

Климатическая модель зависимости индекса атмосферной рефракции от высоты, широты, долготы и дня года по данным радиозатменного зондирования

**А. В. Шмаков и М. Е. Горбунов
Институт физики атмосферы
им. А.М.Обухова РАН**



Радиозатменный принцип



Измерение амплитуд и фаз
в каналах L1/L2
(1.57542, 1.22760 ГГц)

Определение профиля угла
атмосферной рефракции

Удаление ионосферной
составляющей

Восстановление углов рефракции
нейтральной атмосферы

Восстановление профиля
показателя преломления



Ионосферная коррекция

Система спутников GPS излучает радиоволны на двух каналах ($f_1 = 1.57542$ ГГц и $f_2 = 1.22760$ ГГц). Используя линейную комбинацию углов рефракции из каждого канала при одинаковом прицельном параметре и его частоту, вычисляется профиль угла рефракции с удаленной ионосферной компонентой:

$$\varepsilon(a) = \frac{f_1^2(a) \cdot \varepsilon_1(a) - f_2^2(a) \cdot \varepsilon_2(a)}{f_1^2 - f_2^2}$$

где $\varepsilon(a)$ скорректированный угол рефракции, a прицельный параметр.

Неточность линейного приближения и влияние мелкомасштабной (менее 1 км) ионосферной турбулентности приводят к тому, что полученный профиль угла рефракции $\varepsilon(a)$ содержит остаточную погрешность ионосферной коррекции.

Эффективный метод подавления остаточных ионосферных шумов основан на применении статистической регуляризации. Суть этого метода заключается в оценке наиболее вероятного профиля угла рефракции полученного комбинацией среднестатистического модельного (априорного) и наблюдаемого профилей угла рефракции.



Выбор предикторов и построение адаптивных функций

На первом этапе построения регрессионных моделей происходит выбор предикторов. Мы выбрали четыре основных предиктора для модели: высота h , широта φ , долгота λ и день года t . Зависимость от высоты мы приближаем многочленами Чебышева $T_n(zh)$, где n это порядок многочлена, и для этого делаем замену переменных

$$zh(h) = 2 \cdot \frac{(h - h_0)}{(h_M - h_0)} - 1,$$

где h_M максимальная высота наблюдения, h_0 минимальная высота; $n = 10$.

Широту и долготу мы берем в форме тригонометрических функций

$1, \cos(\varphi), \sin(\varphi), \cos(2 \cdot \varphi), \sin(2 \cdot \varphi), \cos(3 \cdot \varphi), \sin(3 \cdot \varphi);$

$1, \cos(\lambda), \sin(\lambda), \cos(2 \cdot \lambda), \sin(2 \cdot \lambda).$

Зависимость от дня года берется в виде $1, \tau$; где

$$\tau = 2 \cdot \frac{(t - 1)}{364} - 1$$



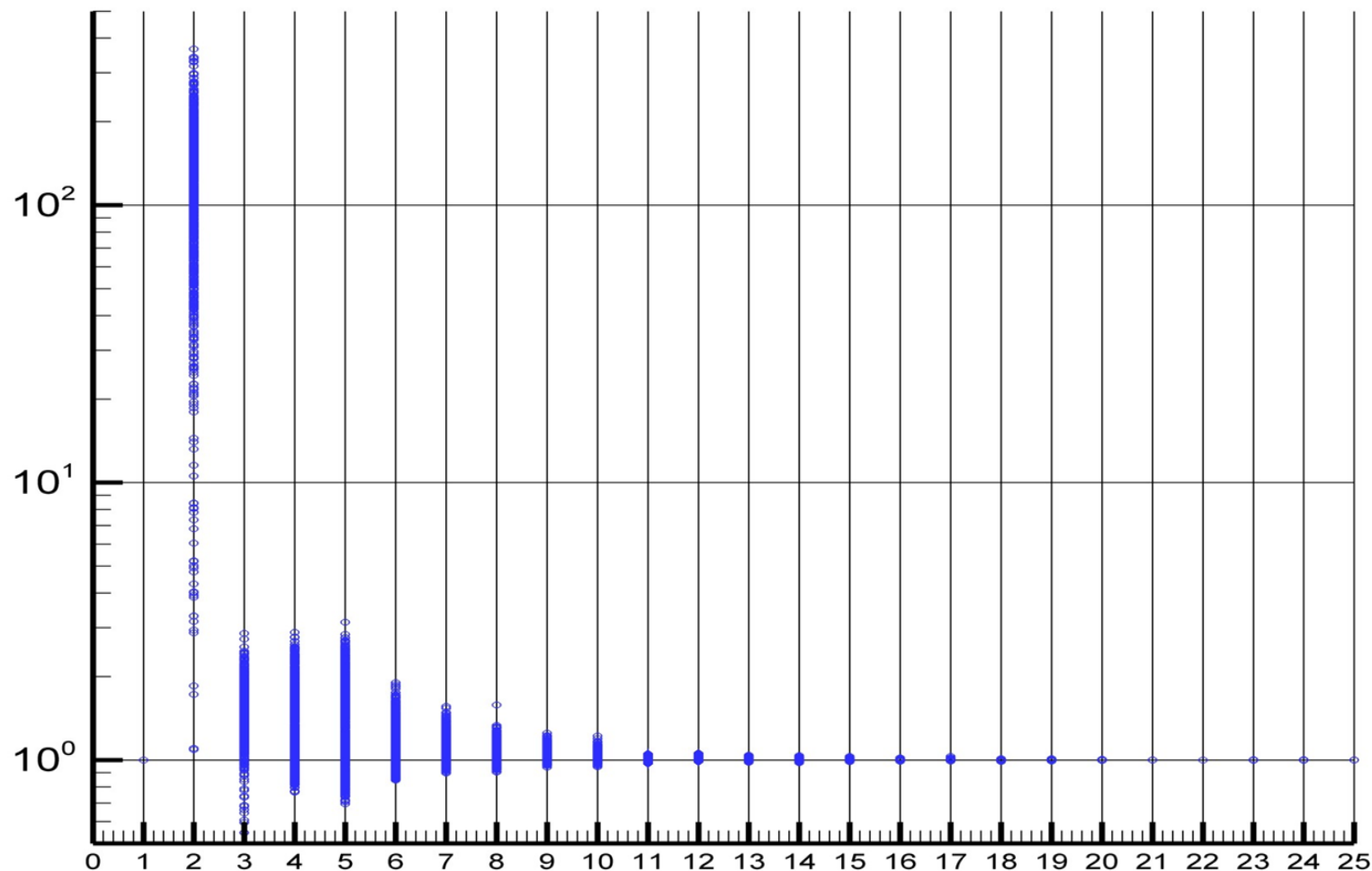
Выбор предикторов и построение адаптивных функций

Адаптивные функции строятся как перекрестные произведения этих четырех наборов предикторов и в результате общее количество получается $j = 10 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 700$. Внутри каждой группы предикторов перекрестного перемножения не делается, так как полученные адаптивные функции не будут линейно независимыми.

Количество соответствующих предикторов определялось методом обратного исключения, когда в модель включаются большее количество независимых переменных и вычисляется разность между суммой квадратов регрессии, вычисленной при всех предикторах, и аналогичной суммой квадратов регрессии без проверяемого предиктора. Затем эта разность делится на сумму квадратов ошибок полной модели, приходящуюся на одну степень свободы данной модели



График значимости предикторов в зависимости индекса рефракции от высоты.



Описание модели

В общем случае регрессионная модель аппроксимирует наблюдаемые величины y_i как линейную комбинация адаптивных функций ω^j предикторов x_k , где нижний индекс i определяет количество наблюдений, верхний индекс j количество адаптивных функций, а индекс k количество предикторов.

$$y_i = \sum_j \alpha^j \cdot \omega^j(x_k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\alpha} \quad (2)$$

$$(\mathbf{y} - \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\alpha})^T (\mathbf{y} - \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\alpha}) = \min \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{K})^{-1} (\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{y}) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{z} \quad (5)$$



Описание модели

Решение матричного уравнения [5] ищем с помощью матричного разложения, известного как разложение по сингулярным числам (Singular Value Decomposition, SVD) следующего вида

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{\Delta}\mathbf{V}^T$$

где $\mathbf{B}$ любая вещественная матрица, $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ вещественные ортогональные матрицы такие, что диагональные элементы матрицы $\mathbf{\Delta}$ имеют вид $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_r > \gamma_{r+1} = \dots = \gamma_n = 0$, а не диагональные элементы равны 0, r – ранг матрицы $\mathbf{B}$, n – ее размер.

SVD-разложение является устойчивым, т.е. малым возмущениям матрицы $\mathbf{B}$ соответствуют малые возмущения матрицы $\mathbf{\Delta}$ и наоборот. Разработанные эффективные и устойчивые алгоритмы расчета SVD-разложения позволяют использовать его для расчета обратной матрицы $\mathbf{A}^{-1}$.

Описание модели

В нашем случае зависимость профиля индекса рефракции представляем в виде:

$$N(x_k) = \exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(x_k)\right) + \exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(x_k)\right) \cdot \sum_j \omega^j(x_k) \cdot \delta \alpha^j \quad (6)$$

где $N(x_k)$ - профиль индекса рефракции в атмосфере; x_k - набор предикторов; $\omega^j(x_k)$ - адаптивные функции; α^j - искомые коэффициенты при адаптивных функциях; j - количество адаптивных функций.

$$\sum_j \omega^j(x_k) \cdot \delta \alpha^j = N(x_k) / \left(\exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(x_k)\right)\right) - 1 \quad (7)$$

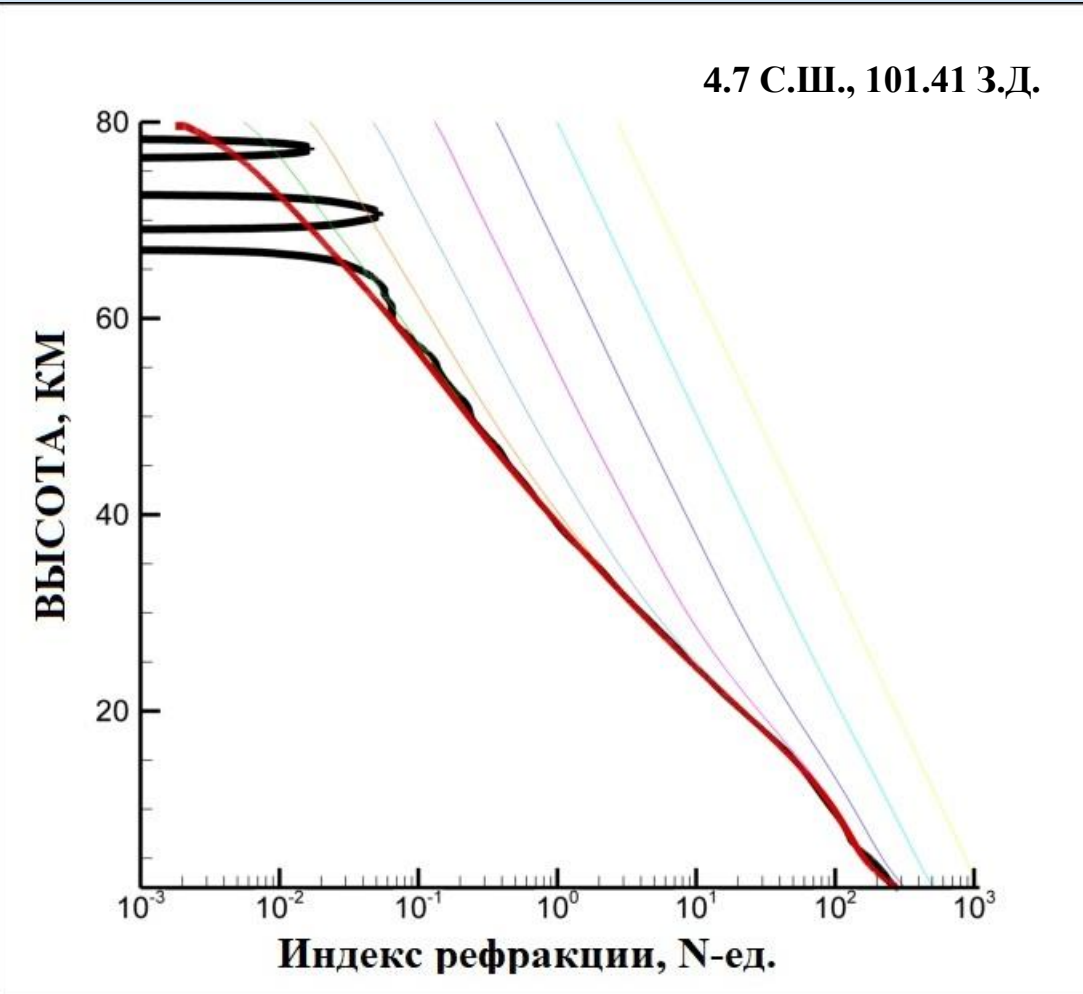
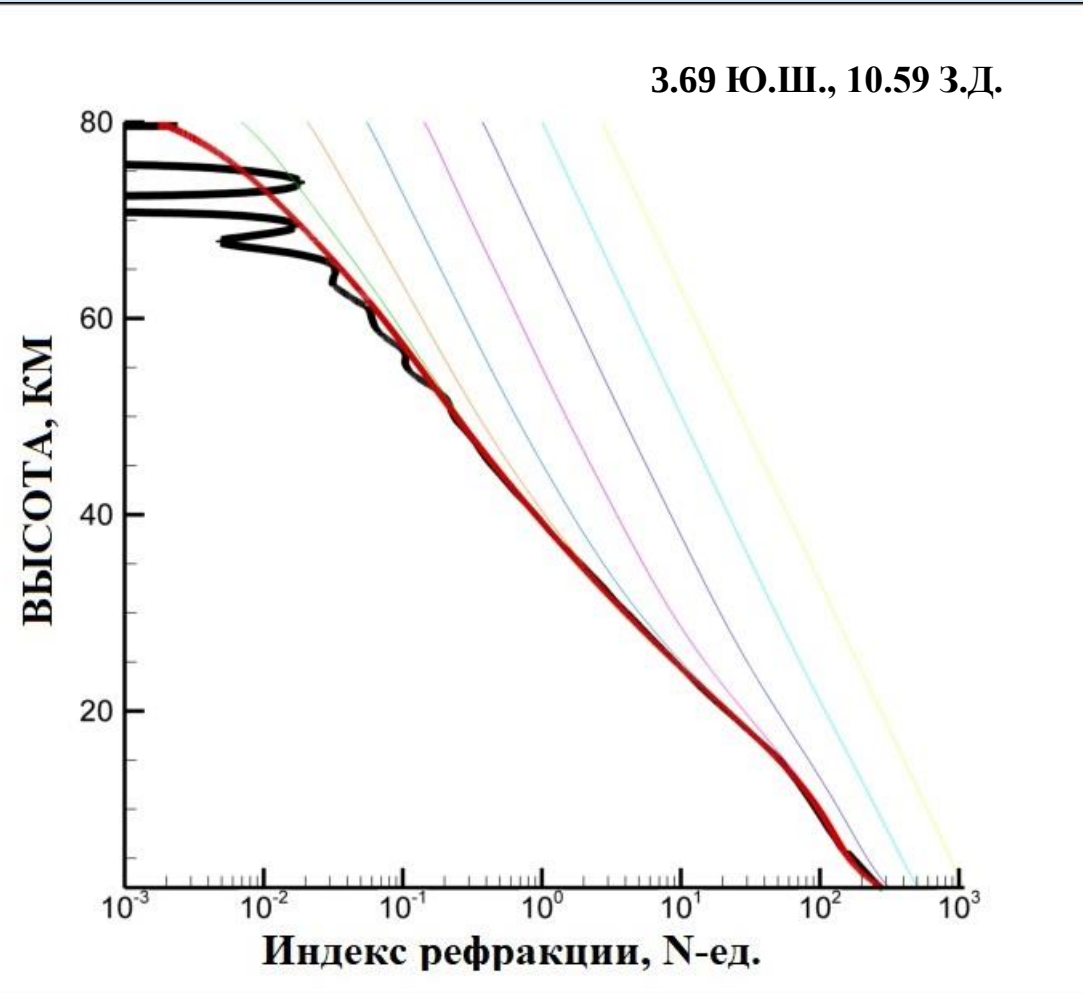
Решение этого уравнения для $\delta \alpha^j$ ищется итерациями. Для начального приближения предполагается, что $\exp(\sum_j \alpha_0^j \omega^j(x_k))$ просто экспонента. Вычислив $\delta \alpha_1^j$, получаем:

$$\alpha_1^j = \alpha_0^j + \delta \alpha_1^j$$

На следующем шаге подставляем полученное α_1^j в (7), вычисляем $\delta \alpha_2^j$ и т.д., пока не выполнится соотношение (3).

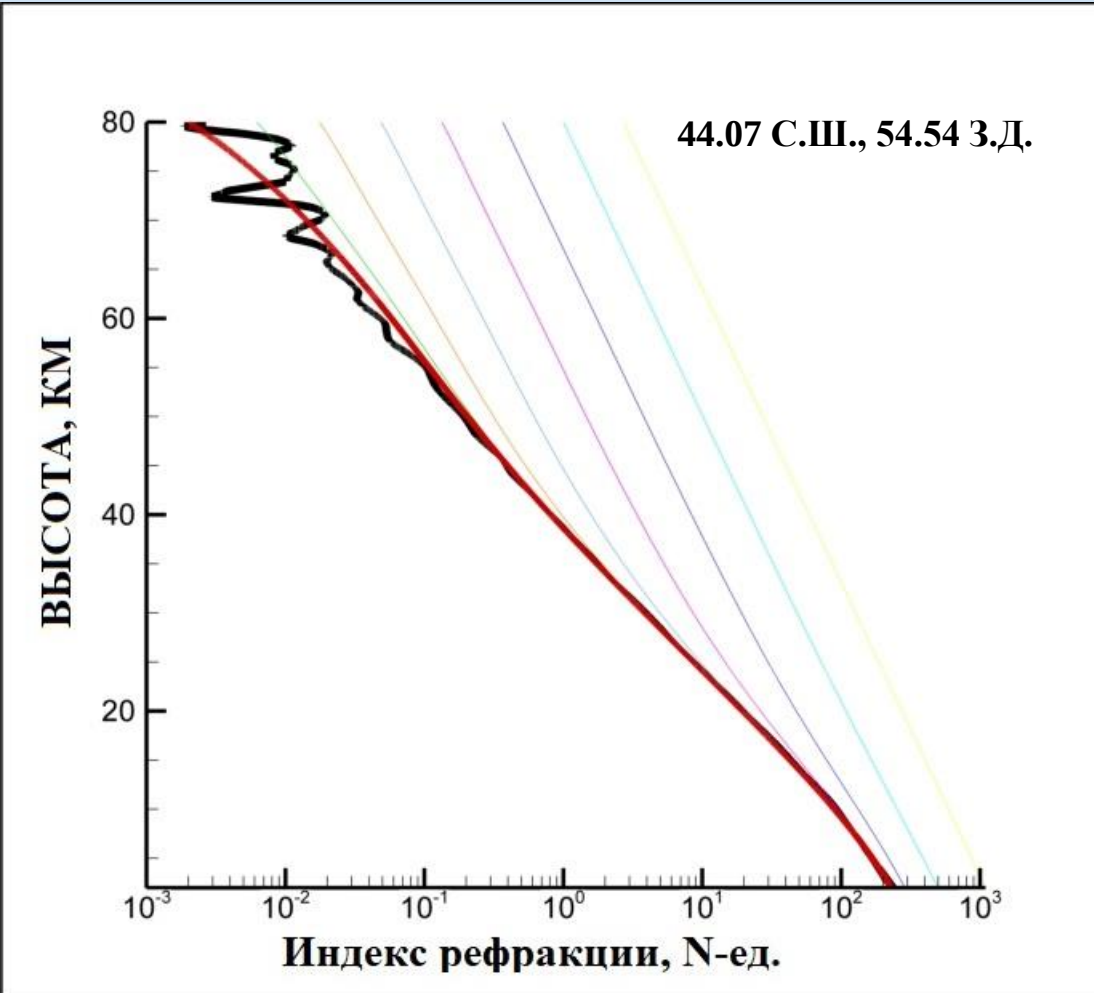
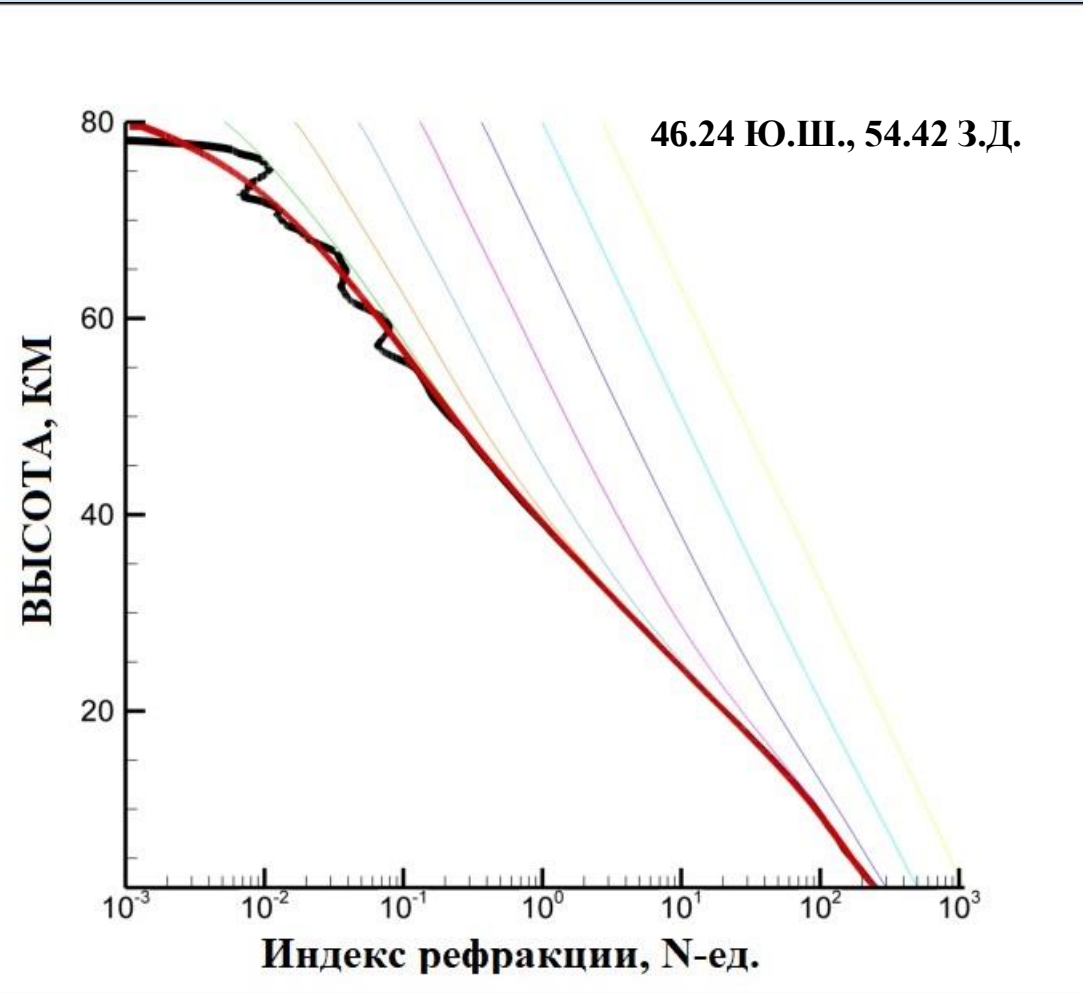


Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в экваториальной зоне



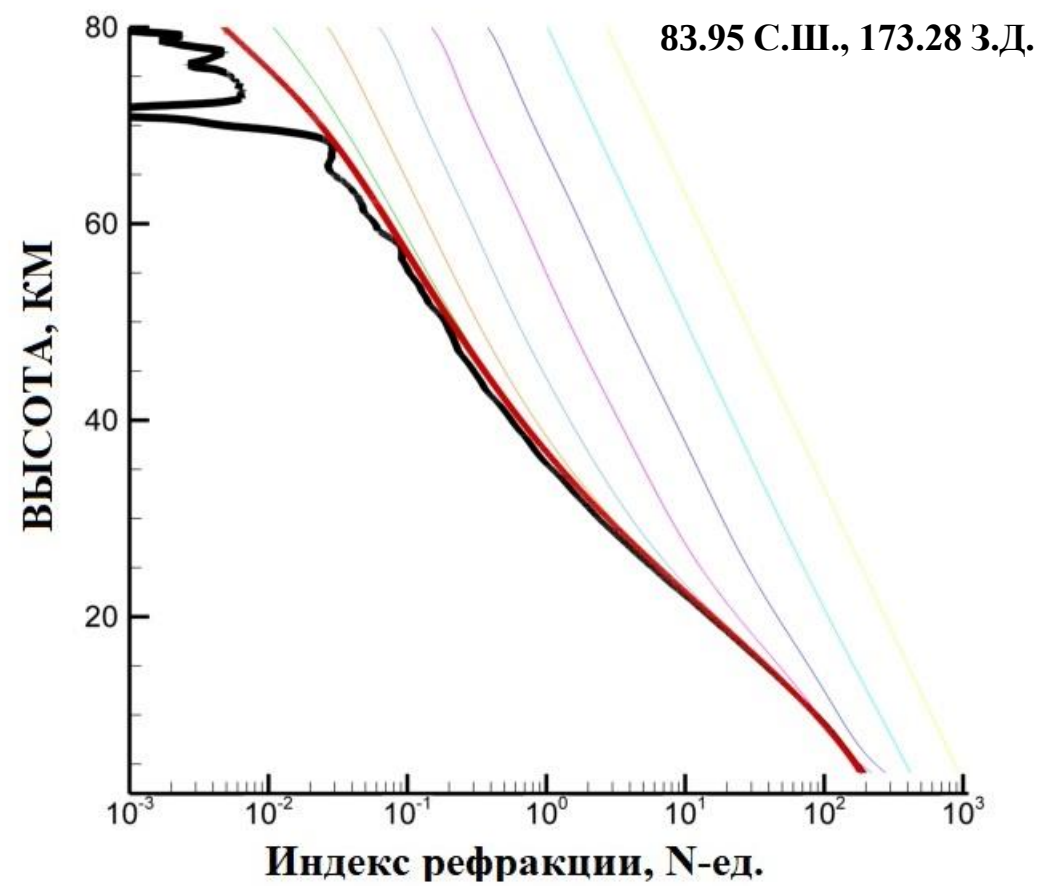
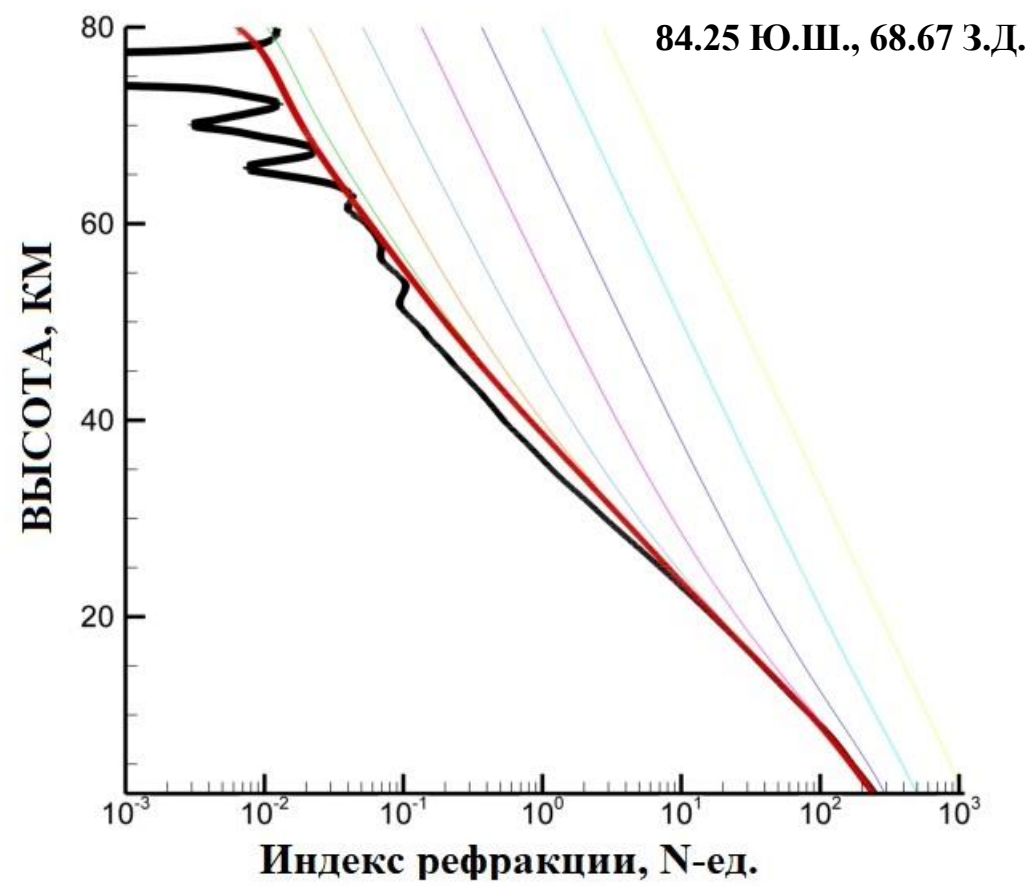


Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в средних широтах

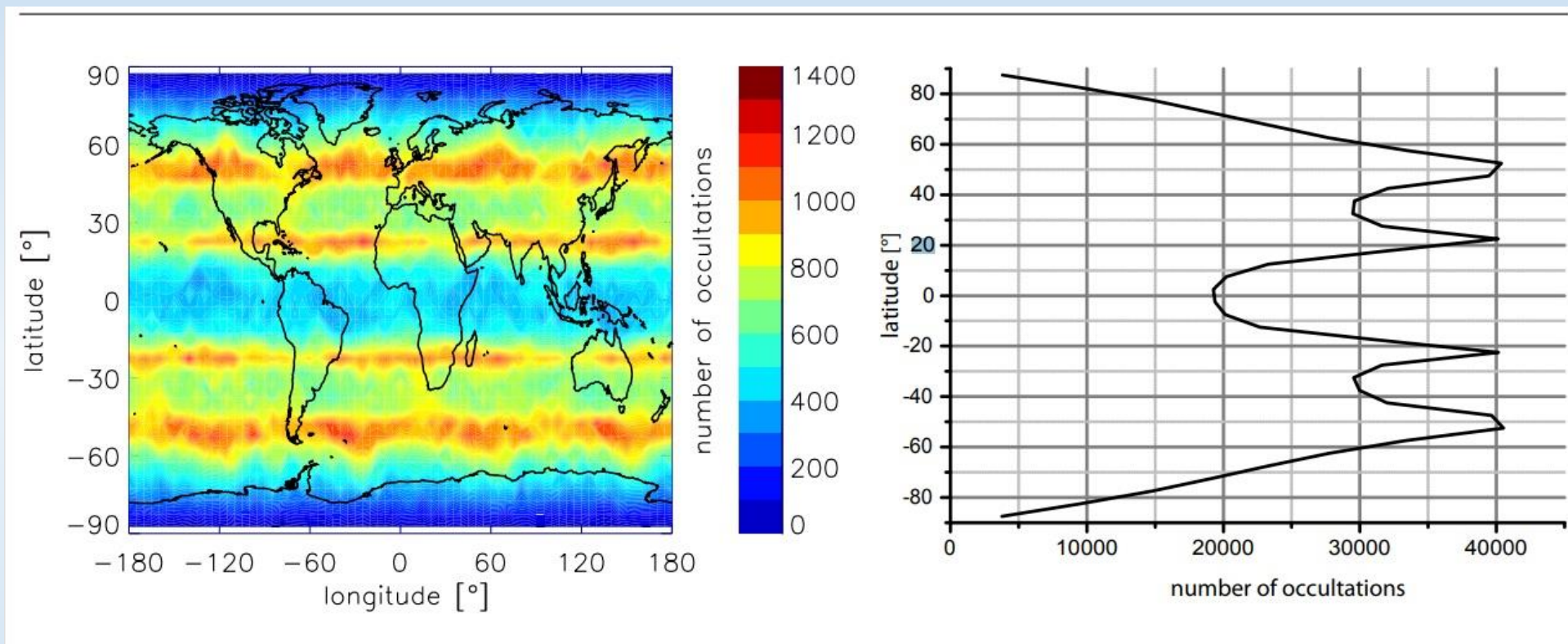




Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в полярных зонах



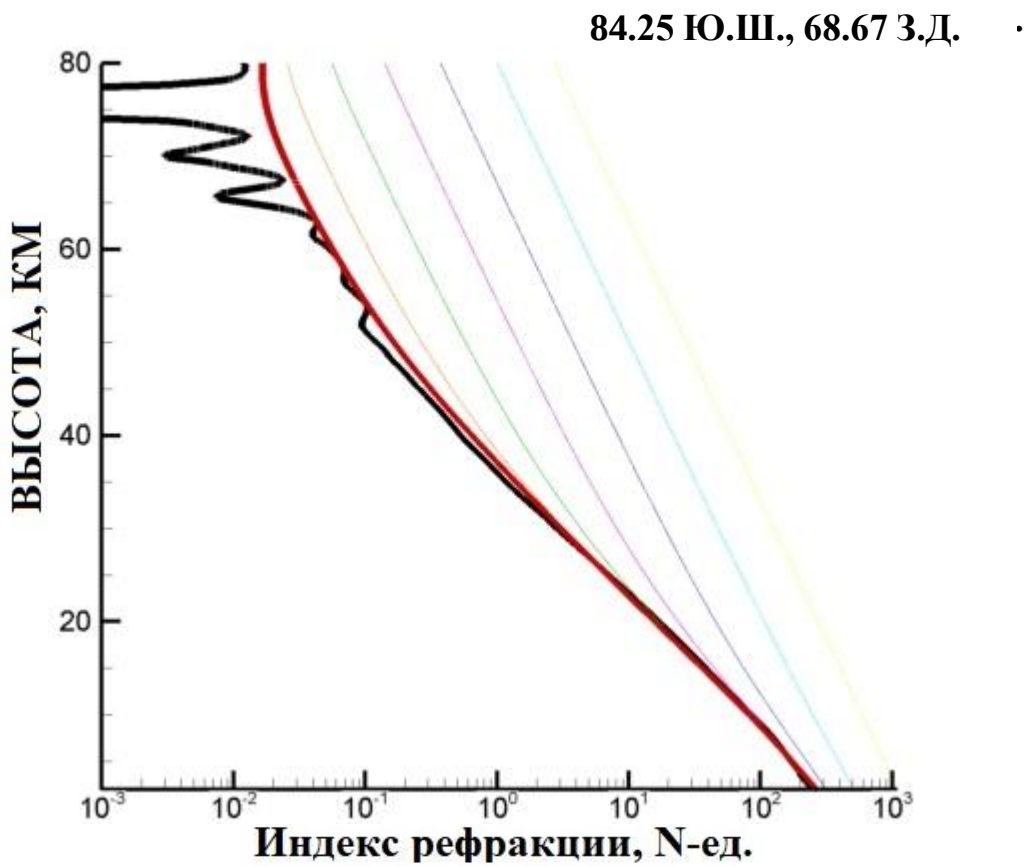
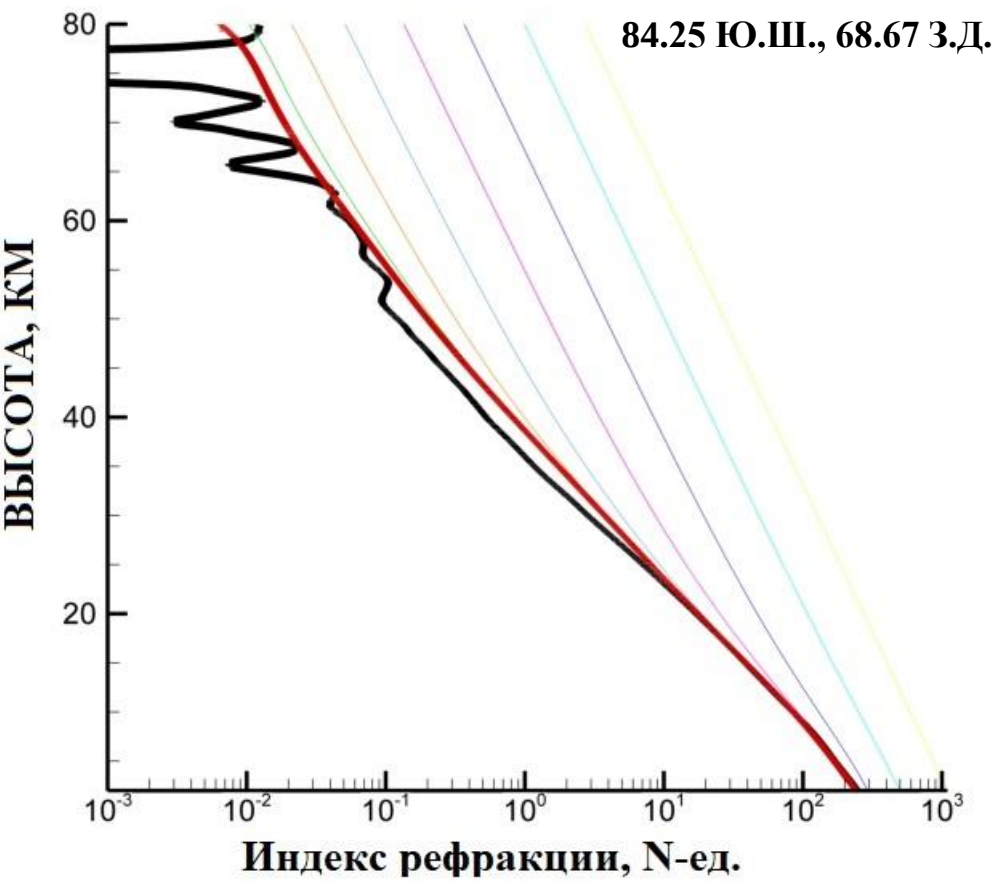
Глобальное распределение измерений эксперимента COSMIC/FORMOSAT



Arras, C. A global survey of sporadic E layers based on GPS radio occultations by CHAMP, GRACE and FORMOSAT-3 / COSMIC, Habilitation Thesis, (Scientific Technical Report STR ; 10/09), Potsdam : Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ, 119 p. <https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-10097>



Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в полярных зонах



Спасибо за внимание.