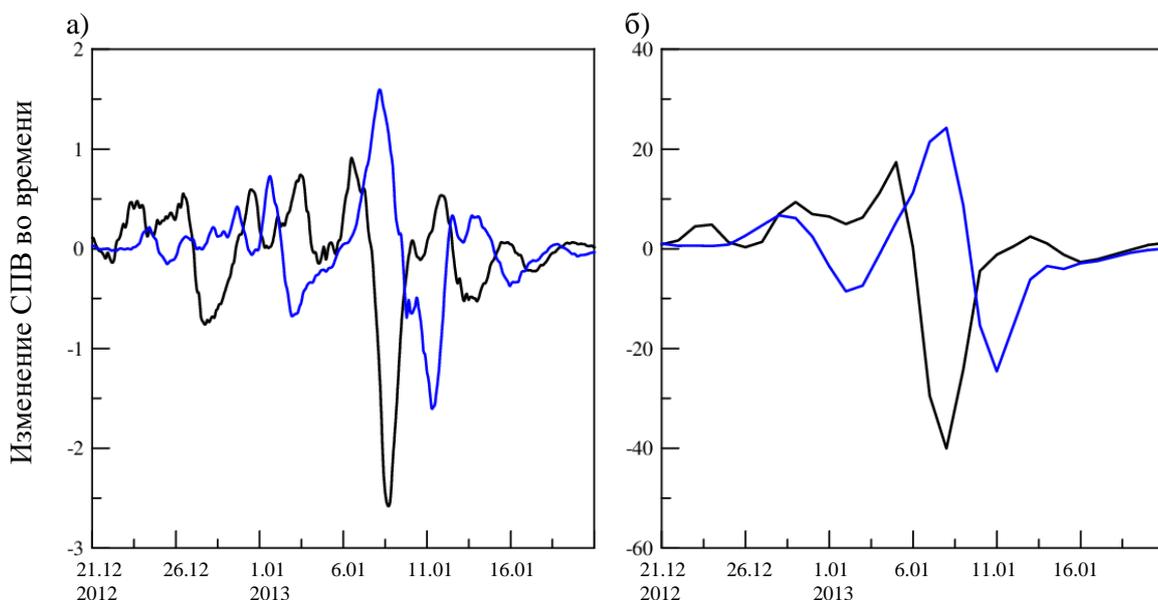


Рисунок 3.1.3 – Слагаемые, отвечающие за эволюцию волны в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. СПВ1 – черная линия, СПВ2 – синяя.

Для того чтобы определить, какими процессами обусловлены изменения волновой активности во времени, на рисунках 3.1.4-3.1.6 представлены результаты расчета для СПВ1 и СПВ2. На рисунке 3.1.4 приведены слагаемые, отвечающие за взаимодействие по типу волна-средний поток, дивергенция потока потенциальной энтропии и разность этих величин. Из рисунка видно,

что в стратосфере эти слагаемые вносят вклад в баланс во время события ВСП, а в случае СПВ2 за 10 дней, за несколько дней до его наступления и после потепления. Интересная ситуация наблюдается при анализе результатов на высоте 50 км, которые показывают похожую картину изменения слагаемых для СПВ2, но в случае СПВ1 – обменные слагаемые существенно влияют на баланс за неделю до наступления ВСП, практически не внося вклада во время потепления. На рисунке 1.5.2.1 было показано, что постепенное увеличение амплитуды СПВ1 наблюдалось с начала января, достигая своего максимума до момента начала ВСП. Такое поведение амплитуды, могло привести к наблюдаемому эффекту. Разница между дивергенцией потока потенциальной энтропии и обменными слагаемыми, отвечающими за взаимодействие СПВ со средним потоком, балансируется адвективными (черная линия на рисунке 3.1.5) и/или диссипативными слагаемыми. Стоит отметить, что, как и в случае анализа среднего зонального значения потенциальной энтропии, адвективные слагаемые вносят вклад в баланс за полторы недели до наступления ВСП.

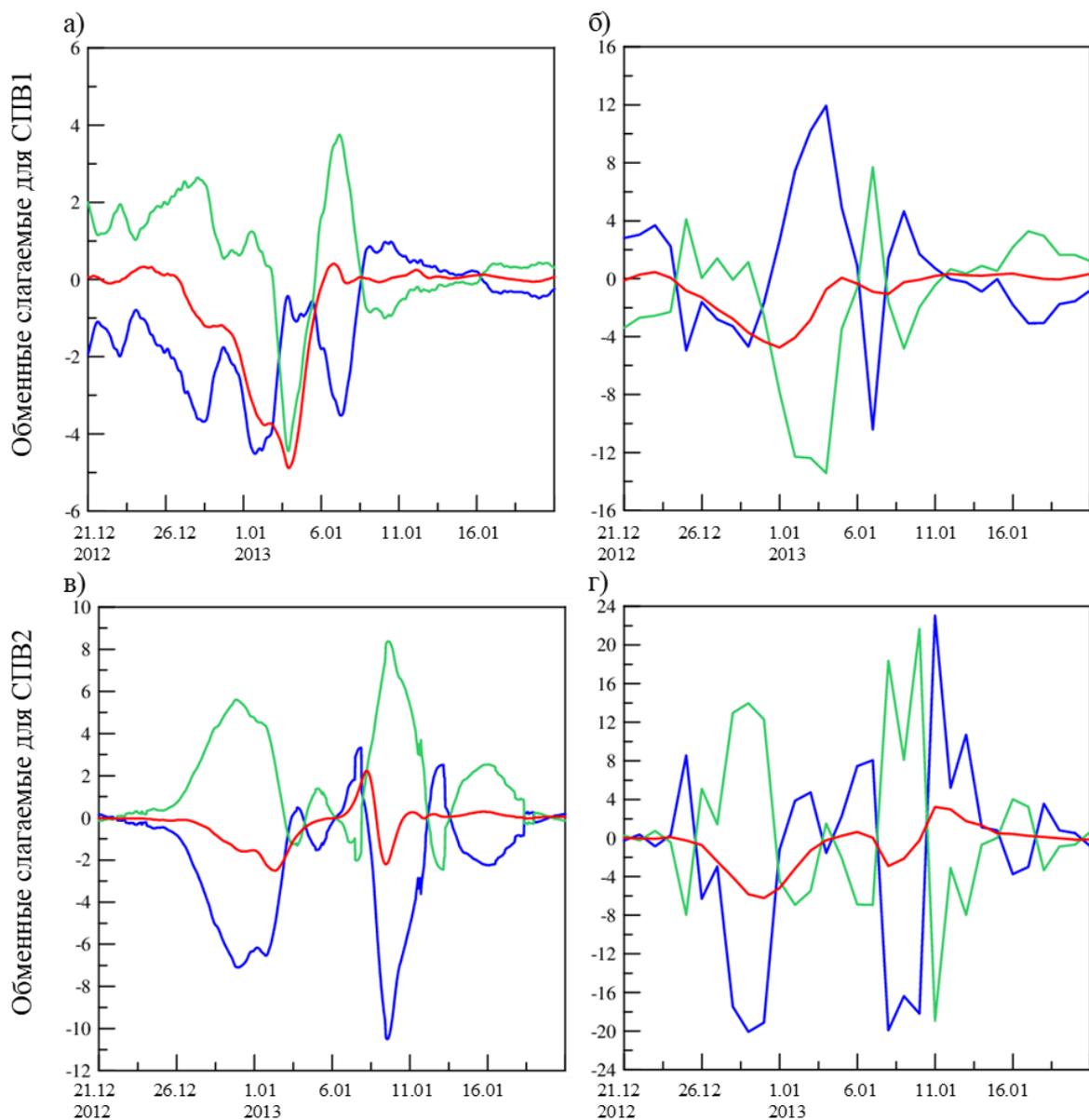


Рисунок 3.1.4 – Слагаемые, отвечающие за взаимодействие волна-средний поток в уравнении баланса возмущенной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а), в) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б), г) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. СПВ1 (верхние панели) и СПВ2 (нижние панели): дивергенция – синяя линия, обменные со средним потоком слагаемые – зеленая линия, разность дивергенции и обменных со средним потоком слагаемых – красная линия.

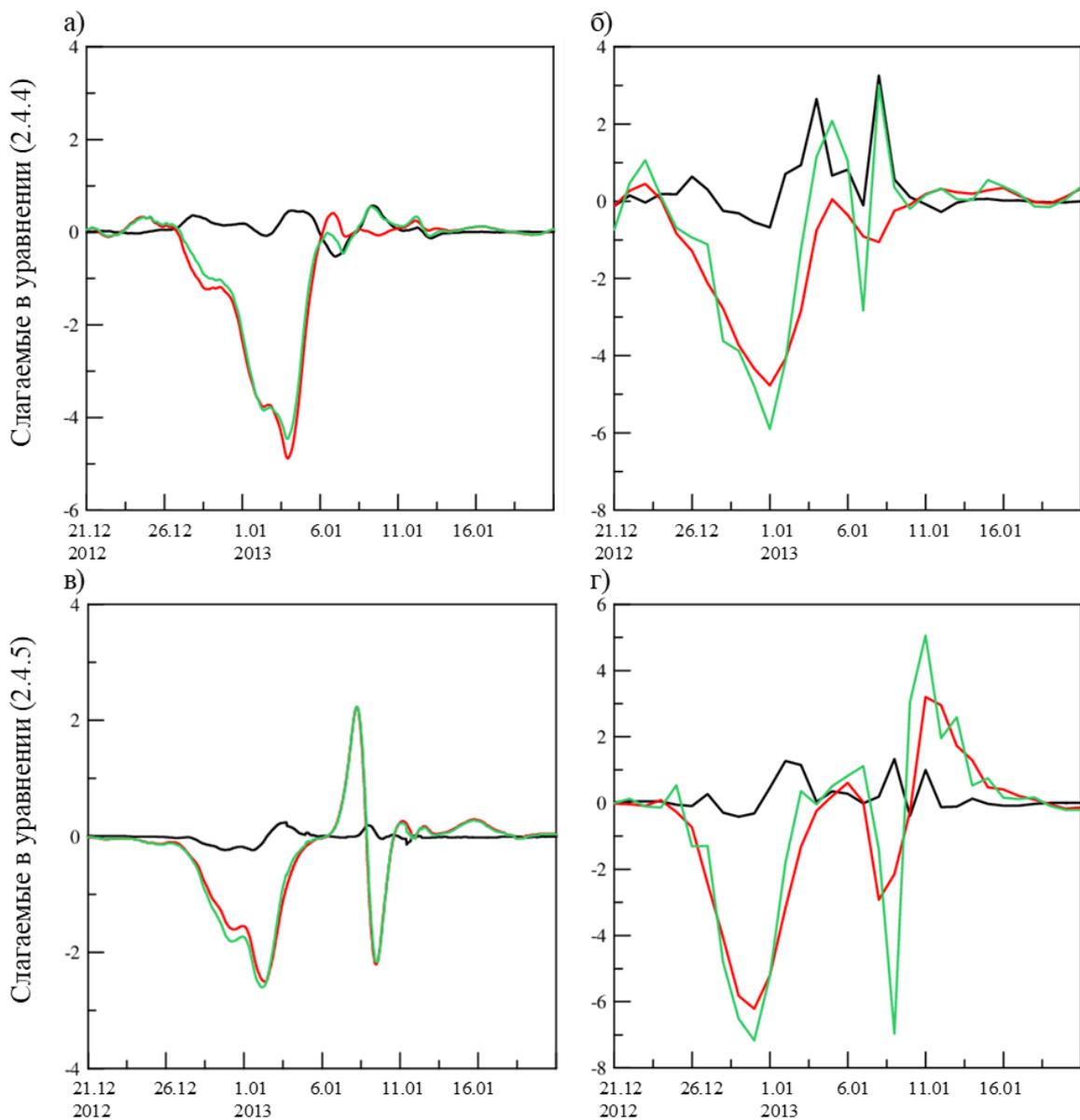


Рисунок 3.1.5 – Слагаемые в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а), в) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б), г) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (нижние панели): адвективные слагаемые – черная линия, разница между дивергенцией и обменными слагаемыми – красная линия и сумма дивергенции и обменных слагаемых – зеленая.

На рисунке 3.1.6 представлен вклад основных процессов в баланс возмущенной потенциальной энтропии. Результаты на 40 км демонстрируют сопоставимый вклад в баланс всех процессов. Уменьшение волновой активности СПВ1 (черная линия на рисунке 3.1.6) сопровождается увеличением

взаимодействия по типу волна-волна (зеленая линия на рисунке 3.1.6) во время внезапного стратосферного потепления. Обратная ситуация наблюдается для СПВ2. На высоте 50 км изменение волновой активности слабо балансируется обменными процессами и взаимодействиями по типу волна-волна. Результаты расчета на рисунках 3.1.1-3.1.6 показывают, что с увеличением высоты, вклад обменных процессов и взаимодействий между волнами увеличивается в два раза, а волновая активность стационарных планетарных волн увеличивается на порядок.

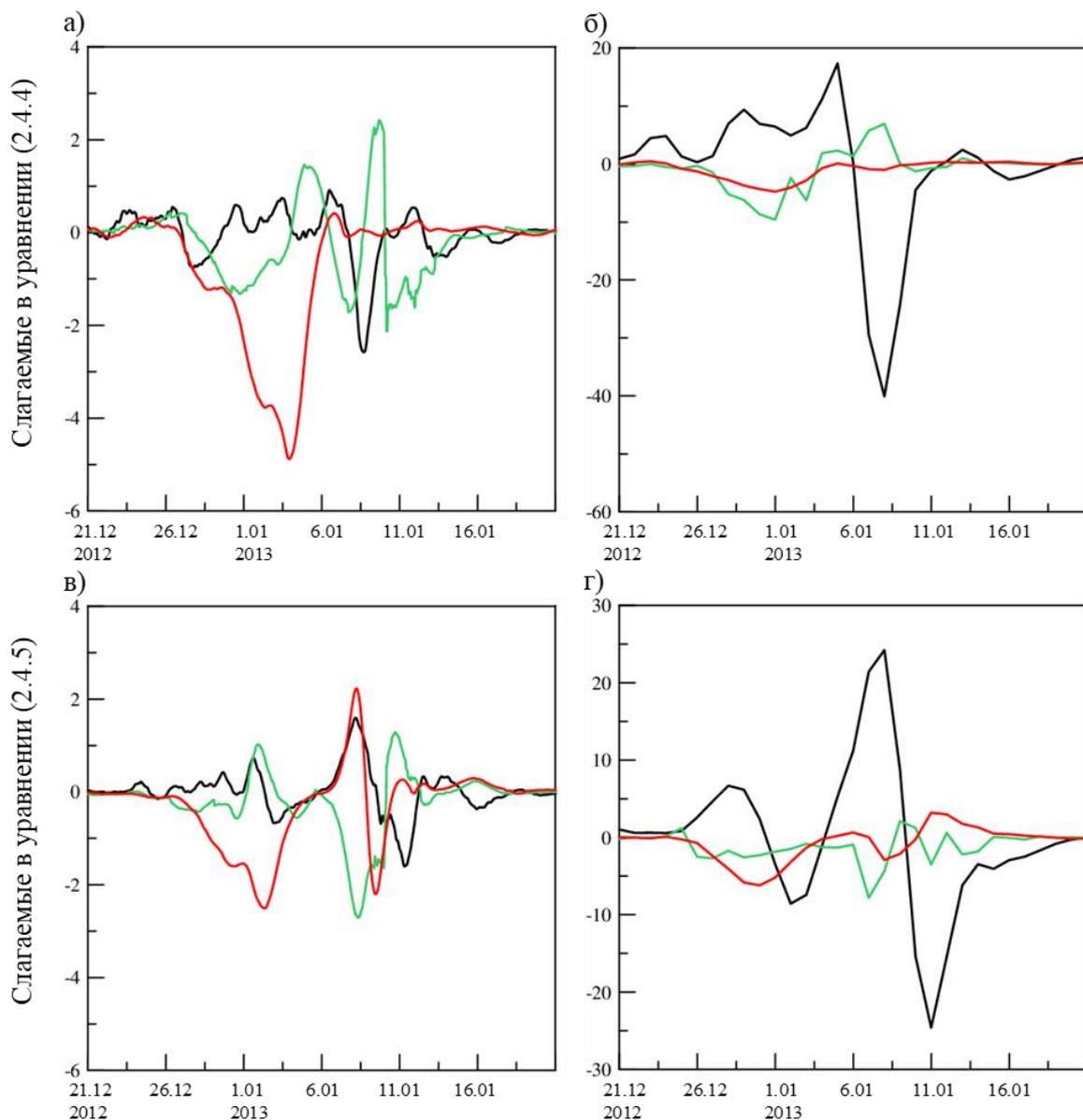


Рисунок 3.1.6 – Слагаемые в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 40 км по данным ERA-5 – а), в) и на высоте 50 км по данным UK Met Office – б), г) за период 21 декабря 2012 г. – 20 января 2013 г. СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (нижние панели): изменение потока потенциальной энтропии во времени – черная линия, слагаемые, отвечающие за генерацию волны – зеленая линия, разница между дивергенцией и обменными слагаемыми – красная.

### 3.2. Баланс возмущенной и среднезональной потенциальной энтропии во время ВСП

Предложенный в главе 2 метод анализа изменения волновой активности был применен для исследования внезапных стратосферных потеплений двух типов. На рисунках 3.2.1-3.2.6 приведены результаты расчета на уровне 50 км: ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря зимой 2008-2009 гг. года (20 января 2009 г. – дата потепления) – левые рисунки, а со смещением зимой 2018-2019 гг. (24 декабря 2018 г. – дата потепления) – правые.

На рисунке 3.2.1 показаны результаты расчета слагаемых в выражении для средней зональной потенциальной энтропии. Во время потепления с расщеплением уменьшение среднезональной потенциальной энтропии во времени (слагаемое в левой части уравнения (2.4.6), черная линия на рисунке), сопровождается увеличением взаимодействия СПВ2 со средним потоком с максимумом примерно за неделю до потепления (рисунок 3.2.1а – красная линия). Во время развития ВСП со смещением обменные слагаемые не вносят существенного вклада. Адвекция вносит вклад в баланс примерно за неделю до потепления в обоих случаях (рисунок 3.2.1 – синяя линия).

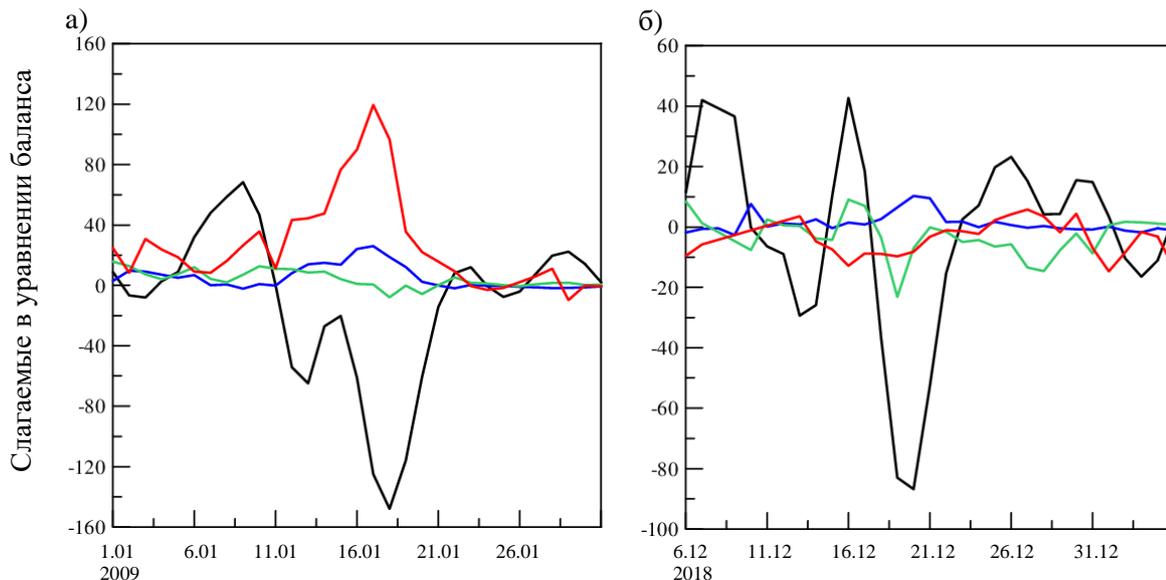


Рисунок 3.2.1 – Слагаемые в уравнении баланса средней зональной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б). Изменение во времени – черная линия, адвективные слагаемые – синяя линия, обменные слагаемые для СПВ1 – зеленая линия, для СПВ2 – красная.

При ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря СПВ3 вносит вклад в генерацию стационарных планетарных волн (синяя линия на рисунке 3.2.2а и 3.2.2в), а слагаемые отвечающие за генерацию СПВ1 вносят наибольший вклад до наступления ВСП – рисунок 3.2.2а. Слагаемые отвечающие за генерацию СПВ2 вносят одинаковый вклад вне зависимости от типа ВСП – рисунки 3.2.2в и 3.2.2г. При потеплении со смещением стратосферного полярного вихря наибольший вклад вносит слагаемое, отвечающее за самовзаимодействие СПВ1 за полторы недели до его наступления – черная линия панель 3.2.2г.

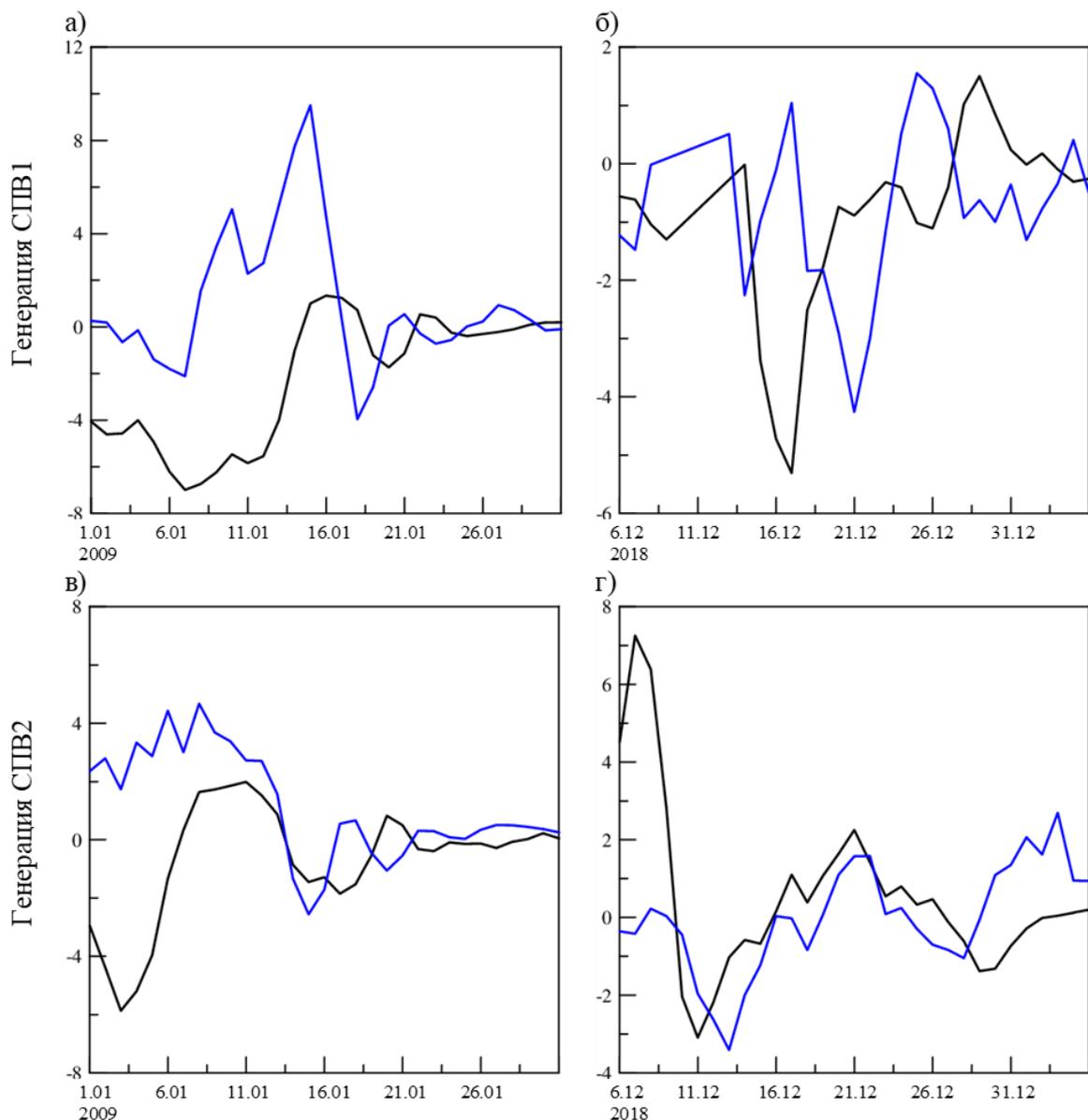


Рисунок 3.2.2 – Слагаемые, отвечающие за взаимодействие по типу волна-волна в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а), в) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б), г). Генерация СПВ1 (верхние панели) – взаимодействие СПВ1-СПВ2 – черная линия, СПВ2-СПВ3 – синяя. Генерация СПВ2 (нижние панели) – самовзаимодействие СПВ1 – черная линия, СПВ1-СПВ3 – синяя.

На рисунке 3.2.3 представлено изменение волновой активности во времени, и вклад обменных процессов показан на рисунке 3.2.4. ВСП с расщеплением предшествует увеличению с последующим уменьшением перед потеплением волновой активности СПВ2. Волновая активность СПВ1 меняется

слабо. ВСП со смещением сопровождается изменением волновой активности СПВ1, но порядок величин в два раза меньше, чем изменение волновой активности СПВ2 в 2008-2009 гг. После потепления с расщеплением изменение волновой активности не наблюдается, при потеплении со смещением наблюдается обратная ситуация.

Изменения волновой активности обусловлены как взаимодействиями по типу волна-волна, так и взаимодействием волны со средним потоком. При ВСП с расщеплением наибольший вклад вносит взаимодействие СПВ2 со средним потоком за неделю до потепления – рисунок 3.2.4в. Но увеличению этого взаимодействия предшествует увеличения взаимодействия СПВ1 со средним потоком – рисунок 3.2.4а. Потепление со смещением, как и в случае анализа изменения волновой активности, сопровождается взаимодействием волны со средним потоком как до, так и после потепления – 3.2.4б и 3.2.4г.

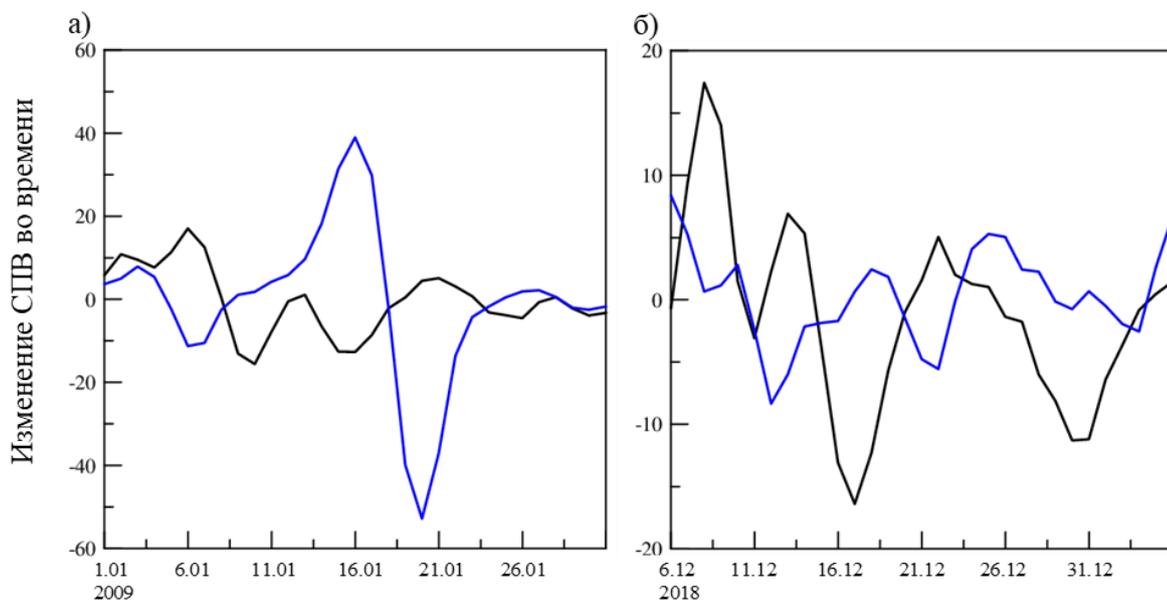


Рисунок 3.2.3 – Слагаемые, отвечающие за эволюцию волны в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б). СПВ1 – черная линия, СПВ2 – синяя.

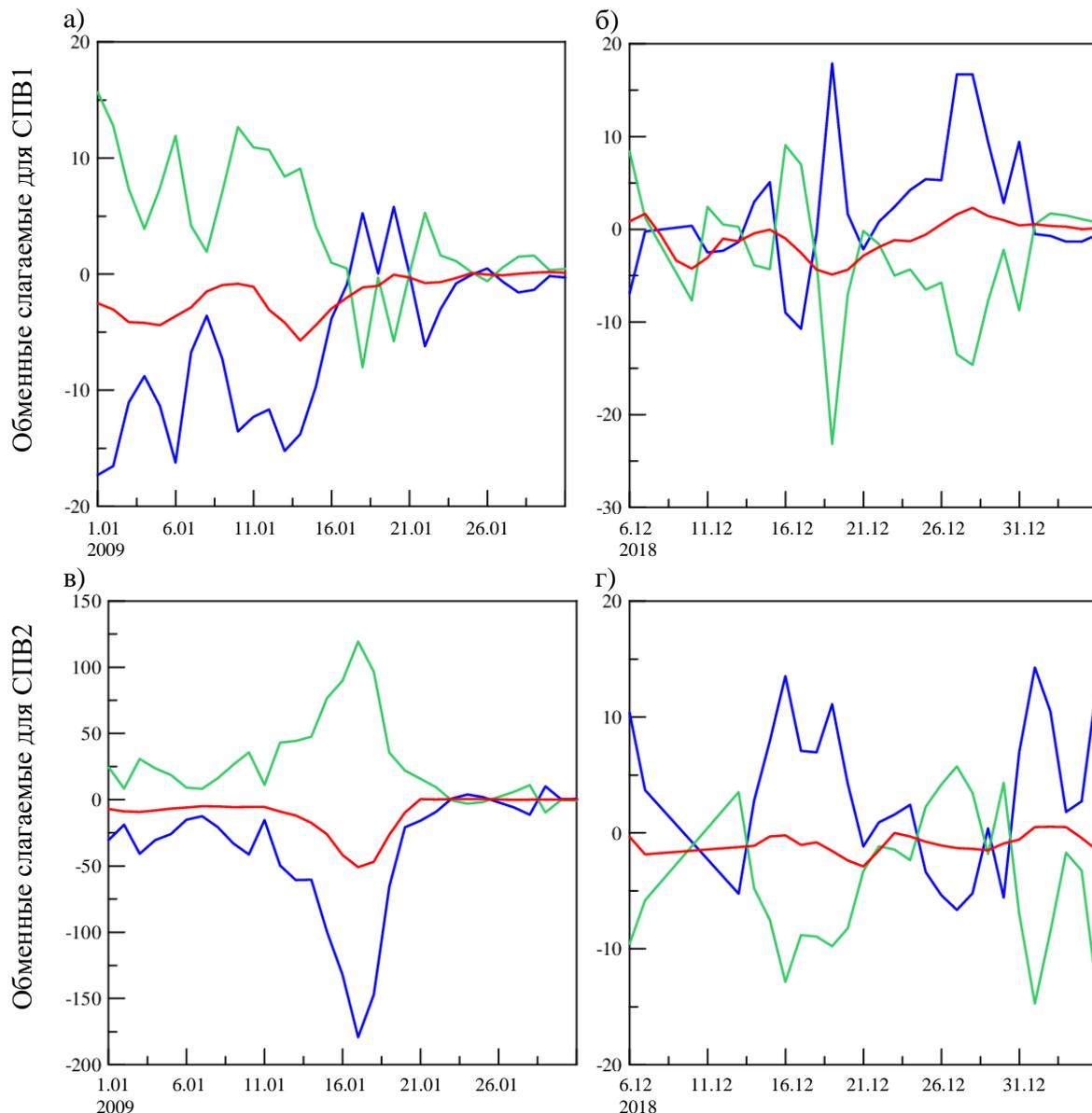


Рисунок 3.2.4 – Слагаемые, отвечающие за взаимодействие волна – средний поток в уравнении баланса возмущенной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а), в) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б), г). СПВ1 (верхние панели) и СПВ2 (нижние панели): дивергенция – синяя линия, обменные со средним потоком слагаемые – зеленая линия, разность дивергенции и обменных со средним потоком слагаемых – красная линия.

Как уже было упомянуто, разница между дивергенцией потока потенциальной энтропии и обменными слагаемыми балансируется адвективными (черная кривая на рисунке 3.2.5) и/или диссипативными

слагаемыми. На рисунке 3.2.5 видно, что адвективные процессы вносят вклад за несколько дней до наступления потепления в баланс для СПВ1 зимой 2018-2019 гг. – рисунок 3.2.5б, и для СПВ2 зимой 2008-2009 гг. – рисунок 3.2.5в.

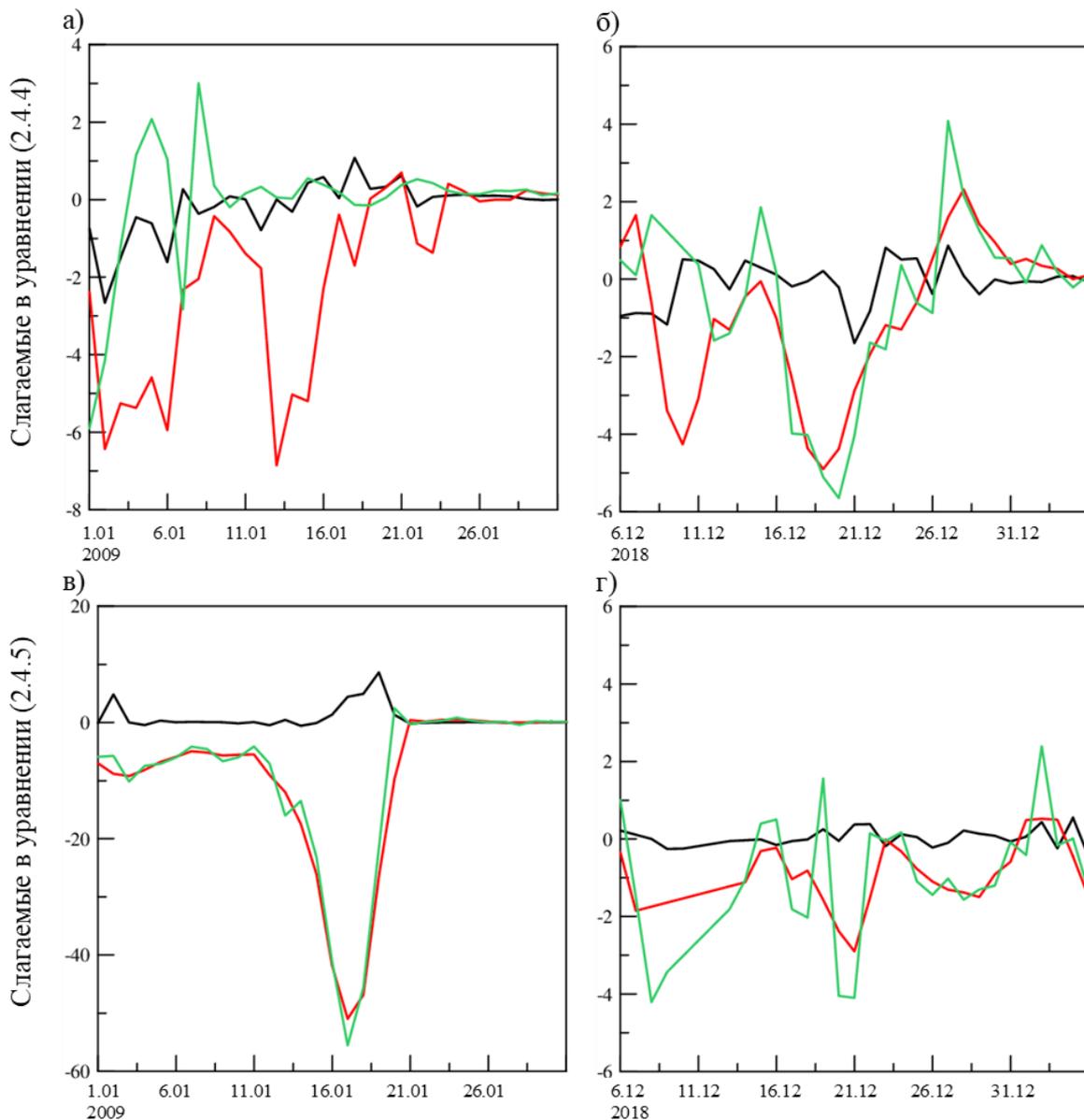


Рисунок 3.2.5 – Слагаемые в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а), в) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б), г). СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (нижние панели): адвективные слагаемые – черная линия, разница между дивергенцией и обменными слагаемыми – красная линия и сумма дивергенции и обменных слагаемых – зеленая.

На рисунке 3.2.6 представлен вклад основных процессов в баланс возмущенной потенциальной энтропии. При анализе потепления с расщеплением, можно отметить, что взаимодействие по типу волна-волна вносит наименьший вклад в баланс для СПВ2 – зеленая линия на рисунке 3.2.6в. Изменение волновой активности балансируется обменными слагаемыми с максимумом за неделю до ВСП – красная линия на рисунке 3.2.6в. Взаимодействие по типу волна-волна балансирует изменение волновой активности для СПВ1 – рисунок 3.2.6а. При ВСП со смещением стратосферного полярного вихря вклад всех процессов в баланс возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1 и 2 сопоставим.

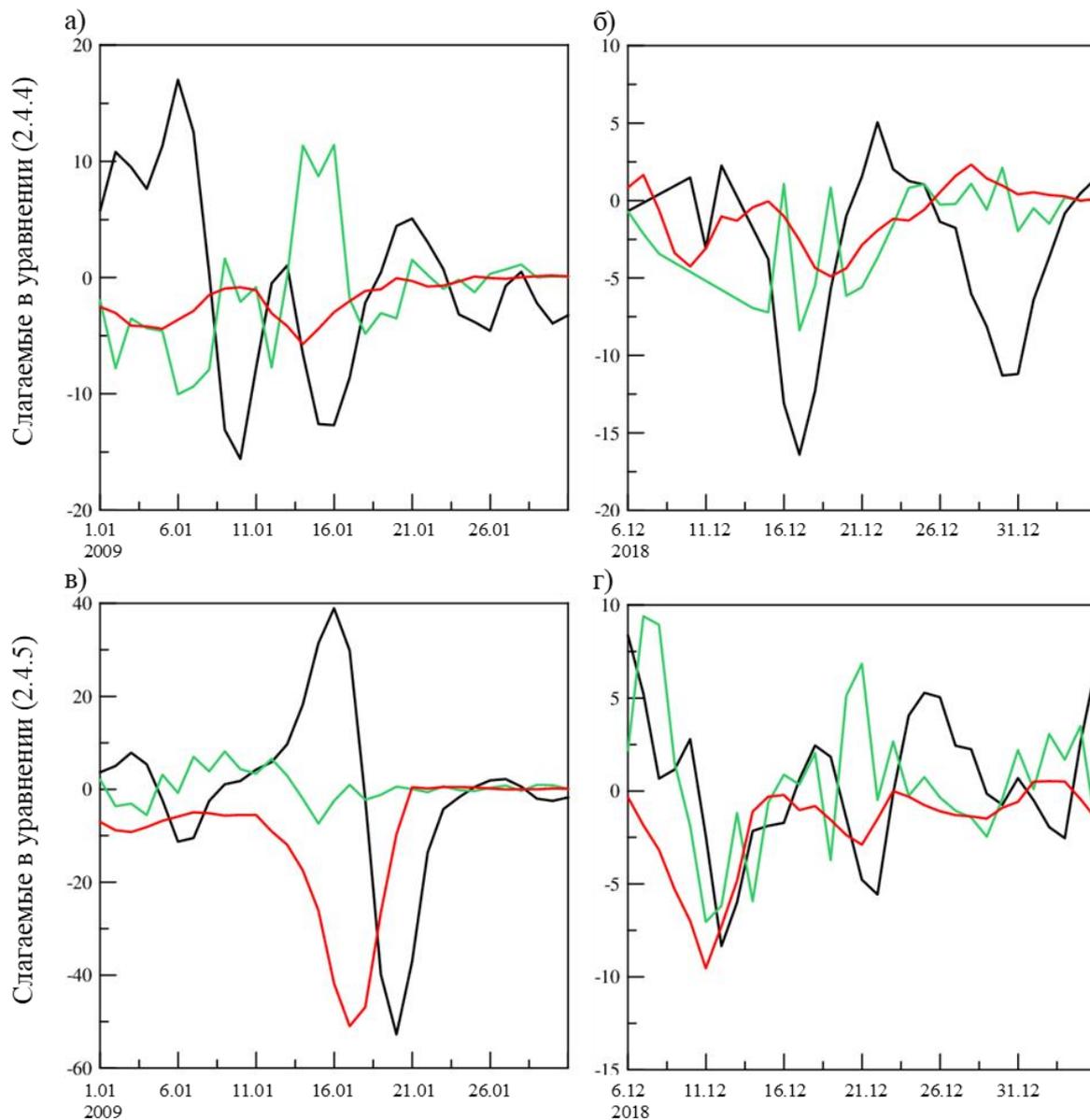


Рисунок 3.2.6 – Слагаемые в балансе возмущенной потенциальной энтропии на высоте 50 км по данным UK Met Office за январь 2009 г. – а), в) и за период 6 декабря 2018 – 5 января 2019 г. – б), г). СПВ1 (верхние панели), СПВ2 (нижние панели): изменение потока потенциальной энтропии во времени – черная линия, слагаемые, отвечающие за генерацию волны – зеленая линия, разница между дивергенцией и обменными слагаемыми – красная.

### 3.3. Эволюция нелинейных взаимодействий планетарных волн на разных стадиях ВСП

На основе данных реанализа UK Met Office были построены широтно-высотные распределения слагаемых в балансе возмущенной потенциальной энтропии – рисунки 3.3.1-3.3.12: изменения волновой активности – панели а), взаимодействия волны со средним потоком – б), взаимодействия по типу волна-волна – панели в) и г), дивергенция потока ПЭ – д) и адвекция – панели е). Результаты были усреднены за 5 дней, т.е. дни до внезапного стратосферного потепления; во время потепления – наблюдаются максимальные температуры в стратосфере и после ВСП.

Для ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря зимой 2008-2009 гг. даты усреднения: 14-18 января 2009 г. – рисунки 3.3.1 и 3.3.4, 19-23 января 2009 г. – рисунки 3.3.2 и 3.3.5, 24-28 января 2009 г. – рисунки 3.3.3 и 3.3.6.

Широтно-высотные распределения слагаемых в балансе возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1 на рисунках 3.3.1-3.3.3 показывают, что внезапное стратосферное потепление с расщеплением сопровождается изменением волновой активности СПВ1 в средних широтах с последующим смещением в высокие. Максимальные значения наблюдаются на уровне 30 и 45 км. В течение рассматриваемых промежутков времени, увеличение волновой активности СПВ1 сопровождается уменьшением СПВ2 и наоборот – рисунки 3.3.1а-3.3.6а. Взаимодействия по типу волна-средний поток и волна-волна быстро теряют силу по мере развития ВСП и наблюдаются в средних широтах в верхней стратосфере и нижней мезосфере. Адвекция и дивергенция значительны только до наступления ВСП в высоких широтах на высотах 45-60 км.

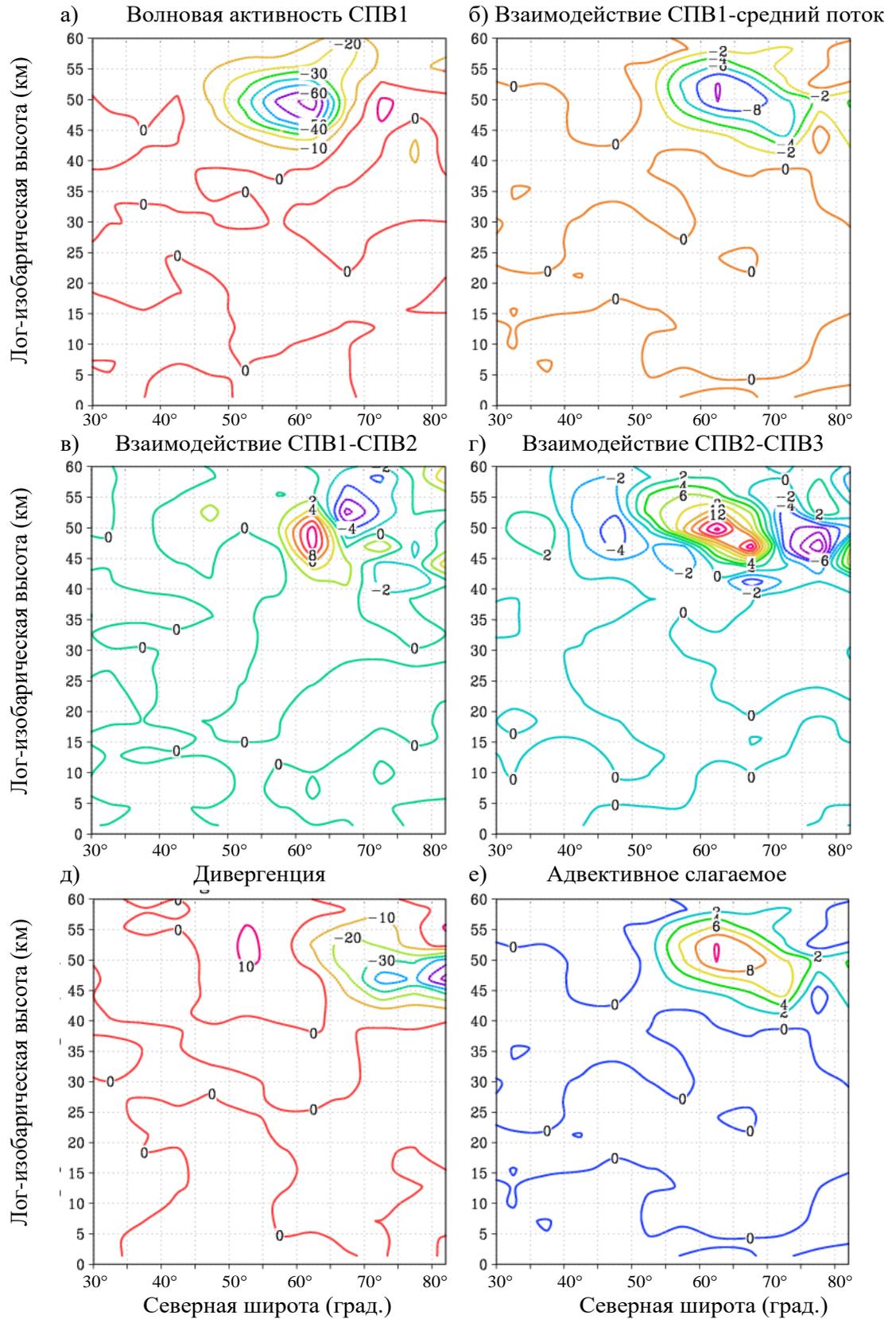


Рисунок 3.3.1 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энстрофии для СПВ1, усредненные за 14-18 января 2009 г.

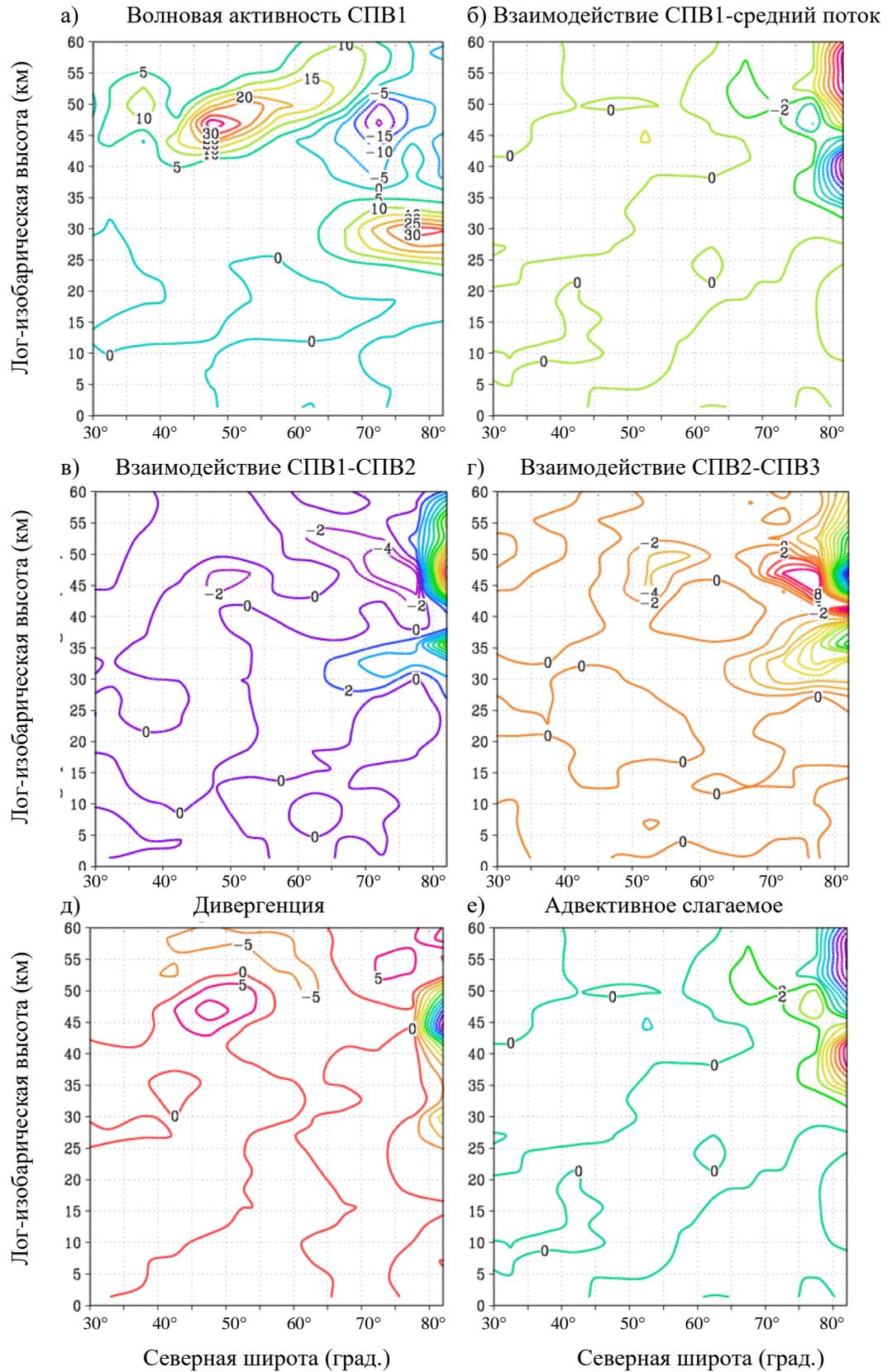


Рисунок 3.3.2 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1, усредненные за 19-23 января 2009 г.

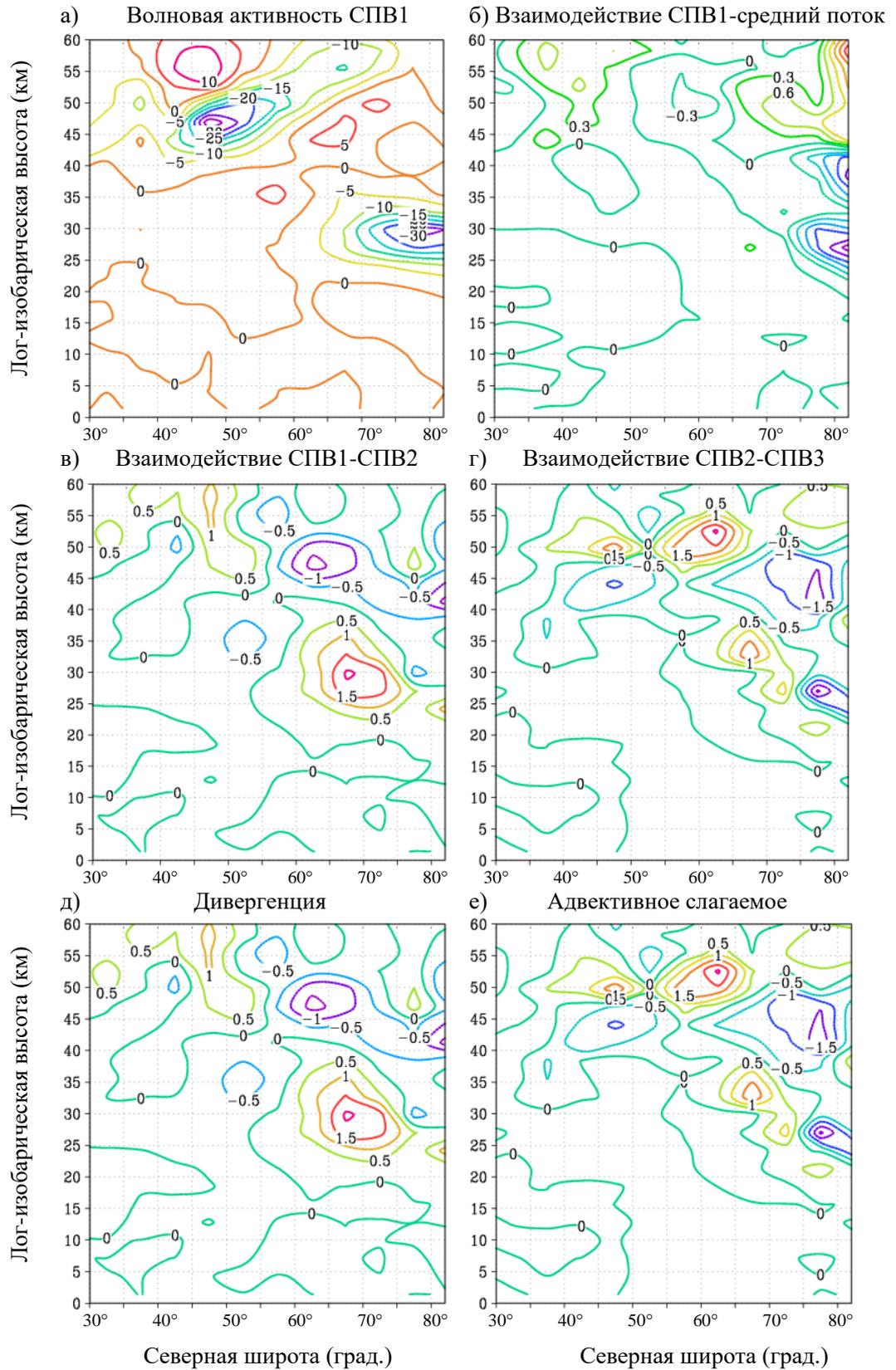


Рисунок 3.3.3 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1, усредненные за 24-28 января 2009 г.

На рисунках 3.3.4-3.3.6 представлены результаты для СПВ2. На панелях а) видны области увеличения и уменьшения волновой активности в средних и высоких широтах на 40-55 км с максимальными значениями до наступления потепления и во время его развития. Волновая активность СПВ2 в два раза больше волновой активности СПВ1. Взаимодействие СПВ2-средний поток наблюдается в той же области и быстро теряет силу. В последние дни рассматриваемых временных интервалов взаимодействие волны со средним потоком почти не наблюдается.

Взаимодействия по типу волна-волна наибольшие до наступления потепления и наблюдаются в средних и высоких широтах, вклад этих слагаемых незначительный. Адвективные процессы и дивергенция потока ПЭ определяют изменение волновой активности СПВ2 до и во время ВСП в высоких широтах – рисунки 3.3.4д-3.3.5д и 3.3.4е-3.3.5е. Значения вклада этих слагаемых на порядок больше вклада аналогичных слагаемых для СПВ1.

В последние дни ВСП изменения волновой активности СПВ2, нелинейного взаимодействия волны со средним потоком, дивергенции и адвекции потока ПЭ наблюдаются преимущественно в средних широтах и также на более низких стратосферных уровнях. Нелинейные взаимодействия между волнами практически не наблюдаются – рисунок 3.3.6в и 3.3.6г.

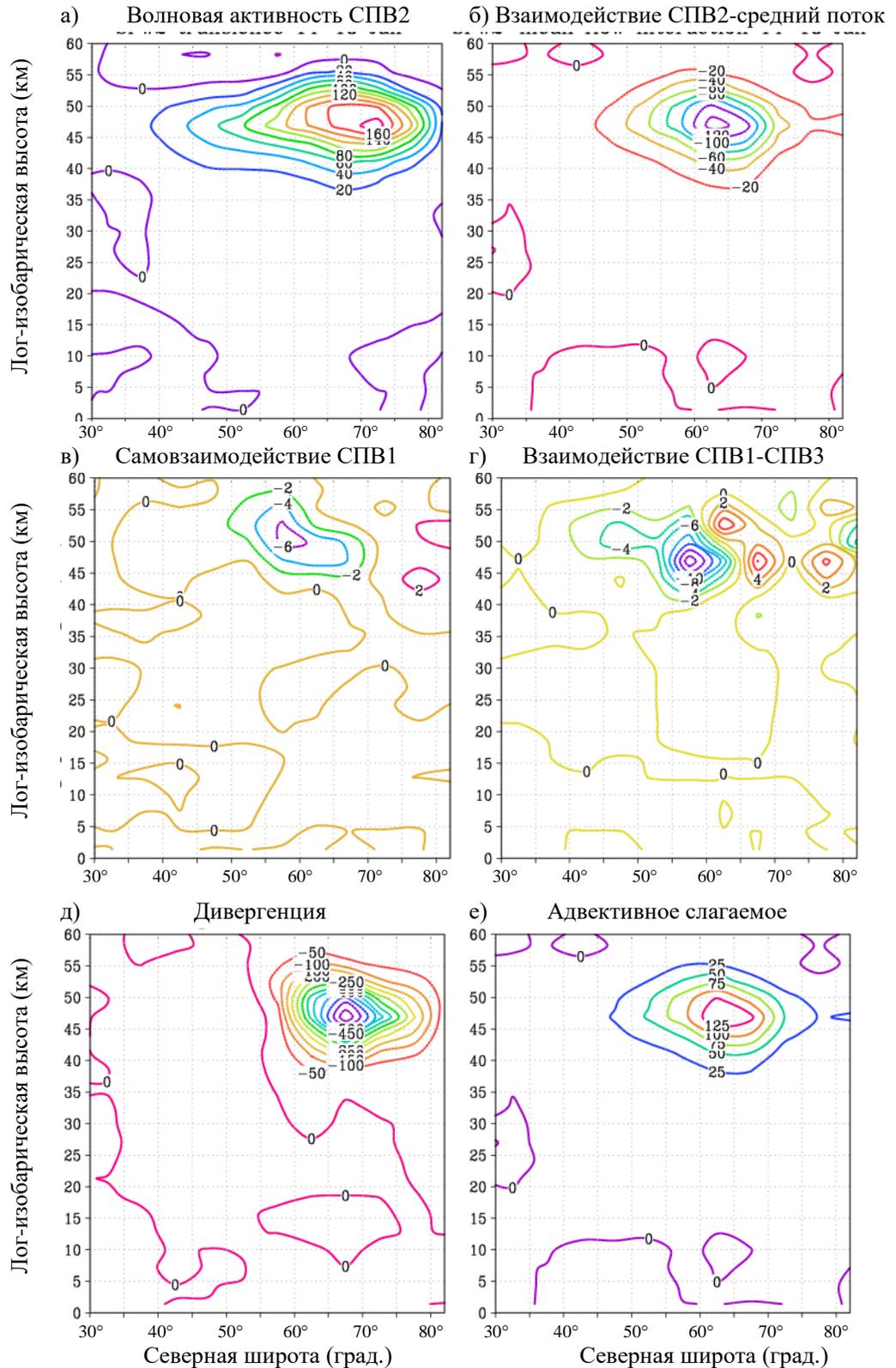


Рисунок 3.3.4 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 14-18 января 2009 г.

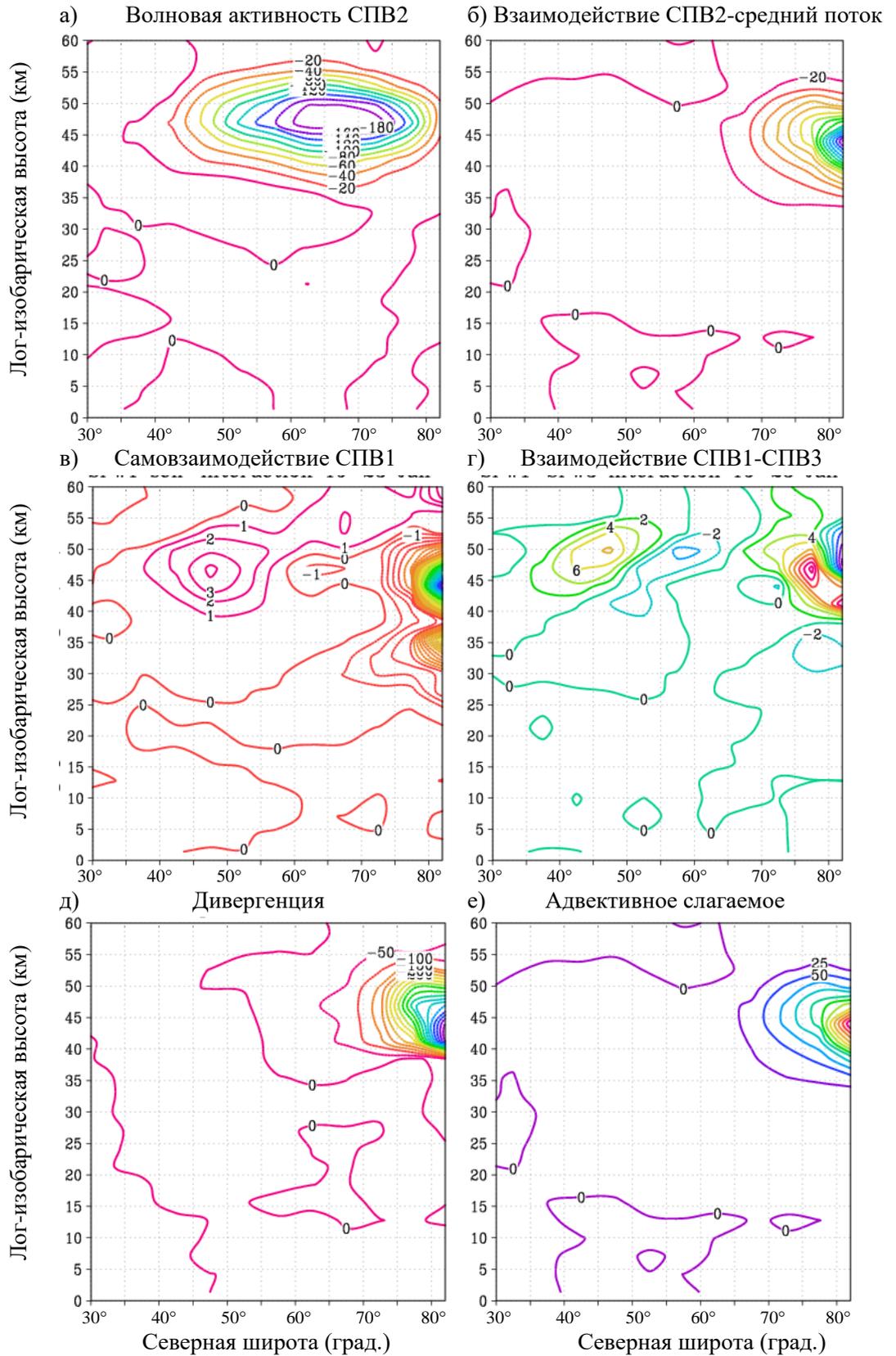


Рисунок 3.3.5 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 19-23 января 2009 г.

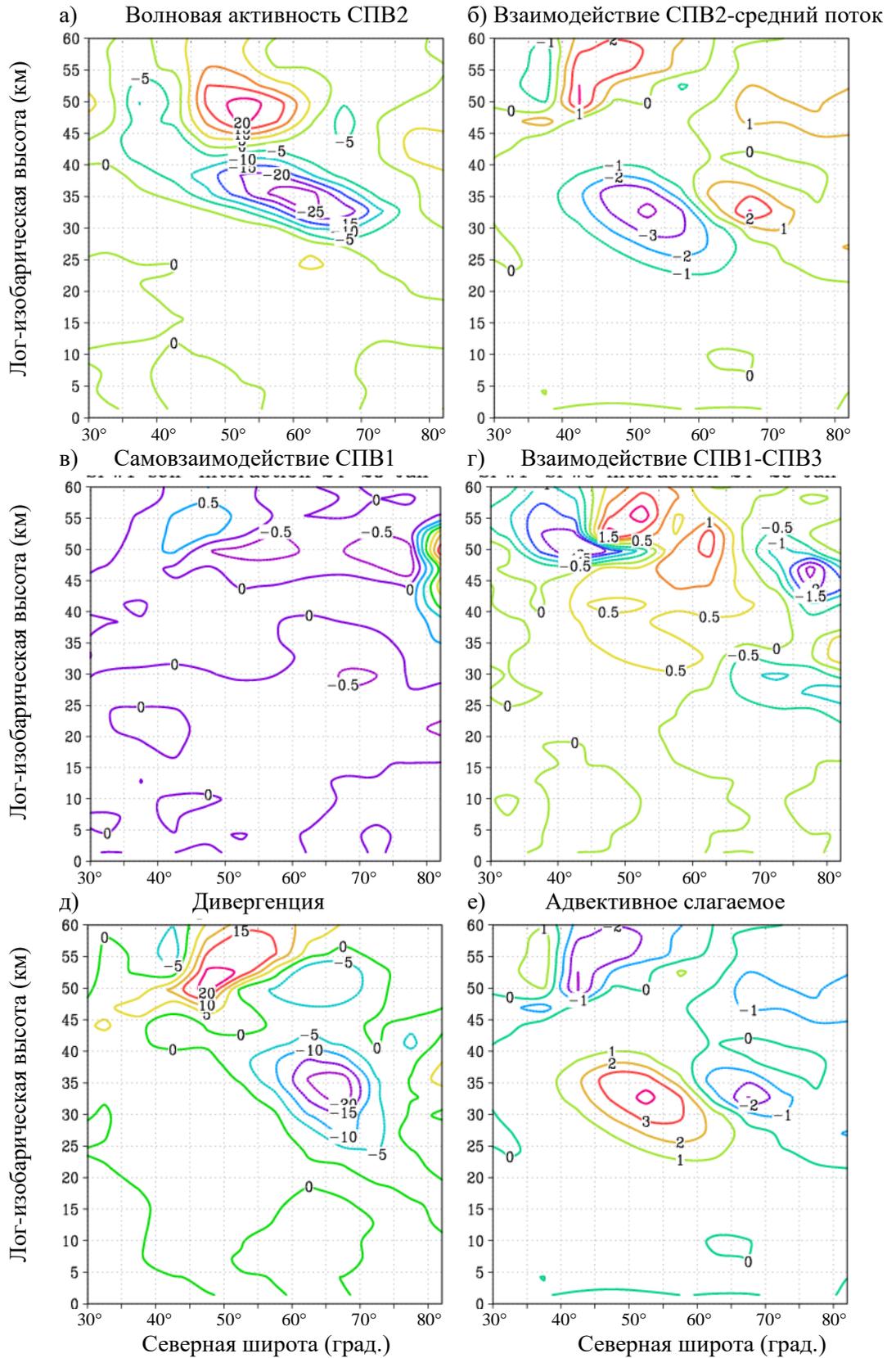


Рисунок 3.3.6 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 24-28 января 2009 г.

Для ВСП со смещением стратосферного полярного вихря зимой 2018-2019 гг. были выбраны следующие даты усреднения: 17-21 декабря 2018 г. – рисунки 3.3.7 и 3.3.10, 22-26 декабря 2018 г. – рисунки 3.3.8 и 3.3.11, 27-31 декабря 2018 г. – рисунки 3.3.9 и 3.3.12.

На рисунках 3.3.7-3.3.9 представлены широтно-высотные распределения слагаемых в балансе возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1. Результаты показывают, что изменение волновой активности и взаимодействие волны со средним потоком наблюдается как в средних, так и в высоких широтах на протяжении развития ВСП со смещением стратосферного полярного вихря на уровне верхней границы стратосферы и выше (выше, чем изменение аналогичных слагаемых во время потепления, сопровождающегося расщеплением). Волновая активность СПВ1 во время потепления 2008-2009 гг. в два раза больше волновой активности СПВ1 во время потепления 2018-2019 гг. В последние дни ВСП изменение волновой активности наиболее сильное и наблюдается в мезосфере высоких широт – рисунок 3.3.9а. До наступления потеплений нелинейные взаимодействия СПВ1-средний поток одинаково интенсивны, вне зависимости от типа положения вихря во время ВСП.

Кроме того, в сравнении с зимой 2008-2009 гг., вклад слагаемых отвечающих за взаимодействие по типу волна-волна больше и наблюдается значительный вклад СПВ3 после потепления в высоких широтах – рисунок 3.3.9г. Взаимодействие по типу волна-волна влияют на баланс ПЭ наравне со взаимодействием волны со средним потоком на протяжении всех рассматриваемых временных интервалов.

Вклад адвекции и дивергенции потока ПЭ наибольший до и во время ВСП в высоких широтах с постепенным смещением в средние на уровнях выше 35 км. Вклад этих процессов в баланс ПЭ для СПВ1 во время внезапного стратосферного потепления со смещением на порядок больше, чем во время ВСП с расщеплением.

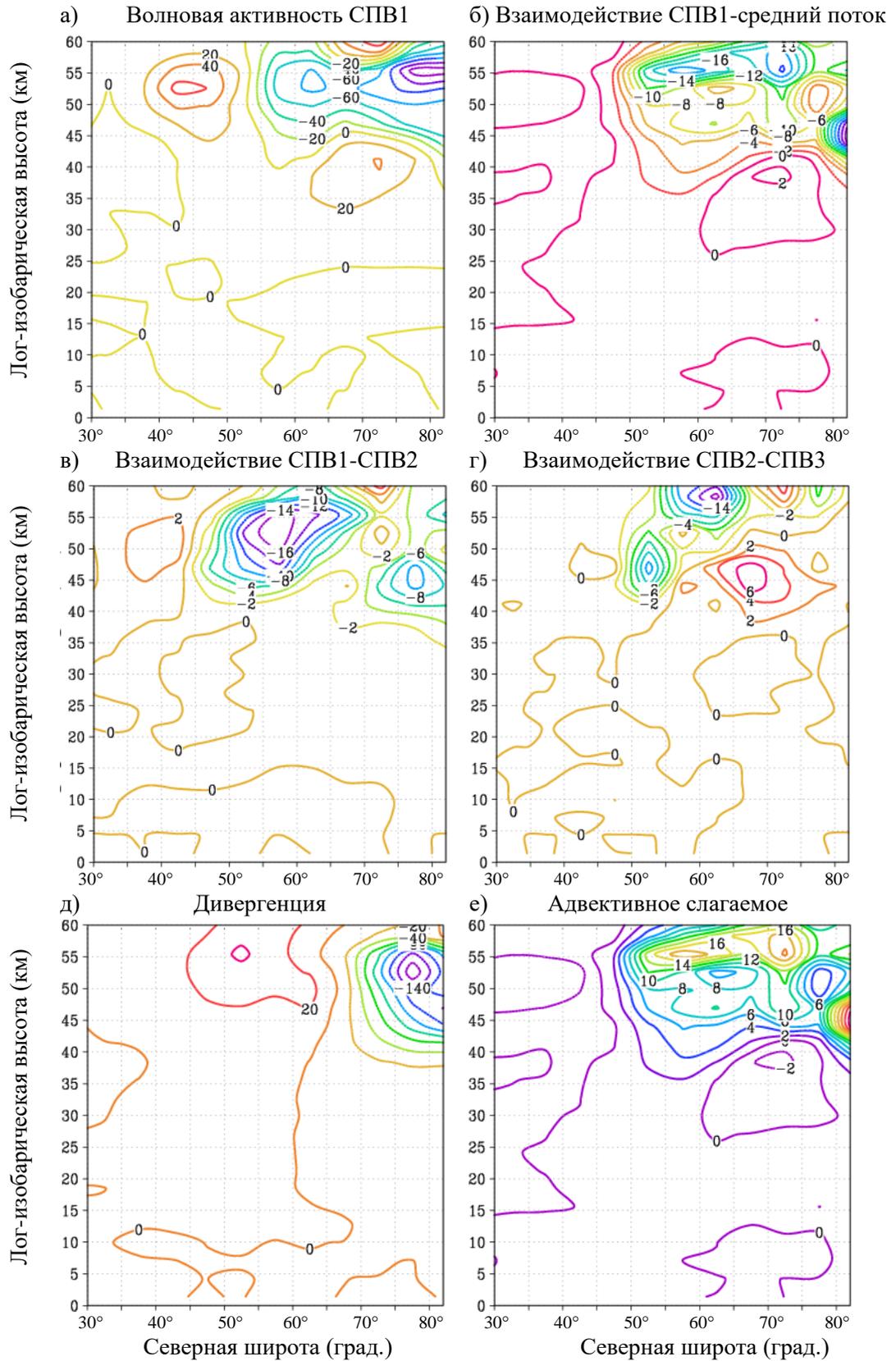


Рисунок 3.3.7 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1, усредненные за 17-21 декабря 2018 г.

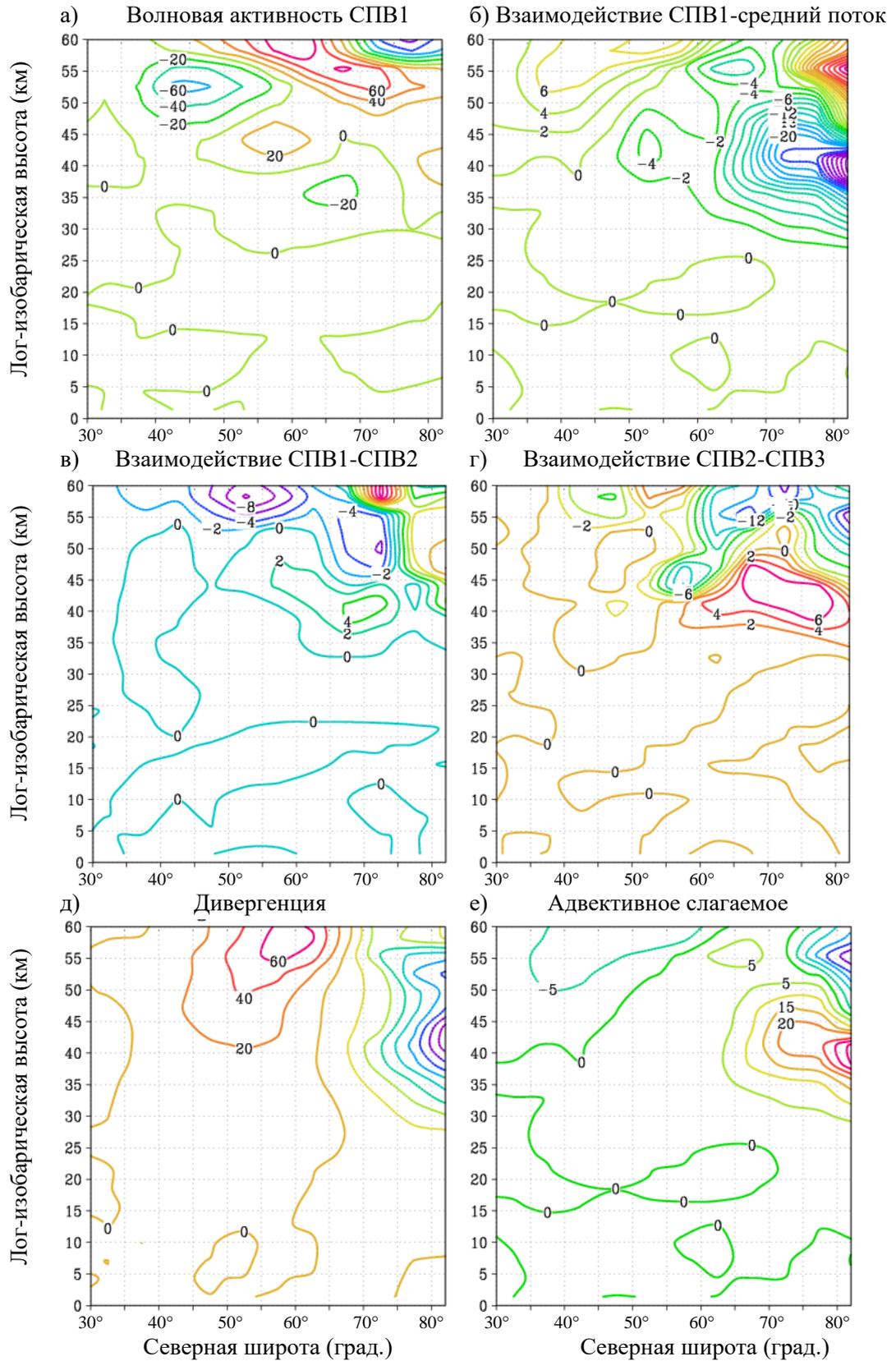


Рисунок 3.3.8 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1, усредненные за 22-26 декабря 2018 г.

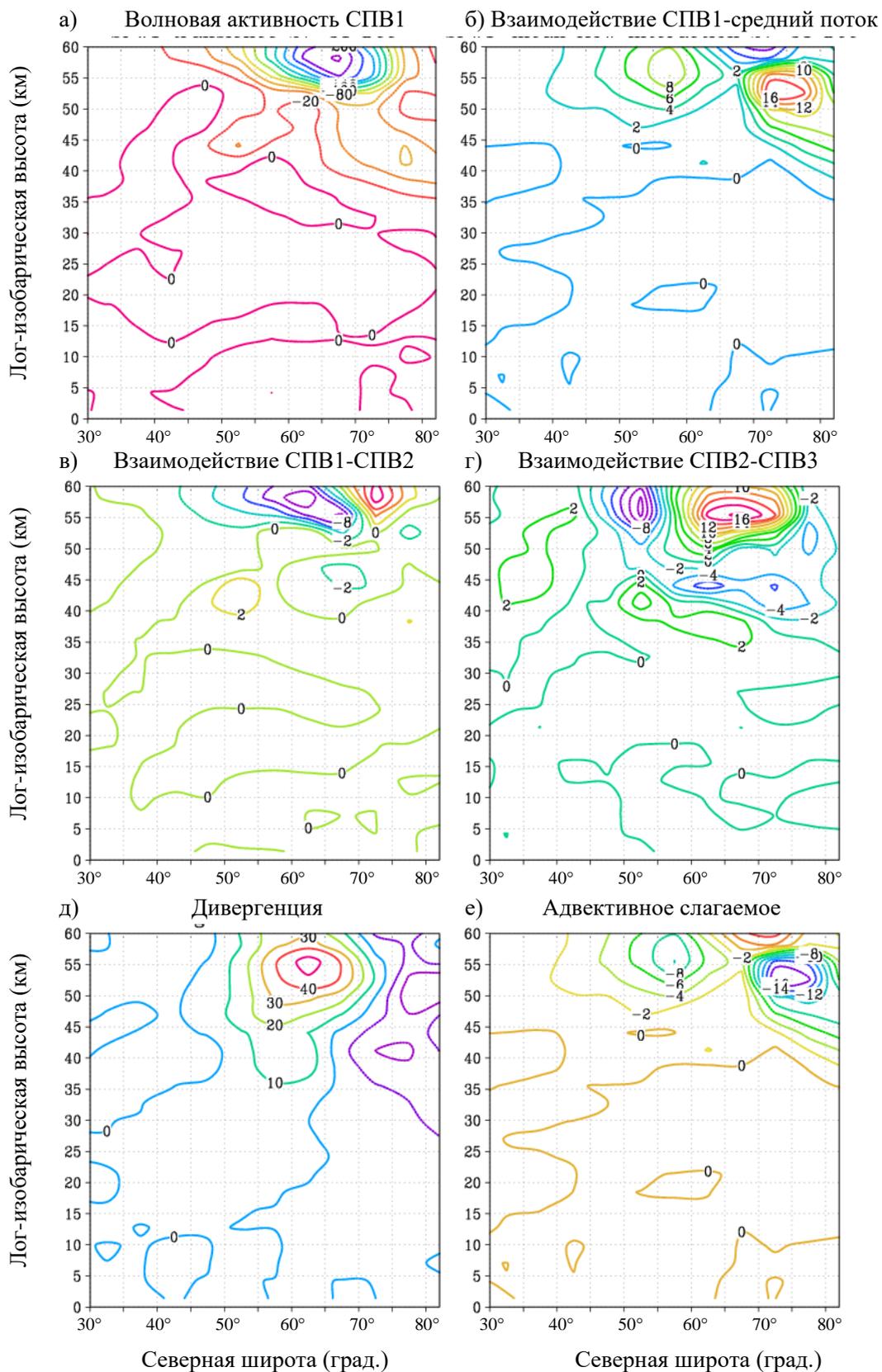


Рисунок 3.3.9 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1, усредненные за 27-31 декабря 2018 г.

Результаты для СПВ2 на рисунках 3.3.10-3.3.12 показывают схожее изменение волновой активности и взаимодействий по типу волна-средний поток (средние и высокие широты, верхняя граница стратосферы, нижняя мезосфера). Значения вклада этих слагаемых в уравнение для СПВ2 в несколько раз меньше во время ВСП со смещением, чем с расщеплением, но сопоставим с вкладом СПВ1 за ту же зиму 2018-2019 гг.

Существенный вклад вносят взаимодействия по типу волна-волна, а СПВ3 вносит вклад в генерацию вторичных волн до момента наступления потепления. Взаимодействие СПВ1-СПВ3 наблюдается в средних широтах до ВСП со смещением в высокие широты во время его развития – рисунки 3.3.10г-3.3.12г.

В отличие от зимы 2008-2009 гг. вклад адвективных процессов значительный на протяжении всех рассматриваемых временных интервалов и наблюдается как в средних, так и высоких широтах. Значения изменений этих процессов адвекции и дивергенции для СПВ1 и СПВ2 зимой 2018-2019 гг. сопоставимы. До момента наступления ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря вклад адвекции и дивергенции в баланс ПЭ для СПВ2 на порядок больше вклада аналогичных процессов до наступления ВСП со смещением – панели д) и е) на рисунках 3.3.4, 3.3.5 и 3.3.10, 3.3.11.

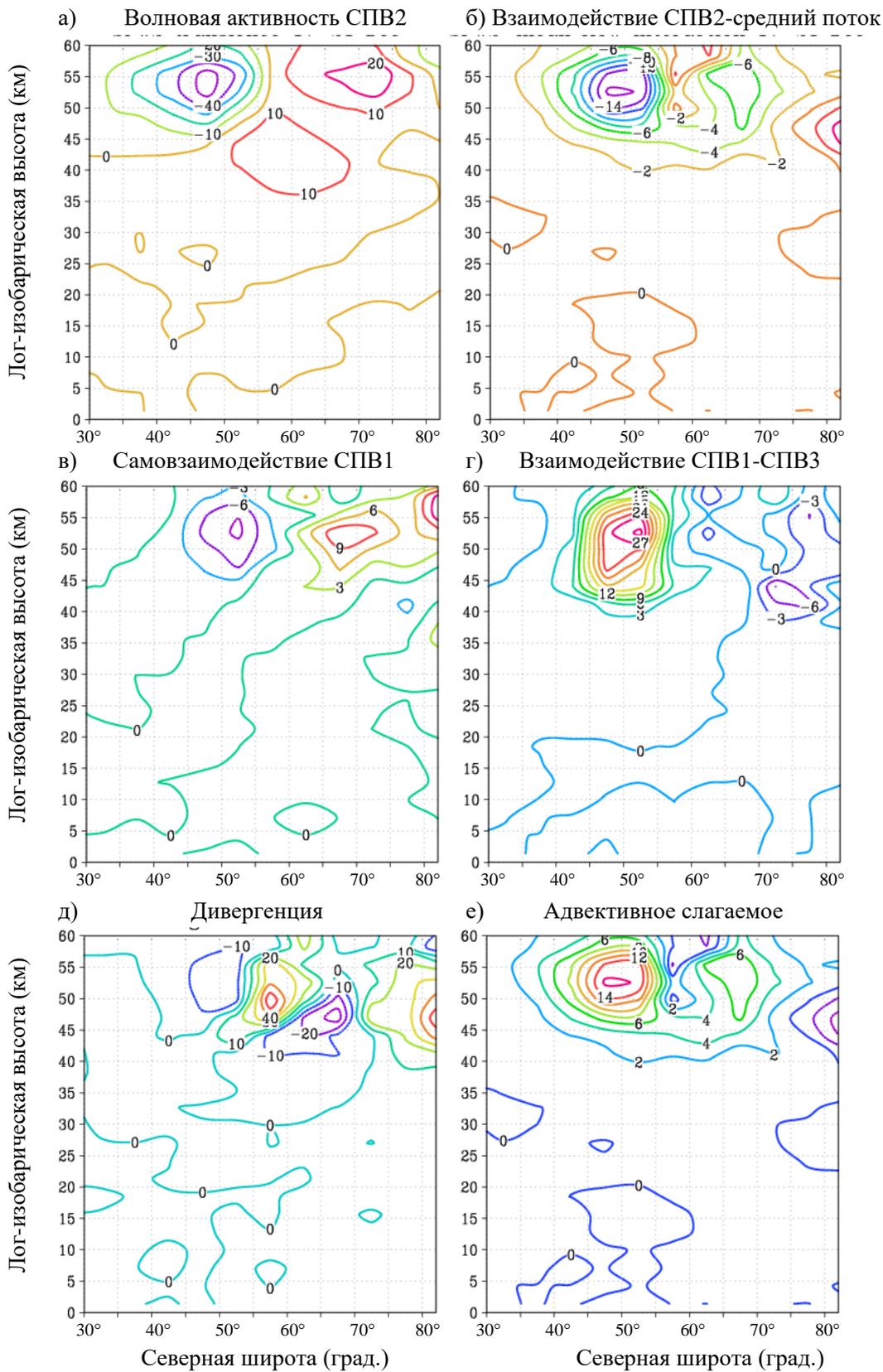


Рисунок 3.3.10 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 17-21 декабря 2018 г.

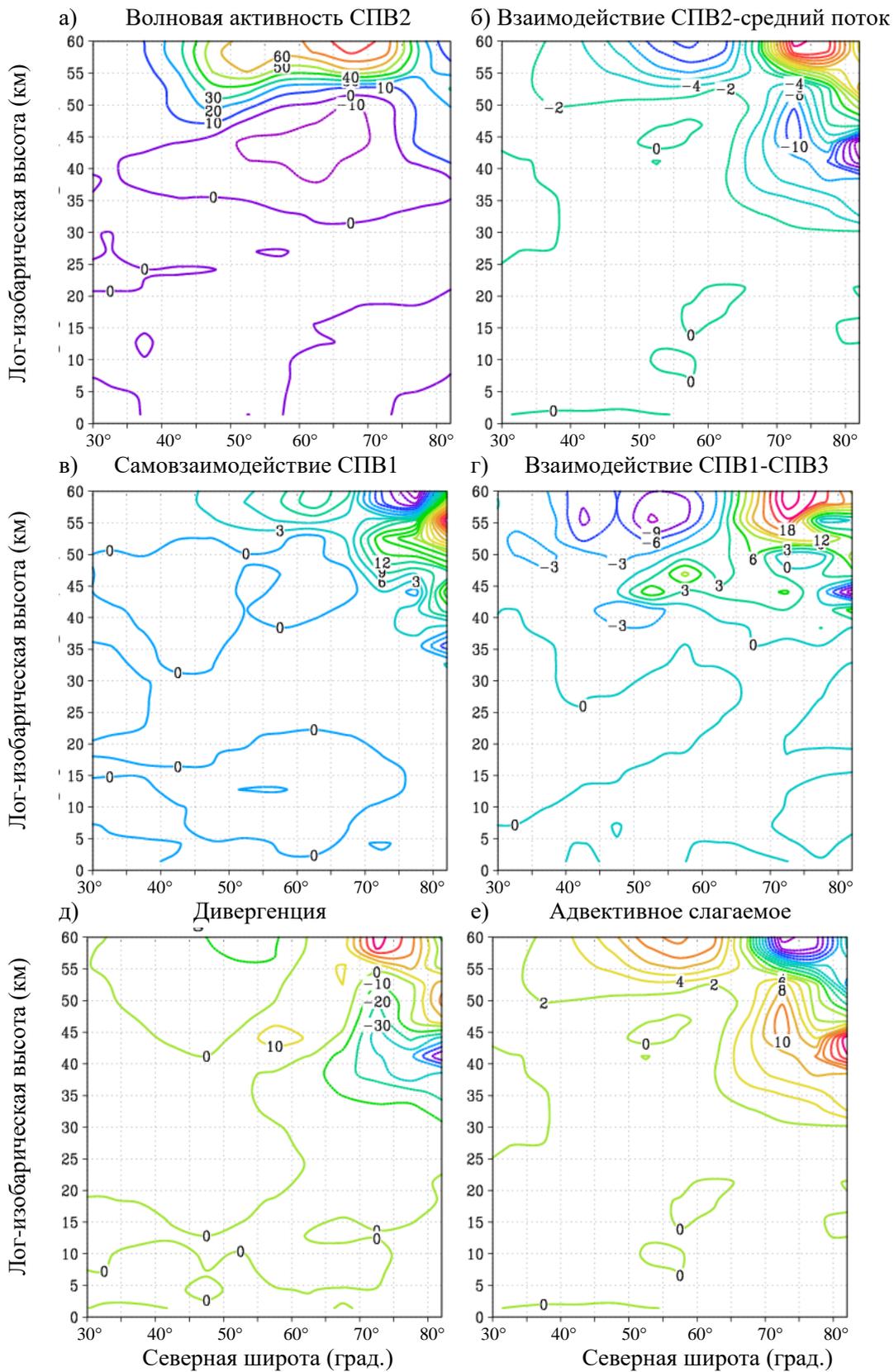


Рисунок 3.3.11 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 22-26 декабря 2018 г.

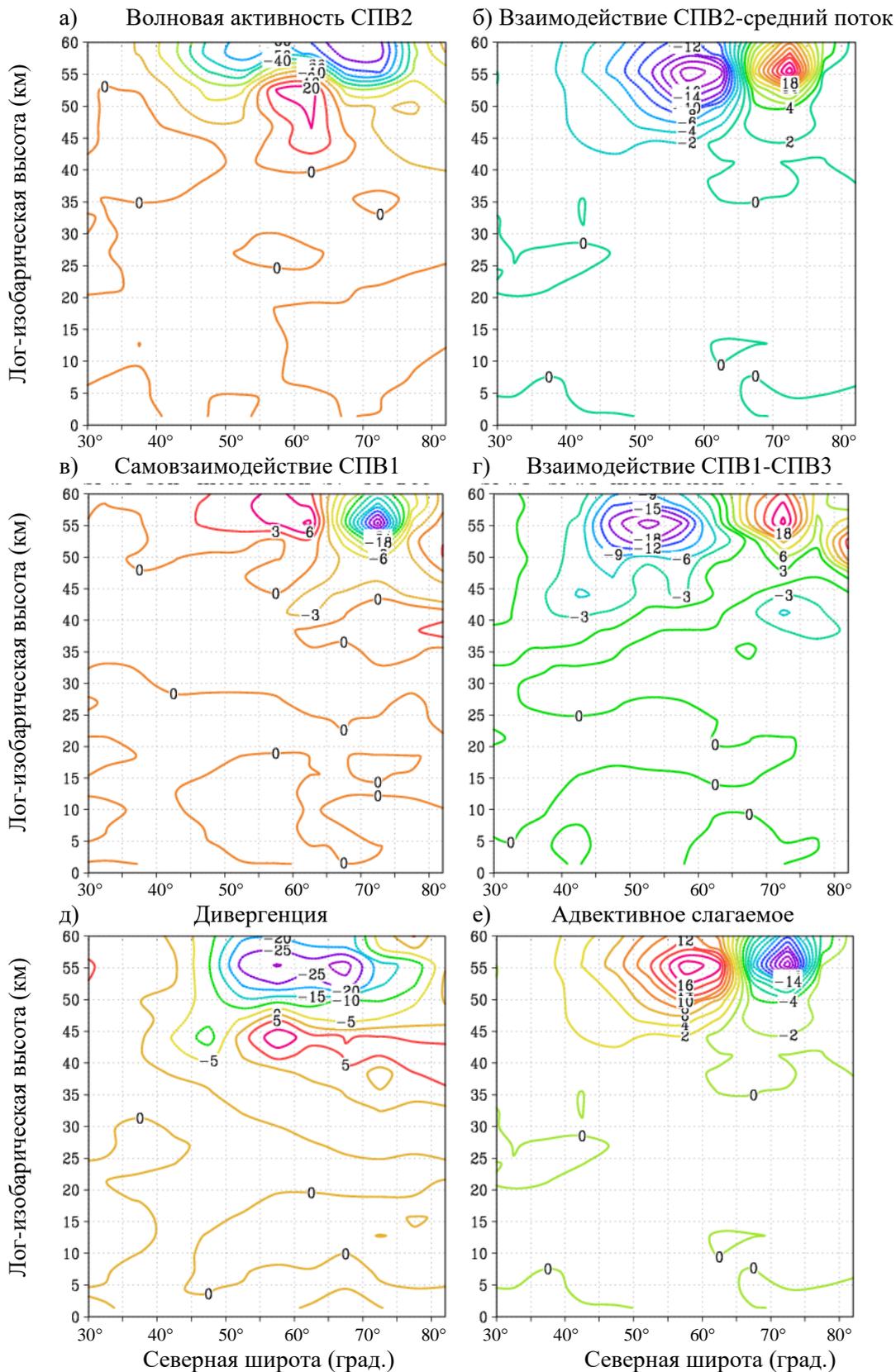


Рисунок 3.3.12 – Широтно-высотные распределения слагаемых в уравнении возмущенной потенциальной энтропии для СПВ2, усредненные за 27-31 декабря 2018 г.

### 3.4. Выводы к главе 3

Произведена диагностика изменения волновой активности и вклада различных процессов в это изменение с использованием уравнения баланса возмущенной потенциальной энтропии. Из представленных результатов можно сделать вывод о том, что во время развития ВСП в стратосфере происходит усиление нелинейных взаимодействий по типу волна-волна, волна-средний поток, а также адвекции и дивергенции потока ПЭ. Наибольший вклад в изменчивость возмущенной потенциальной энтропии вносят слагаемые, отвечающие за обмен волны со средним потоком, причем адвективный перенос наиболее значителен перед развитием события ВСП. На 40 км стационарная планетарная волна с волновым числом 3 значительно влияет на генерацию волн во время ВСП. На уровне 50 км генерация СПВ определяется планетарными волнами с зональными волновыми числами 1-3 практически в равной степени.

Анализ изменений волновой активности во время ВСП с расщеплением и со смещением стратосферного полярного вихря демонстрирует существенные различия в рассматриваемых нелинейных процессах:

- во время развития внезапного стратосферного потепления со смещением стратосферного полярного вихря все процессы вносят вклад в баланс, как до потепления, так и после. Адвективное слагаемое вносит наибольший вклад в уравнение возмущенной ПЭ для среднезонального значения за неделю до наступления потепления, как с расщеплением, так и со смещением;
- ВСП, сопровождающемуся расщеплением стратосферного полярного вихря, предшествует увеличение с последующим уменьшением волновой активности СПВ2, а также наибольший вклад вносит взаимодействие СПВ2 со средним потоком за неделю до потепления. Изменение волновой активности наблюдается в средних широтах с последующим смещением в высокие. Взаимодействия по типу волна-волна вносят наименьший вклад,

и изменение волновой активности балансируется обменными слагаемыми. Адвективное слагаемое и дивергенция вносят наибольший вклад до и во время внезапного стратосферного потепления в высоких широтах в уравнение баланса для СПВ2;

- оценка широтно-высотных распределений изменения волновой активности и взаимодействий волна-средний поток, волна-волна показывает, что во время ВСП со смещением, изменения процессов наблюдаются на более высоких уровнях, чем во время ВСП с расщеплением стратосферного полярного вихря. При ВСП со смещением вклад различных процессов в баланс возмущенной потенциальной энтропии для СПВ1 и 2 сопоставим, а взаимодействия по типу волна-волна наблюдается в средних широтах до потепления, со смещением в высокие во время его развития. Изменение волновой активности наблюдается как в средних, так и в высоких широтах.

## Заключение

В данной работе представлена новая методика исследования нелинейных волновых процессов. В основе нее лежит получение выражения баланса возмущенной потенциальной энтропии, содержащее слагаемые, определяющие изменение волновой активности во времени, взаимодействие стационарных планетарных волн между собой и со средним потоком, дивергенцию и адвекцию потока ПЭ. Разработанный в рамках данного исследования блок компьютерных программ для анализа взаимодействий планетарных волн между собой и со средним потоком в средней атмосфере дает возможность детального изучения природы как волновых движений, так и явлений, вызванных волновой активностью.

Основные результаты и выводы:

1. Разработана теория и пакет программ для расчета вклада различных компонент в баланс возмущенной ПЭ, позволяющие определить, какими процессами сопровождается изменение волновой активности применительно к стационарным планетарным волнам в атмосфере. Предложенная методика позволила выделить слагаемые, ответственные не только за нелинейные процессы между СПВ и СПВ и средним потоком, но и характеризующие вынос потенциальной энтропии из рассматриваемой области и ее дивергенцию.
2. По данным моделирования атмосферной циркуляции с помощью модели МСВА показано различие в рассматриваемых нелинейных процессах при использовании квазигеострофического приближения и в случае отказа от него. Впервые проанализирован вклад слагаемых, содержащих возмущение вертикальных скоростей, в уравнения баланса возмущенной ПЭ на разных стадиях развития ВСП в стратосфере. Предложенный метод исследования нелинейных взаимодействий волновых движений возможно применить не

только для изучения стационарных планетарных волн, но и в перспективе – для исследования солнечных атмосферных приливов.

3. С использованием данных реанализов ERA-5 и UK Met Office проведены оценки эволюции нелинейных взаимодействий планетарных волн в средней атмосфере на разных стадиях ВСП. В частности, показано, что ВСП с расщеплением и со смещением стратосферного полярного вихря сопровождаются существенными различиями в рассматриваемых нелинейных процессах. В дальнейшем, с учетом статистической обработки данных о нелинейных взаимодействиях для большого количества ВСП, будет возможно осуществлять прогнозирование развития потеплений.

## Список используемых сокращений

ВСП	– внезапное стратосферное потепление
КДК	– квазидвухлетнее колебание
МСВА	– Модель средней и верхней атмосферы
ОМД	– осцилляция Маддена - Джулиана
ПВ	– планетарная волна
ПЭ	– потенциальная энстрофия
СП	– Северное полушарие
СПВ	– стационарная планетарная волна
СПВ1	– стационарная планетарная волна с волновым числом 1
СПВ2	– стационарная планетарная волна с волновым числом 2
СПВ3	– стационарная планетарная волна с волновым числом 3
СПВ4	– стационарная планетарная волна с волновым числом 4
ЭНЮК	– Эль-Ниньо – Южное колебание
ЮП	– Южное полушарие
COMMA_LIM	– Cologne Model of the Middle Atmosphere – Leipzig Institute for Meteorology
ECMWF	– European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
ERA-5	– European Centre for Medium-Range Weather Forecasts Reanalysis data
NCEP/NCAR	– National Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research
PVU	– Potential Vorticity Unit (единица измерения потенциальной завихренности)
UKMO	– UK Met Office (United Kingdom Meteorological Office)

## Список литературы

1. *Варгин П.Н., Володин Е.М., Карпечко А.Ю., Погорельцев А.И.* О стратосферно-тропосферных взаимодействиях // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 1. С.39–46.
2. *Гандин Л.С., Лайхтман Д.Л., Матвеев Л.Т., Юдин М.И.* Основы динамической метеорологии. Л. Гидрометеиздат, 1955. 642 с.
3. *Гандин Л.С., Дубов А.С.* Численные методы краткосрочного прогноза погоды. Л. Гидрометеиздат, 1968. 427 с.
4. *Госсард Э.Э., Хук У.Х.* Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 532 с.
5. *Диденко К.А., Ермакова Т.С., Коваль А.В., Погорельцев А.И.* Диагностика нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн // Ученые записки РГГМУ. 2019. № 56. С. 19–29.
6. *Зарубин А.С., Ширшов Н.В., Погорельцев А.И.* 2018: Глобальные атмосферные волны по данным современных реанализов и радиозатменного эксперимента COSMIC/FORMOSAT-3 // Ученые записки РГГМУ. № 58. С. 20–28.
7. *Марчук Г.И.* Численные методы в прогнозе погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 356 с.
8. *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии метеорологии. Л. Гидрометеиздат, 1984. 753 с.
9. *Моханакумар К.* Взаимодействие стратосферы и тропосферы. М.: ФИЗМАЛИТ, 2011. 452 с.
10. *Суворова Е.В., Погорельцев А.И.* Моделирование немигрирующих приливов в средней атмосфере // Геомагнетизм и аэрономия. 2011. Т. 51 С. 107–118.
11. *Холтон Дж.Р.* Динамическая метеорология стратосферы и мезосферы. Л. Гидрометиздат, 1979. 226 с.
12. *Albers J.R., Birner T.* Vortex preconditioning due to planetary and gravity waves prior to sudden stratospheric warmings // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71. P. 4028–4054.
13. *Andrews D.G.* On the interpretation of the Eliassen-Palm flux divergence // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1987. V. 113. P. 323–338.

14. *Andrews D.G.* An introduction to atmospheric physics. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2010. 248 p.
15. *Andrews D.G., McIntyre M.E.* Planetary waves in horizontal and vertical shear: the generalized Eliassen-Palm relation and zonal acceleration // *J. Atmos. Sci.* 1976. V. 33. P. 2031–2053.
16. *Andrews D.G., McIntyre M.E.* Generalized Eliassen-Palm and Charney-Drazin theorems for waves on axisymmetric mean flows in compressible atmosphere // *J. Atmos. Sci.* 1978. V. 35. P. 175–185.
17. *Andrews D.G., Holton J.R., Leovy C.B.* Middle atmosphere dynamics. Academic Press, 1987. 489 p.
18. *Anstey J.A., Shepherd T.G.* High-latitude influence of the Quasi-Biennial Oscillation // *Q. J. Roy. Meteor. Soc.* 2014. V. 140. P. 1–21.
19. Baldwin M., Ayarzagueno B., Birner T., Butchart N., Butler A., Charlton-Perez A., Domeisen D., Garfinkel C., Garny H., Gerber E., Hegglin M., Langematz U., Pedatella N. Sudden stratospheric warmings // *Review of Geophysics.* 2021. V. 58. P. 1–37.
20. *Baldwin M.P., Holton J.R.* Climatology of the stratospheric polar vortex and planetary wave breaking // *J. Atmos. Sci.* 1988. V. 45. P. 1123–1142.
21. Baldwin M.P., Thompson D.W.J., Shuckburgh E.F., Norton W.A., Gillett N.P. Weather from the stratosphere? // *Science.* 2003. V. 301. P. 317–319.
22. *Billingsley D.* What does quasi-geostrophic really mean? // *Nat. Weather Digest.* 1996. V. 21. № 1. P. 21–25.
23. *Braesicke P.* Middle atmosphere | Zonal Mean Climatology // *Encyclopedia of Atmospheric Sciences (Second Edition)*, 2015. P. 50–56
24. *Butler A.H., Seidel D.J., Hardiman S.C., Butchart N., Birner T., Match A.* Defining sudden stratospheric warmings // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2015. V. 96. P. 1913–1928.
25. *Carroll E.B.* Use of dynamical concepts in weather forecasting // *Meteorol. Appl.* 1997. V. 4. P. 345–352.

26. *Chandrasekhar S.* Radiative transfer. Dover. New York, 1950. 416 p.
27. *Chandrasekar A.* Basics of atmosphere science. New Delhi-110001, 2010. 462 p.
28. *Charlton-Perez A.J., Polvani L.M.* A new look at stratospheric sudden warmings. Part I: Climatology and modeling benchmarks // *J. Clim.* 2007. V. 20. P. 449–469.
29. *Charney J.G., Drazin P.G.* Propagation of planetary scale disturbances from the lower into the upper atmosphere // *J. Geophys. Res.* 1961. V. 66. P. 83–109.
30. *Davies H.C.* An interpretation of sudden warmings in terms of potential vorticity // *J. Atmos. Sci.* 1981. V. 38. P. 427–445.
31. *Dee D.P. et. al.* The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system // *Q. J. Roy. Meteor. Soc.* 2011. V. 137. P. 553–597.
32. *Dempsey S. M., Hindley N. P., Moffat-Griffin T., Wright C. J., Smith A. K., Du J., Mitchell N.* Winds and tides of the Antarctic mesosphere and lower thermosphere: One year of meteor-radar observations over Rothera (68°S, 68°W) and comparisons with WACCM and eCMAM // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2021. V. 212. P. 1.
33. *Didenko K.A., Pogoreltsev A.I., Koval, A.V., Ermakova T.S.* Investigation of solar thermal tides using model data // *Proc. of SPIE, 27th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics, Atmospheric Physics.* 2021. V. 11916. P. 1–10.
34. *Edmon H.J., Hoskins B.J., McIntyre M.E.* Eliassen-Palm cross section for the troposphere // *J. Atmos. Sci.* 1980. V. 37. P. 2600–2616.
35. *Eliassen A., Palm E.* On the transfer of energy in stationary mountain waves // *Geophys. Publ.* 1961. V. 22. P. 1–23.
36. *Ermakova T.S., Aniskina O.G., Statnaia I.A., Motsakov M.A., Pogoreltsev A.I.* Simulation of the ENSO influence on the extra-tropical middle atmosphere // *Earth, Planets and Space.* 2019. V. 71. P. 1–9.
37. *Ertel H.* Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz (A new hydrodynamic vorticity theorem) // *Meteorol. Z.* 1942. V. 21. P. 277–281.
38. *Fritts D.C.* Gravity waves | Overview // *Encyclopedia of Atmospheric Sciences (Second Edition)*, 2015. P. 141–152

39. *Fröhlich K., Pogoreltsev A.I., Jacobi Ch.* Numerical simulation of tides, Rossby and Kelvin waves with the COMMA-LIM Model // *Adv. Space Res.* 2003. V. 32. P. 863–868.
40. *Fröhlich K., Pogoreltsev A.I., Jacobi Ch.* The 48-Layer COMMA-LIM Model // *Report Inst. Meteorol. Univ. Leipzig.* 2003. V. 30. P. 157–185.
41. *FJØRTOFT R.* On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for two-dimensional non-divergent flow // *Tellus.* 1953. V. 5. P. 225–230.
42. *Fu Q., Johanson C.M., Wallace J.M., Reichler T.* Enhanced midlatitude tropospheric warming in satellite measurements // *Science.* 2006. V. 312. P. 1179.
43. *Garfinkel C.I., Benedict J.J., Maloney E.D.* Impact of the MJO on the boreal winter extratropical circulation // *Geophys. Res. Lett.* 2014. V. 41. P. 6055–6062.
44. *Gavrilov N.M., Pogoreltsev A.I., Jacobi Ch.* Numerical modeling of the effect of latitude-inhomogeneous gravity waves on the circulation of the middle atmosphere // *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana.* 2005. V. 41. P. 12–21.
45. *Gerber E.P. et al.* Assessing and understanding the impact of stratospheric dynamics and variability on the Earth system // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2012. V. 93. P. 845–858.
46. *Giannitsis C., Lindzen R.S.* Nonlinear saturation of topographically forced rossby waves in a barotropic model // *J. Atmos. Sci.* 2001. V. 58. P. 2929.
47. *Haynes P.H., McIntyre M.E.* On the evolution of vorticity and potential vorticity in the presence of diabatic heating and frictional or other forces // *J. Atmos. Sci.* 1987. V. 44. № 5. P. 828–841.
48. *Hays P.B., Skinner W.R.* Satellite remote sensing | Wind, Middle Atmosphere // *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, 2003. P. 2012–2024
49. *Held I.M.* Stationary and quasi-stationary eddies in the extratropical troposphere: Theory. Large-scale dynamical processes in the atmosphere. Ed. by B. J. Hoskins and R. P. Pearce. Academic Press, 1983. P. 127–168.
50. *Held I.M., Ting M., Wang H.* Northern winter stationary waves: theory and modeling // *J. Atmos. Sci.* 2002. V. 15. P. 2125–2144.

51. *Hersbach H., Dee D.* ERA5 reanalysis is in production // ECMWF Newsletter. 2016. V 147. P. 7.
52. *Holton J.R.* An introduction to dynamyc meteorology. Elsevier Academic Press, 2004. 553 p.
53. *Holton J.R., Dunkerton T.* On the role of wave transience and dissipation in the stratospheric mean flow vacillations // J. Atmos. Sci. 1978. V. 35. P. 740–744.
54. *Holton J.R., Haynes P.H., McIntyre M.E., Douglass A.R., Rood R.B., Pfister L.* Stratosphere troposphere exchange // Rev. Geophys. 1995. V. 33. P. 408–439.
55. *Holton J.R., Tan H.C.* The influence of the equatorial quasi-biennial oscillation on the global circulation at 50mb // J. Atmos. Sci. 1980. V. 37. P. 2200–2208.
56. *Hoskins B.J. McIntyre M.E. Robertson A.W.* On the use and significance of isentropic potential vorticity maps // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1987. V. 113. P. 402–404.
57. *Hoskins B.J., Pierce R.P.* Large-Scale Dynamical Processes in the Atmosphere. Academic Press Inc., 1983. 397 p.
58. *Jung J.-H., Konor C.S., Mechoso C.R., Arakawa A.* A study of the stratospheric major warming and subsequent flow recovery during the winter of 1979 with an isentropic vertical coordinate model // J. Atmos. Sci. 2001. V. 58. P. 2630–2649.
59. *Kalnay E.M. et al.* The NCEP/NCAR reanalysis project // Am. Meteorol. Soc. 1996. V. 77. P. 437–471.
60. *Kistler R. et al.* The NCEP–NCAR 50-year reanalysis: monthly means CD-ROM and documentation // Am. Meteorol. Soc. 2001. V. 82. P. 247–267.
61. *Kuroda Y., Kodera K.* Effect of solar activity on the polar-night jet oscillation in the Northern and Southern Hemisphere winter // J. Meteor. Soc. Japan. 2002. V. 80. P. 973–984.
62. *Labitzke K., Kunze M.* On the remarkable Arctic winter in 2008/2009 // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. P. 1–9.

63. *Lastovicka J., Krizan P., Kozubek M.* Longitudinal structure of stationary planetary waves in the middle atmosphere – extraordinary years // *Ann. Geophys.* 2018, V. 36. P. 181–192.
64. *Lindzen R.S.* Atmospheric tides // *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.* 1979. V. 7. P. 199–225.
65. *Lindzen R.S.* Stationary planetary waves, blocking, and interannual variability // *Adv. in Geophys.* 1986. V. 29. P. 251–273.
66. *Liou K.N.* An introduction to atmospheric radiation. Academic Press. New York, 2002. 583 p.
67. *Martin E.J.* Mid-latitude atmospheric dynamics. John Wiley & Sons Ltd, 2006. 324 p.
68. *Matsuno T.* Numerical integration of the primitive equations by a simulated backward difference method // *J. Meteorol. Soc. Jpn.* 1966. V. 44. P. 76–84.
69. *Matsuno T.* A dynamical model of stratospheric warmings // *J. Atmos. Sci.* 1971. V. 28. P. 1479–1494.
70. *Mayr H.G., Mengel J.G., Chan K.L., Huang F.T.* Middle atmosphere dynamics with gravity wave interactions in the numerical spectral model: Tides and planetary waves // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2011. V. 73. P. 711–730.
71. *Medvedeva I.V., Semenov A.I., Pogoreltsev A.I., Tatarnikov A.V.* Influence of sudden stratospheric warming on the mesosphere/lower thermosphere from the hydroxyl emission observations and numerical simulations // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2019. V. 187 C. 22–32.
72. *McIntyre M.E.* How well do we understand the dynamics of stratospheric warmings? // *J. Meteor. Soc. Japan.* 1982. V. 60. P. 37–65.
73. *McIntyre M.E.* Potential vorticity // *Encyclopedia of atmospheric sciences*, 2nd ed. 2015. V. 2. P. 375–383.
74. *Mitchell D.M., Gray L.J., Anstey J., Baldwin M.P., Charlton-Perez A.J.* The influence of stratospheric vortex displacements and splits on surface climate // *J. Climate.* 2013. V. 26. P. 2668–2682.

75. *Plumb R.A.* Stratospheric transport // *J. Meteor. Soc. Japan.* 2002. V. 80, P. 793–801.
76. *Pogoreltsev A.I.* Numerical simulation of secondary planetary waves arising from the nonlinear interaction of the normal atmospheric modes // *Phys. Chem. Earth (Part C).* 2001. V. 26. № 6. P. 395–403.
77. *Pogoreltsev A.I., Savenkova E.N., Aniskina O.G., Ermakova T.S., Chen W., Wei K.* Interannual and intraseasonal variability of stratospheric dynamics and stratosphere-troposphere coupling during northern winter // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2015. V. 136. P. 187–200.
78. *Pogoreltsev A.I., Sukhanova S.A.* Simulation of the global structure of stationary planetary waves in the mesosphere and lower // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 1993. V. 55. P. 33–40.
79. *Pogoreltsev A.I., Vlasov A.A., Fröhlich K., Jacobi Ch.* Planetary waves in coupling the lower and upper atmosphere // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007. V. 69. P. 2083–2101.
80. *Rose K.* On the influence of nonlinear wave-wave interactions in a 3-D primitive equation model for sudden stratospheric warmings // *Beitr. Phys. Atmos.* 1983. V. 56. P. 14–41.
81. *Rossby C.-G.* Planetary flow patterns in the atmosphere // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 1940. V. 66. P. 68–87.
82. *Salby M.L.* *Fundamentals of Atmospheric Physics.* Academic Press, 1996. 661 p.
83. *Salby I., Murry L.* *Physics of the atmosphere and climate.* Cambridge University Press, 2012. 666 p.
84. *Schoeberl M.R.* Vacillation, sudden warmings and potential enstrophy balance in the stratosphere // *J. Atmos Sci.* 1982. V. 39. P. 1862–1872.
85. *Schoeberl M. R., Smith A.K.* The integrated enstrophy budget of the winter stratosphere diagnosed from LIMS data // *J. Atmos. Sci.* 1986. V. 43. P. 1074–1086.

86. *Seviour W.J.M., Gray L.J., Mitchell D.M.* Stratospheric polar vortex splits and displacements in the high-top CMIP5 climate models // *J. Geophys. Res. Atmos.* 2016. V. 121. P. 1–14.
87. *Shine K.P.* The middle atmosphere in the absence of dynamical heat fluxes // *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 2087. V. 113. P. 603–633.
88. *Siebert M.* Atmospheric tides // *Adv. in Geophys.* 1961. V. 7. P. 105–182.
89. *Smith A.K.* Observation of wave-wave interactions in the stratosphere // *J. Atmos. Sci.* 1983. V. 40. P. 2484–2493.
90. *Smith A.K.* The origin of stationary planetary waves in the upper mesosphere // *J. Atmos. Sci.* 2003. V. 60. P. 3033–3041.
91. *Smith A.K., Gille J.C., Lyjak L.V.* Wave-wave interactions in the stratosphere: Observations during quiet and active wintertime periods // *J. Atmos. Sci.* 1984. V. 41. P. 363–373.
92. *Spizzichino A.* Etude des interactions entre les differentes composantes du vent dans la haute atmosphere // *Ann. Geophys.* 1969. V. 25. № 4. P. 773–783.
93. *Sprenger M., Wernli H., Bourqui M.* Stratosphere-troposphere exchange and its relation to potential vorticity streamers and cutoffs near the extratropical tropopause // *J. Atmos. Sci.* 2007. V. 64. P. 1587–1602.
94. *Stohl A. et al.* Stratosphere-troposphere exchange: A review, and what we have learned from STACCATO // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. P. 1–15.
95. *Strang. G.* On the construction and comparison of difference schemes // *SIAM. J. Numer. Anal.* 1968. V. 5. P. 516–517.
96. *Swinbank R., O'Neill A.* A stratosphere-troposphere assimilation system // *Mon. Weather Rev.* 1994. V. 122. P. 686–702.
97. *Swinbank R., Ingleby N.B., Boorman P.M., Renshaw R.J.* The Met Office 3D-VAR stratosphere-troposphere data assimilation system // *Met Office.* 2002. №. 71. P. 1–3.
98. *Tao X.* Wave-mean flow interaction and stratospheric sudden warming in an isentropic model // *J. Atmos. Sci.* 1994. V. 51. P. 134–153.

99. *Thompson D.W.J., Baldwin M.P., Wallace J.M.* Stratospheric connection to Northern Hemisphere wintertime weather: Implications for prediction // *J. Climate*. 2002. V. 15. P. 1421–1428.
100. *Tung K.K., Lindzen R.S.* Theory of stationary long waves. Part I: A simple theory of blocking // *Mon. Wea. Rev.* 1979. V. 107. P. 714–734.
101. *Tung K.K., Lindzen R.S.* Theory of stationary long waves. Part II: Resonant Rossby waves in the presence of realistic vertical shear // *Mon. Wea. Rev.* 1979. V. 107. P. 735–750.
102. *Van Loon H., Zerefos C.S., Repapis C.C.* The Southern Oscillation in the stratosphere // *Mon. Wea. Rev.* 1982. V. 110. P. 225–229.
103. *Volland H.* Atmospheric tidal and planetary waves. Kluwer academic Publ. Dordrecht. Netherland, 1988. 348 p.
104. *Waite M.L.* Potential enstrophy in stratified turbulence // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 722. P. 1–3.
105. *Waugh D.W., Sobel A., Polvani L.M.* What is the polar vortex and how does it influence weather? // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2016. V. 98. P. 37–44.
106. *White I.P., Lu H., Mitchell N.J., Phillips T.* Dynamical response to the QBO in the Northern winter stratosphere: signatures in wave forcing and eddy fluxes of potential vorticity // *J. Atmos. Sci.* 2015. V. 72. P. 4489–4490.
107. *Zhang Yu, Li J., Zhou L.* The relationship between polar vortex and ozone depletion in the Antarctic stratosphere during the period 1979-2016 // *Adv. in Meteorol.* 2017. P. 1–12.