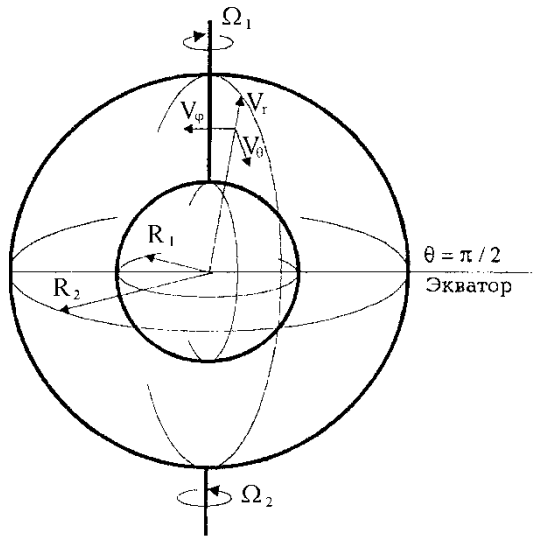


ПРЕДВЕСТИКИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ПОЛОЖЕНИЕ ПРЕДЕЛА УСТОЙЧИВОСТИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

Кривоносова О.Э., Жиленко Д. Ю.

Институт механики МГУ

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД



$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{U} \times \vec{\omega} - \text{grad}P - \nu \cdot \text{rot}\vec{\omega}, \quad P = \frac{1}{\rho} \cdot p + \frac{|\vec{U}|^2}{2}, \quad \vec{\omega} = \text{rot}\vec{U},$$

$$\text{div}\vec{U} = 0.$$

$$u_\varphi|_{r=R_i} = \Omega_i R_i \sin\theta, \quad u_r|_{r=R_i} = 0, \quad u_\theta|_{r=R_i} = 0, \quad i = 1, 2$$

$i = 1$ – внутренняя сфера, $i = 2$ – внешняя сфера

$$R_1 / R_2 = 0.5 \quad \text{Re}_1 = \Omega_1 R_1^2 / \nu \quad \text{Re}_2 = \Omega_2 R_2^2 / \nu = 0$$

Шум:

$$\Omega_1(t) = \Omega_0 + N \text{rn}(j)$$

$$N = \frac{1}{\Omega_0} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (\Omega_1(t_i) - \Omega_0)^2}$$

$\text{rn}(j)$ – псевдослучайное число из последовательности со стандартным нормальным распределением и средним нулевым значением,

N – амплитуда шума

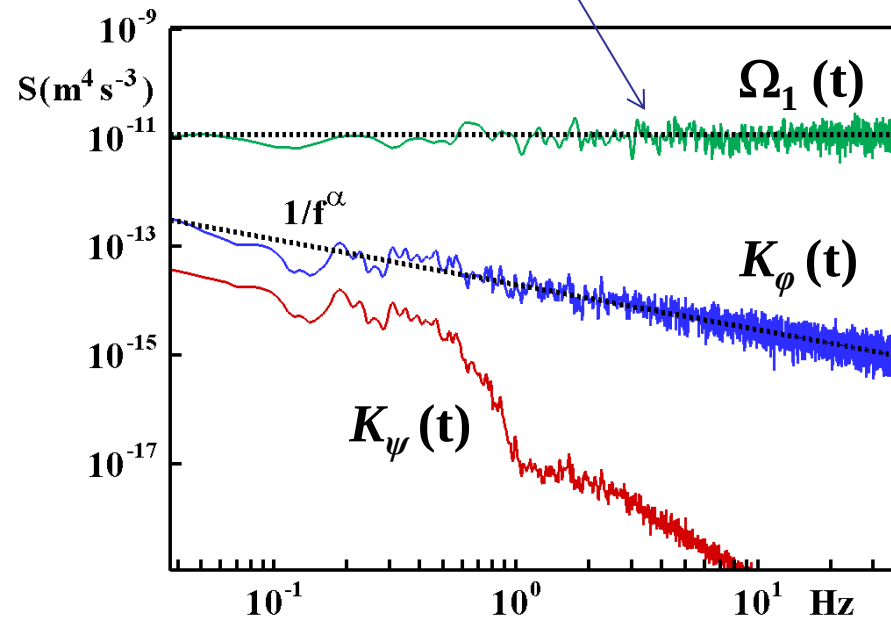
АЛГОРИТМ

N.V. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // J. Comp. Phys. 2006. 217 (2). P. 759-781.

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ С ШУМОМ

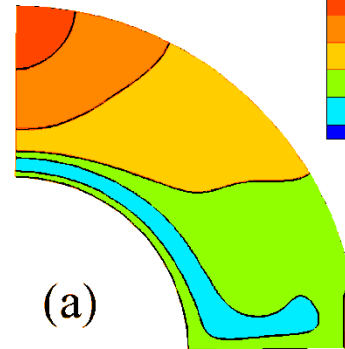
$$K_{\varphi} = \int u_{\varphi}^2, \quad K_{\psi} = \int (u_r^2 + u_{\theta}^2)$$

«белый» шум

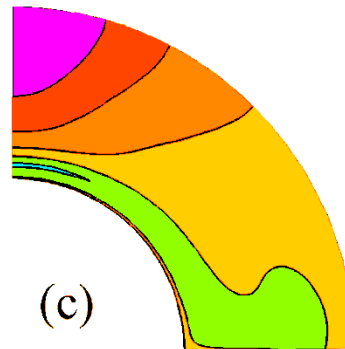
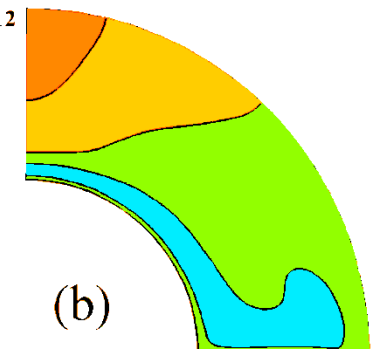


$\text{Re}_1 = 488.8, \text{Re}_2 = 0, N = 0.0434$

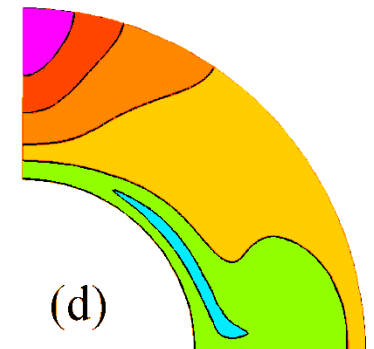
$\text{Re}_1 = 350$
 $N = 0.01$



$\text{Re}_1 = 450$
 $N = 0.01$



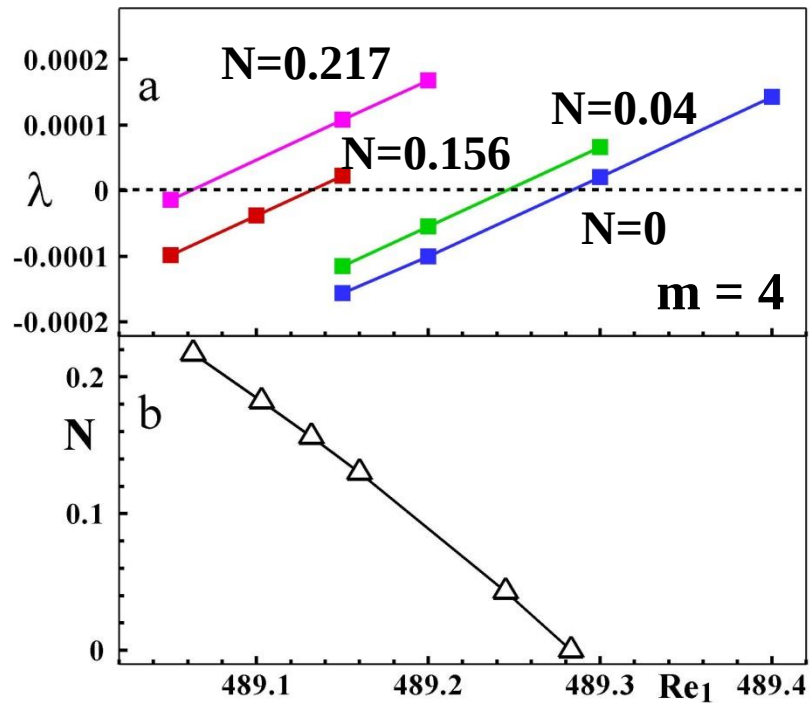
$\text{Re}_1 = 350$
 $N = 0.015$



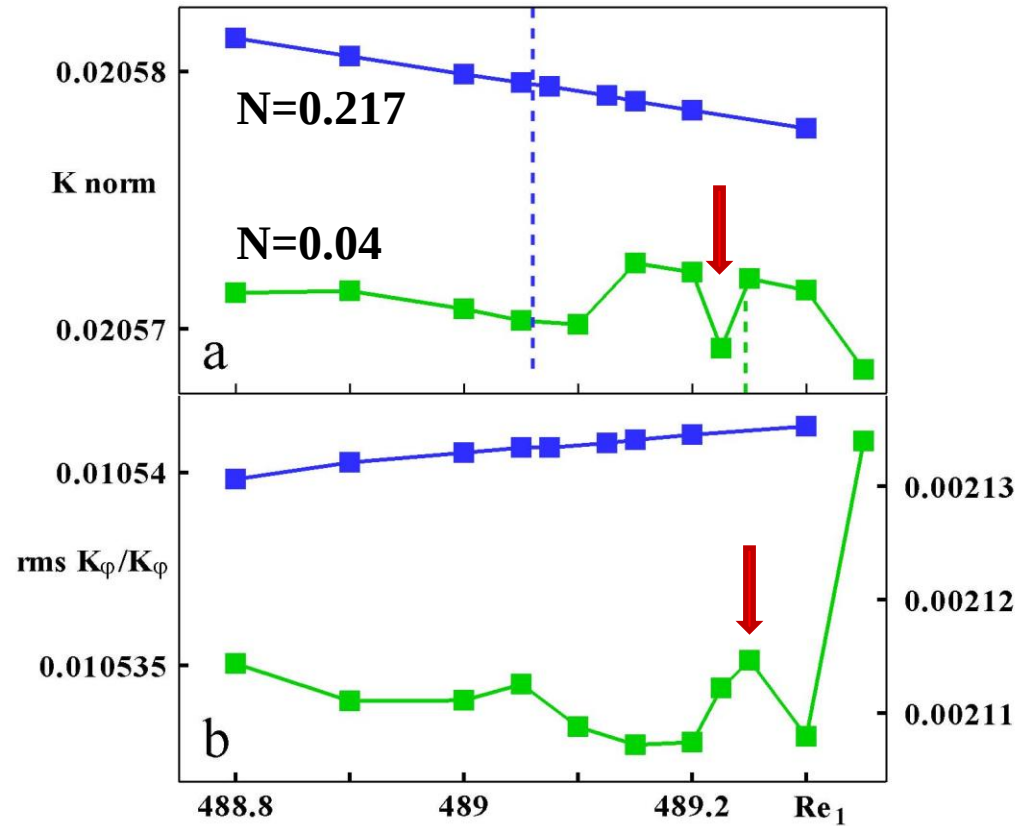
$\text{Re}_1 = 450$
 $N = 0.015$

ВЛИЯНИЕ ШУМА НА ЛИНЕЙНУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ

СМЕЩЕНИЕ ПРЕДЕЛА УСТОЙЧИВОСТИ

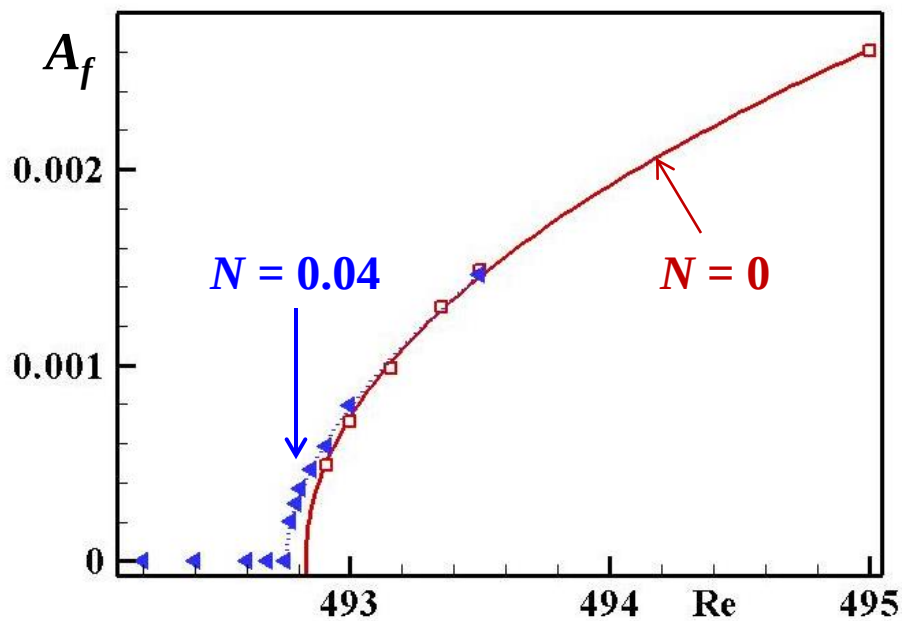


ПРЕДВЕСТНИКИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

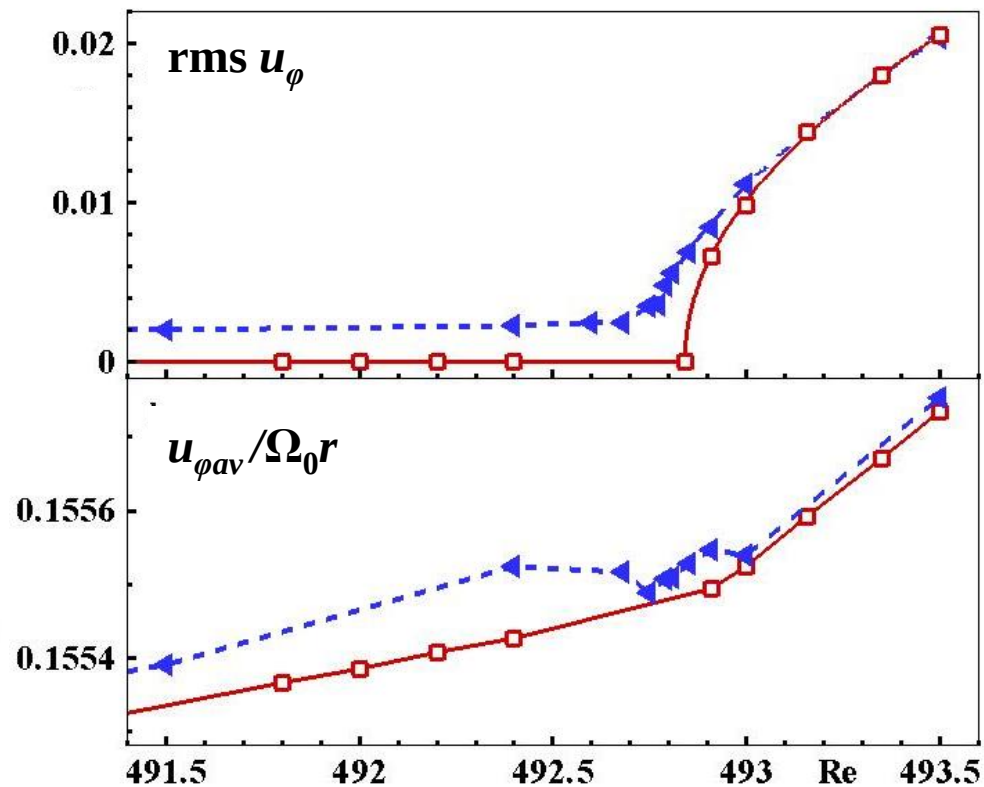


УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ШУМОМ

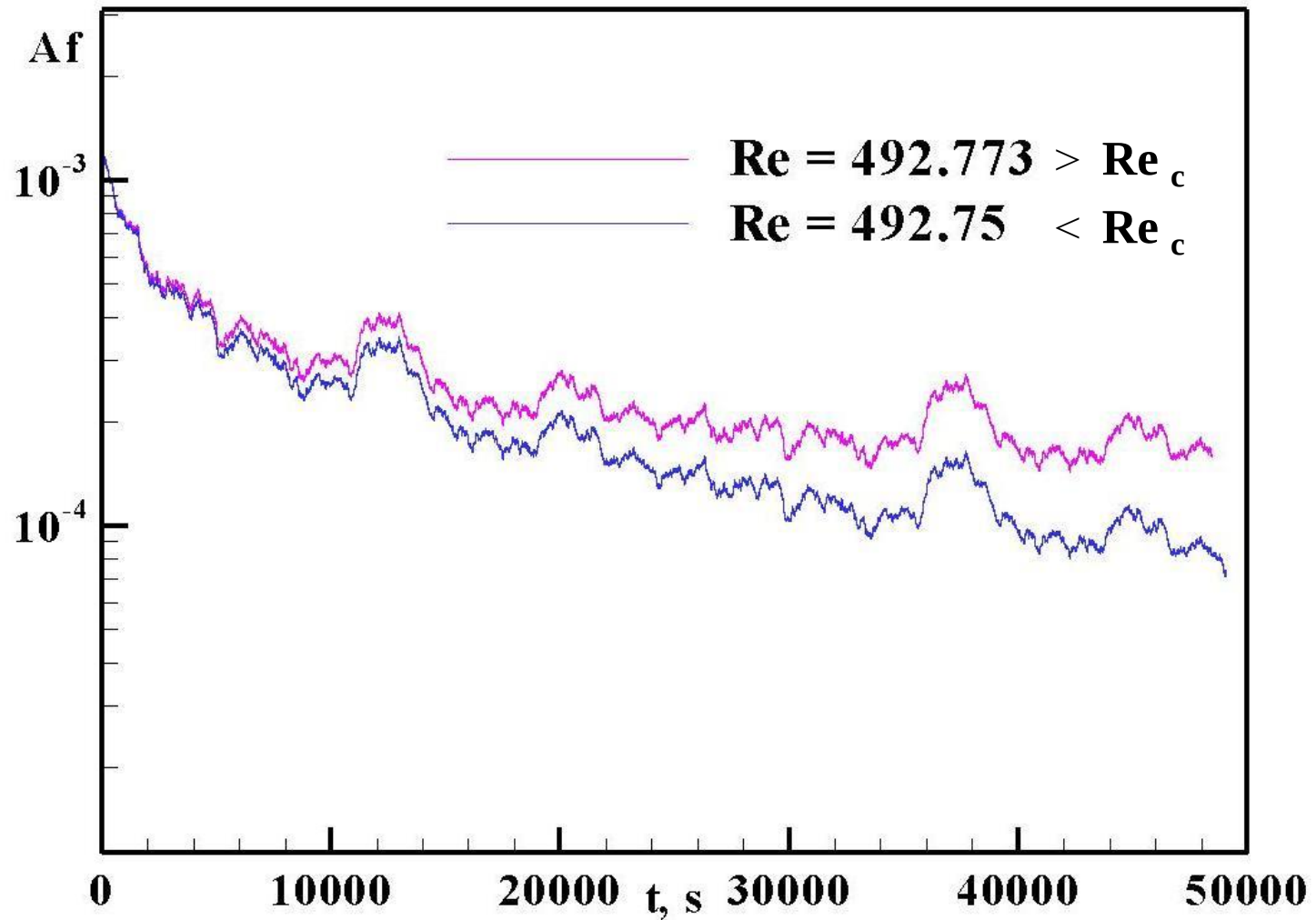
В качестве начального используется закритическое значение Re ($Re > Re_c$), далее расчеты проводятся при ступенчатом уменьшении Re . После окончания переходного процесса A_f выходит на постоянное во времени значение. При $Re < Re_c$ наблюдается постепенное затухание A_f без выхода на постоянное значение.



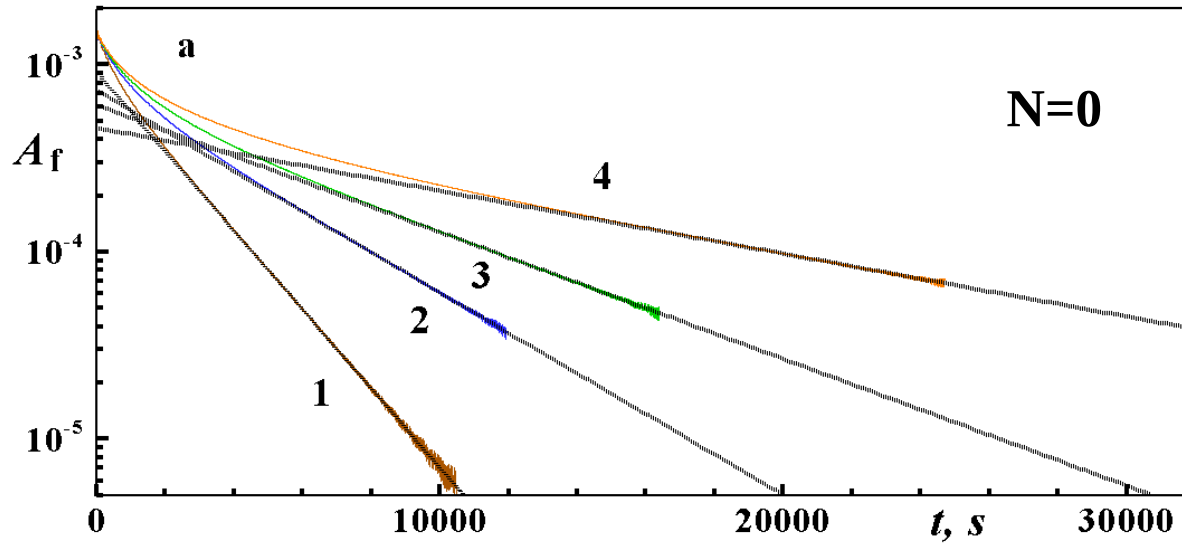
A_f - амплитуда колебаний $u_\phi(r, \theta)$
моды $m = 4$



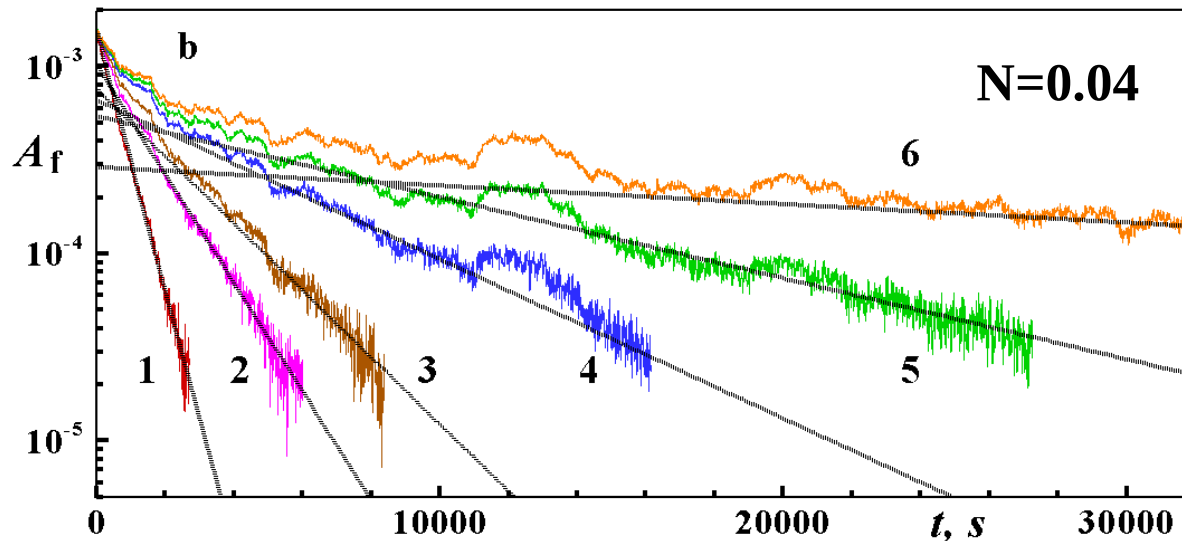
ЗАВИСИМОСТЬ АМПЛИТУДЫ НЕУСТОЙЧИВОЙ МОДЫ ОТ ВРЕМЕНИ



ЗАТУХАНИЕ АМПЛИТУДЫ НЕУСТОЙЧИВОЙ МОДЫ ПРИ $Re < Re_{cr}$



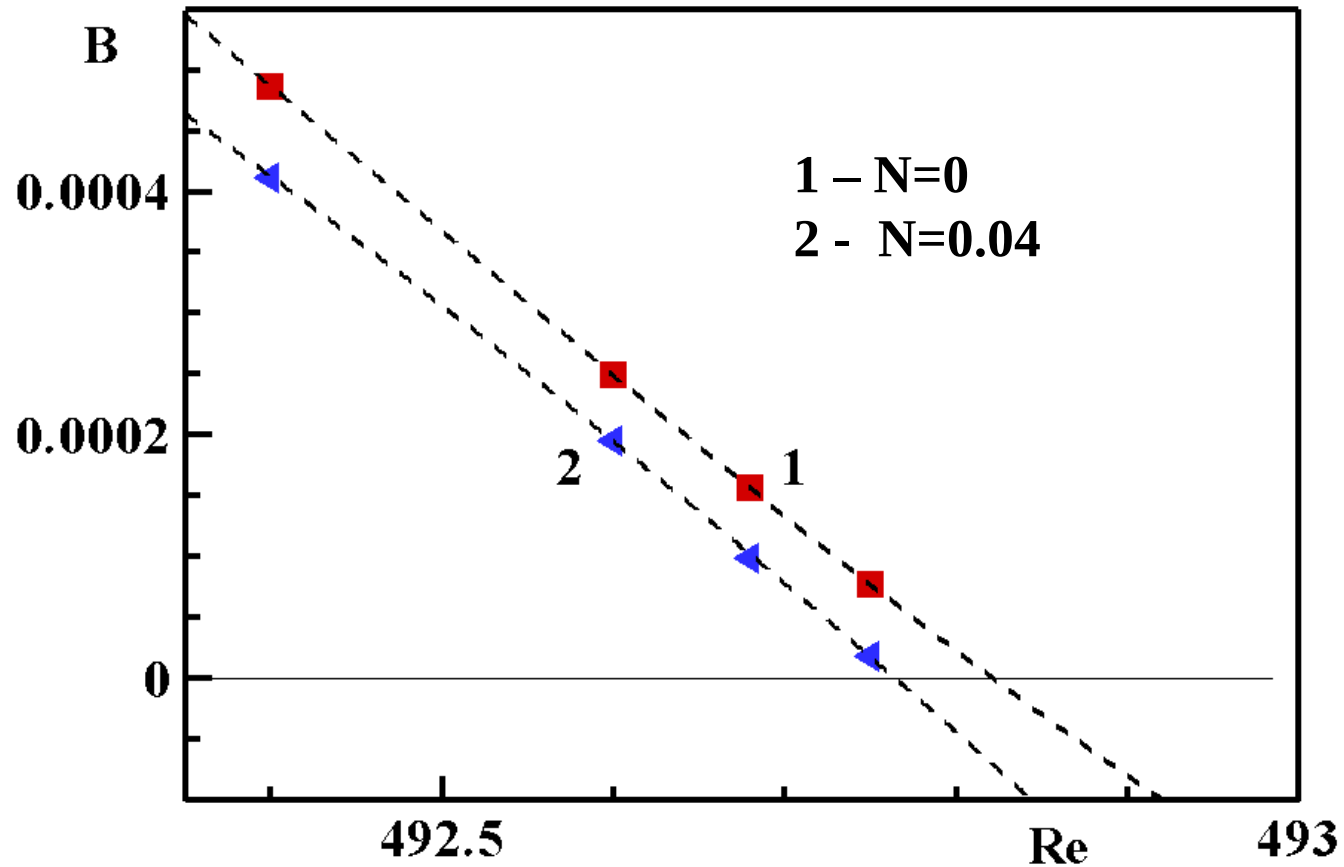
- 1- $Re=492.4$
- 2- $Re=492.6$
- 3- $Re=492.68$
- 4- $Re=492.75$



- 1- $Re=491.5$
- 2- $Re=492.2$
- 3- $Re=492.4$
- 4- $Re=492.6$
- 5- $Re=492.68$
- 6- $Re=492.75$

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ШУМА

$$Af \sim \exp(-Bt)$$



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!