

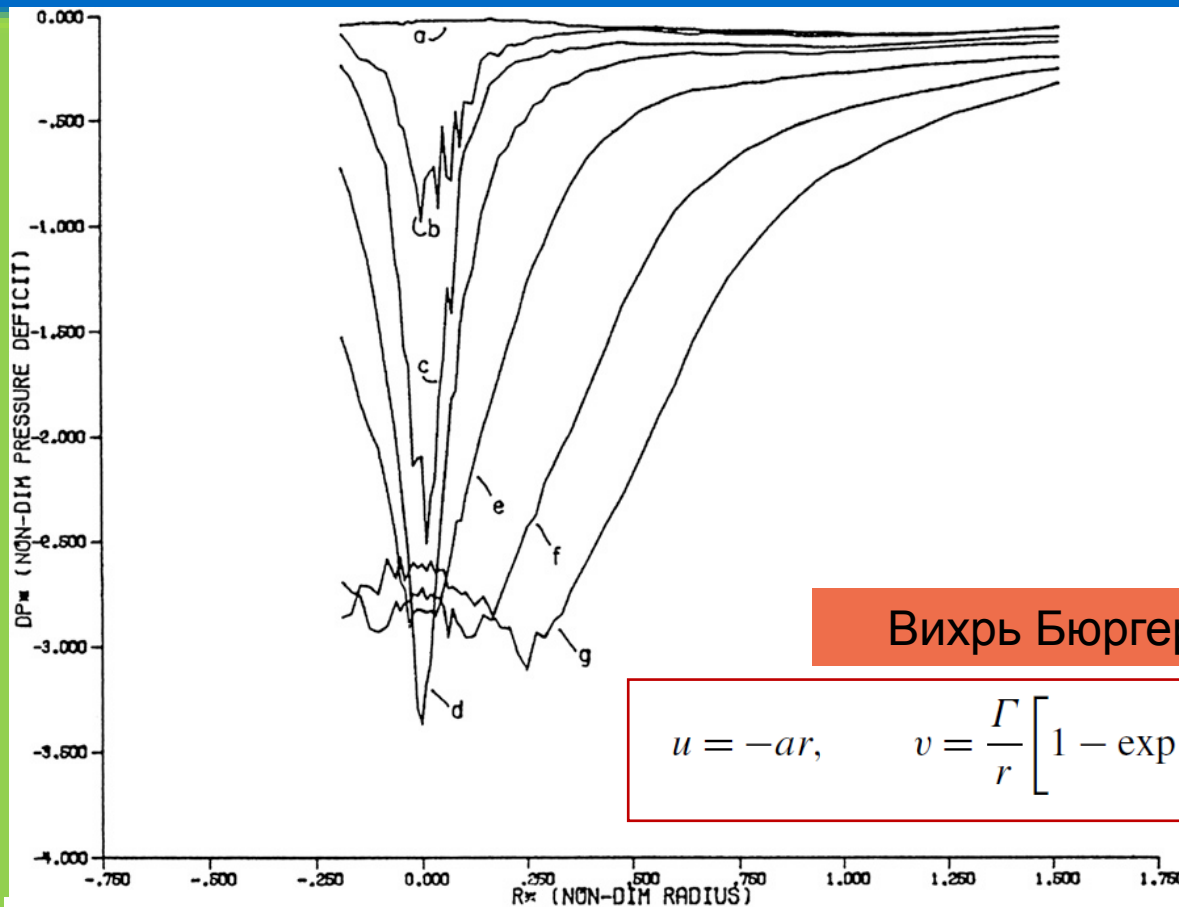
Двухпараметрическая модель интенсивных атмосферных вихрей

М. В. Курганский, Ю.И. Ярынич

E-mail: kurgansk@ifaran.ru

**V Всероссийская конференция с международным участием,
посвященная памяти академика
Александра Михайловича Обухова
«Турбулентность, динамика атмосферы и климата».
19-21 ноября 2024 г.
г. Москва**

Постановка задачи

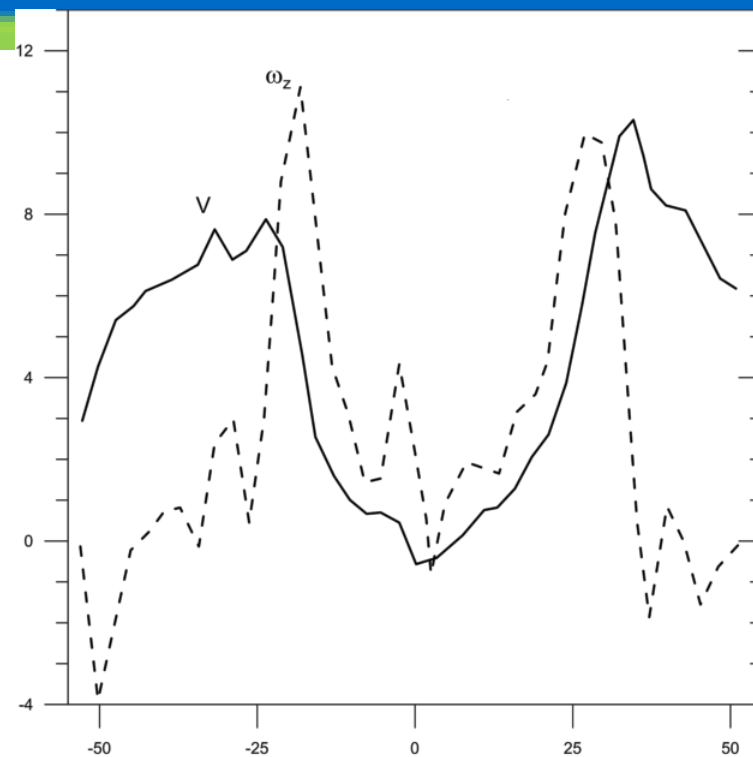
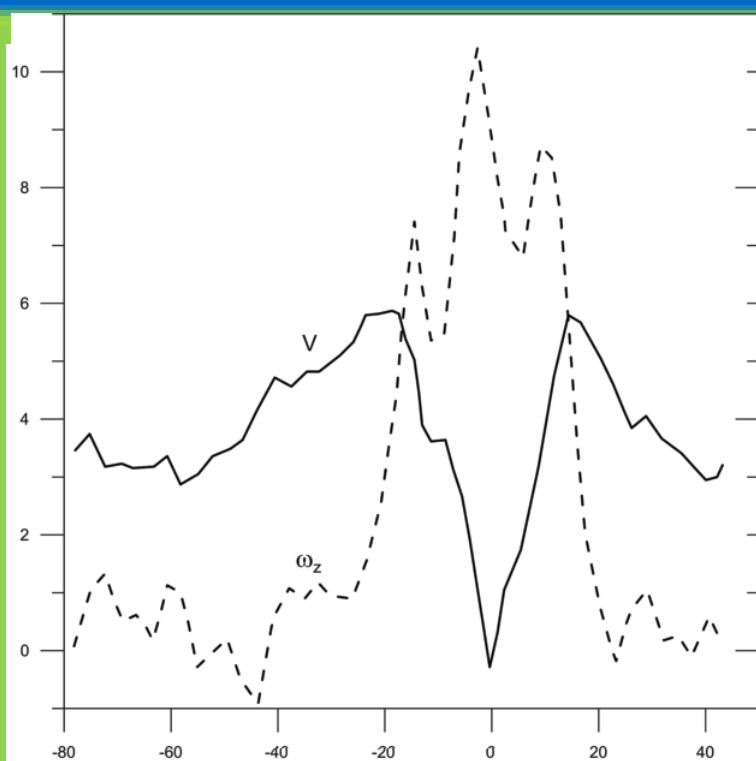


Вихрь Бюргерса–Ротта

$$u = -ar, \quad v = \frac{\Gamma}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{ar^2}{2\nu_T}\right) \right], \quad w = 2az,$$

Radial profiles of time-averaged surface static pressure from laboratory simulations of tornadoes with different swirl ratios. The values of swirl ratio associated with profiles (a)–(g) are 0.0, 0.14, 0.29, 0.42, 0.60, 1.17, and 1.79, respectively. From Snow et al. (1980) and Church & Snow (1993).

Постановка задачи



[Bluestein et al., 2004]

[Kurgansky et al., 2016]



Теоретическая модель вихря

$$v(r) = \frac{v_m r^s / r_m^s}{\left(1 + r^{(1+s)n} / r_m^{(1+s)n}\right)^{1/n}}, \quad n \geq 1, \quad s \geq 1$$

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}^s}{\left(1 + \bar{r}^{(1+s)n}\right)^{1/n}}, \quad n \geq 1, \quad s \geq 1$$

$\bar{r} = r / r_m$
 $\bar{v} = v / v_m$

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}^s}{\left[\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s+1} \bar{r}^{(1+s)n}\right]^{1/n}}, \quad n \geq 1, \quad s \geq 1$$

Обобщение эмпирической формулы Ватистаса [Vatistas et al., 1991].
См. также [Курганский, 2023; Курганский и Ярынич, 2025].

Теоретическая модель вихря

$$\frac{\partial}{\partial t}(vr) + u \frac{\partial}{\partial r}(vr) = \nu_T r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(vr) \right) + \chi_T \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r}(vr) \right)$$

$$s = (\nu_T - \chi_T) / (\nu_T + \chi_T) \quad \chi_T = -\nu_T (s-1) / (s+1)$$

$$u(\bar{r}) = -\frac{\nu_T}{r_m} 2(n+1) \frac{\bar{r}^{(s+1)n-1}}{1 + \bar{r}^{(s+1)n}}$$

$$\frac{w}{z} = \frac{\nu_T}{r_m^2} 2n(n+1)(s+1) \frac{\bar{r}^{(s+1)n-2}}{(1 + \bar{r}^{(s+1)n})^2}$$

$$-\frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

«Обобщенный вихрь Ватистаса» удовлетворяет уравнению баланса углового момента с 2-мя коэффициентами турбулентной вязкости и с асимптотической точностью условию циклострофического баланса и равенства нулю вертикального градиента давления.

Теоретическая модель вихря

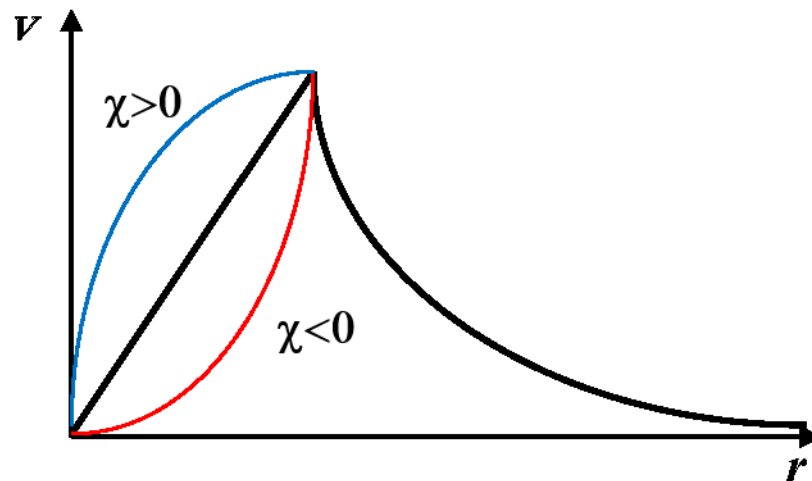
Коэффициент диффузии углового момента (ср. Bretherton & Turner 1968):

$$\chi_T = \frac{1}{2} \tau \left(\overline{u'^2} - \overline{v'^2} \right)$$

$$\overline{u'^2} \propto u^2$$

$$\overline{v'^2} \propto v^2$$

$$u \ll v$$



Примеры вихрей

№1 $n = 1, s = 1, \chi_T = 0$

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}}{1 + \bar{r}^2}, \Delta p(\bar{r}) = \Delta P (1 + \bar{r}^2)^{-1}, \Delta P = -\rho v_m^2 / 2$$

№2 $n = 2, s = 1, \chi_T = 0$

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}}{\sqrt{1 + \bar{r}^4}}, \Delta p(\bar{r}) = \Delta P \left(\frac{\pi}{2} - \arctg(\bar{r}^2) \right)$$

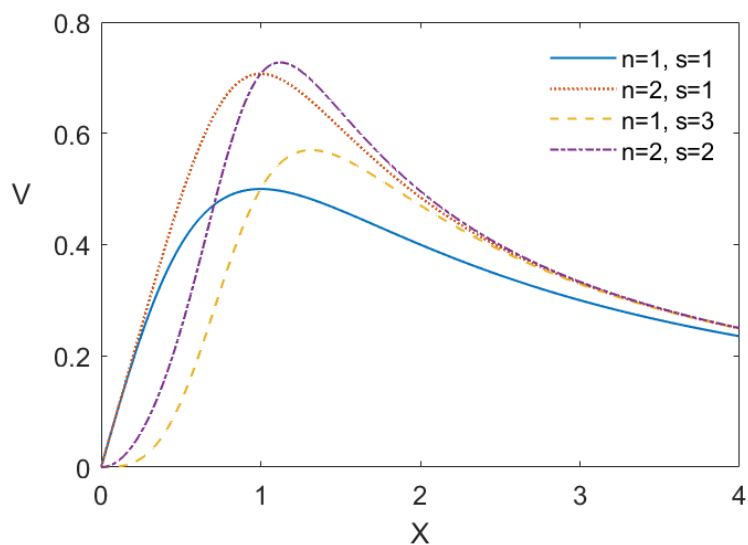
№3 $n = 1, s = 3, \chi_T = -\frac{1}{2} v_T$

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}^3}{1 + \bar{r}^4}, \Delta p(\bar{r}) = \Delta P \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{r}^2}{1 + \bar{r}^4} + \frac{\pi}{2} - \arctg(\bar{r}^2) \right)$$

№4 $n = 2, s = 2, \chi_T = -\frac{1}{3} v_T$

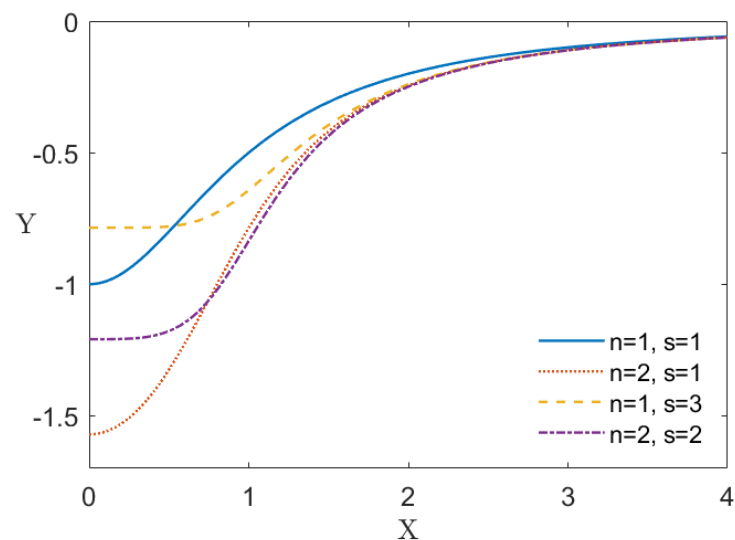
$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}^2}{\sqrt{1 + \bar{r}^6}}, \Delta p(\bar{r}) = \Delta P \left(\frac{1}{6} \ln \frac{(1 + \bar{r}^2)^2}{1 - \bar{r}^2 + \bar{r}^4} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{2\bar{r}^2 - 1}{\sqrt{3}} \right) \right) \right)$$

Примеры вихрей



№1
№2
№3
№4

$$X = \bar{r}, V = \bar{v}(\bar{r}), Y = \Delta p(\bar{r})/|\Delta P|$$



Примеры вихрей

$$S = \frac{8\pi}{3} \int_0^{\infty} v^3(r) dr = \frac{8\pi}{3} v_m^3 r_m \int_0^{\infty} \frac{\bar{r}^{3s} d\bar{r}}{\left[\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s+1} \bar{r}^{(1+s)n} \right]^{3/n}} = k(n, s) \pi v_m^3 r_m$$

	№1	№2	№3	№4	
(n,s)	(1,1)	(2,1)	(1,3)	(2,2)	(2,10)
W, м	628.7	467.5	438.8	406.2	348.7
k(n,s)	5.33	3.77	3.22	2.88	1.81

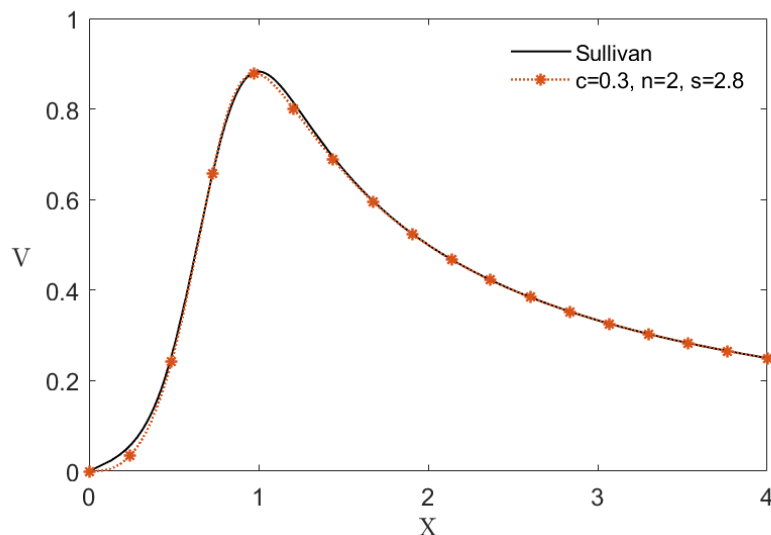
Пример суперячейкового торнадо 22 мая 2004 г. в штате Небраска, США [Wurman et al., 2021]. Максимальная скорость ветра 72 м с^{-1} (EF-4), диаметр вихря 151 м (RMW=75.5 м). W – ширина заметаемой полосы ветром со скоростью выше ураганной (32.7 м с^{-1}).

Как альтернативная мера интенсивности торнадо (а также их «разрушительной силы») рассматривается поток спиральности S [Курганский, 2008, 2017; Chkhetiani & Kurgansky, 2024].

Аппроксимация вихря Салливана

$$\bar{v}(\bar{r}) = \frac{\bar{r}^s}{\left(c + \bar{r}^{(1+s)n}\right)^{1/n}}, \quad n \geq 1, \quad s \geq 1, \quad c > 0$$

[Sullivan, 1959]

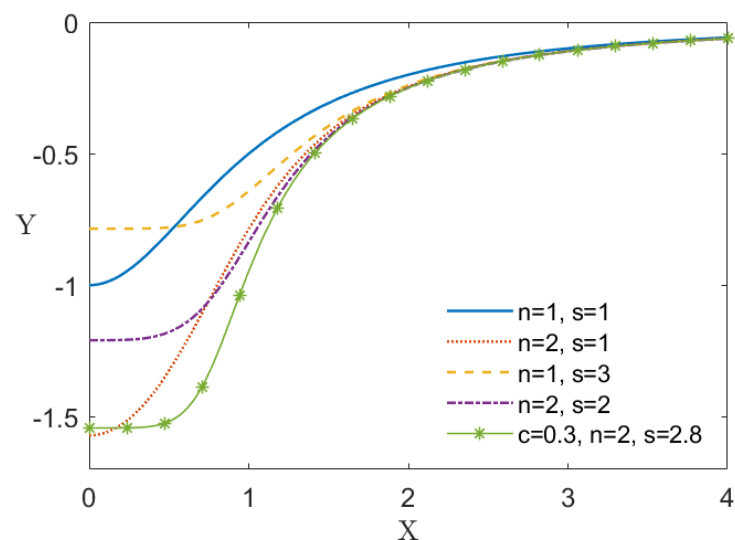


$$X = \bar{r}, V = \bar{v}(\bar{r}), Y = \Delta p(\bar{r})/|\Delta P|$$

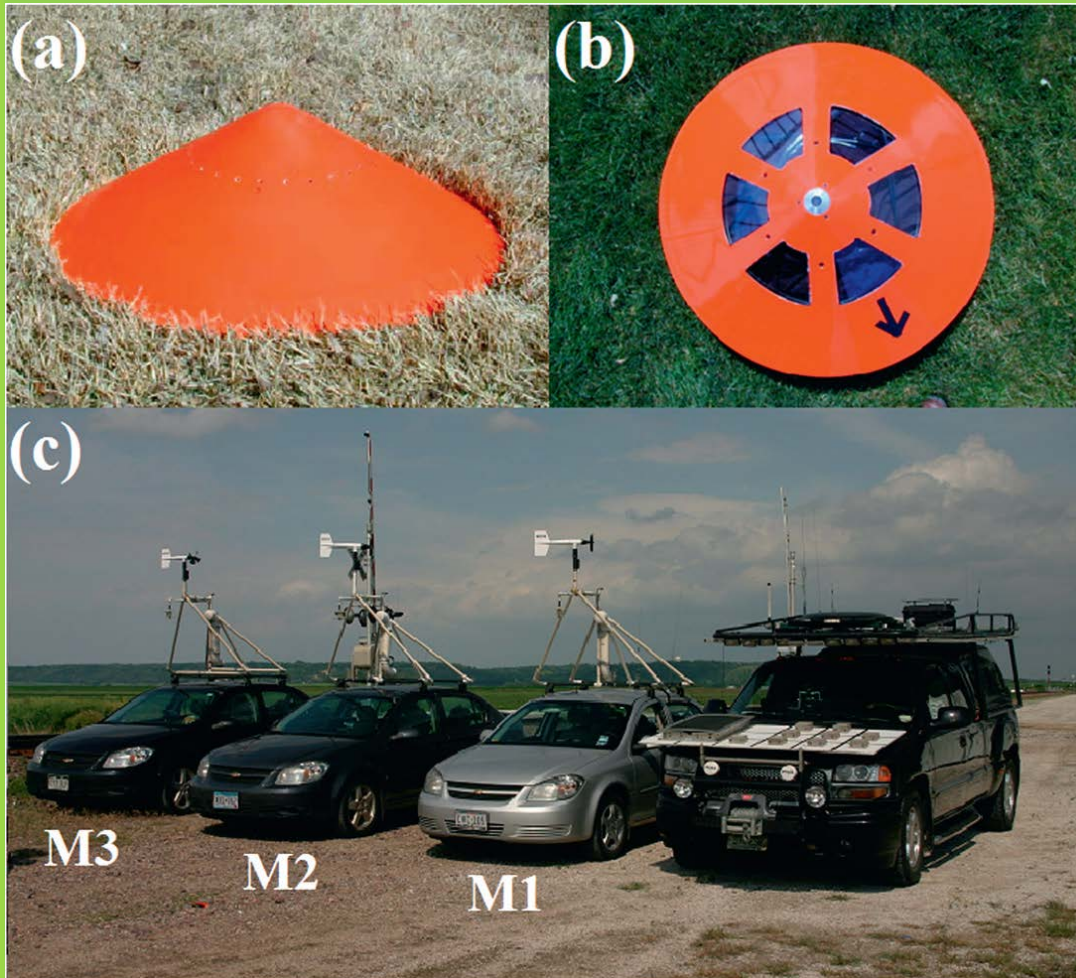
$$\bar{v}(\bar{r}) = \bar{r}^{2.8} \left[0.3 + \bar{r}^{7.6} \right]^{-0.5}$$

[Wood & Brown, 2011]:

$$\bar{v}(\bar{r}) = \bar{r}^{2.4} \left[0.3 + 0.7 \bar{r}^{7.89} \right]^{-0.435}$$



Сравнение с наблюдениями



(a) Hardened In-Situ Tornado Pressure Recorder, HITPR (diameter=0.51 m), (b) video probe (diameter= 0.76 m) and (c) mobile mesonet (three cars on left). [Karstens et al., 2010; Fig. 2]

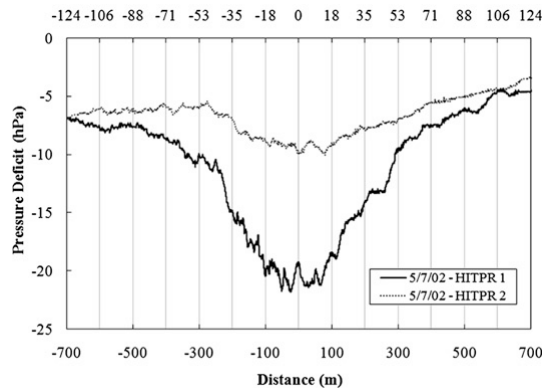
Сравнение с наблюдениями



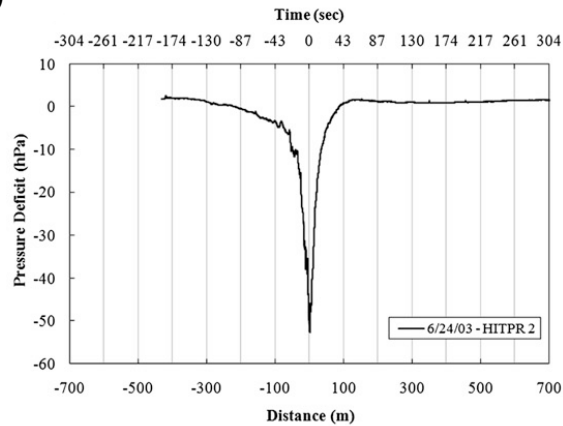
(a) Hardened In-Situ Tornado Pressure Recorder, HITPR [Karstens et al., 2010; Fig. 2; Samaras and Lee, 2004]

Сравнение с наблюдениями

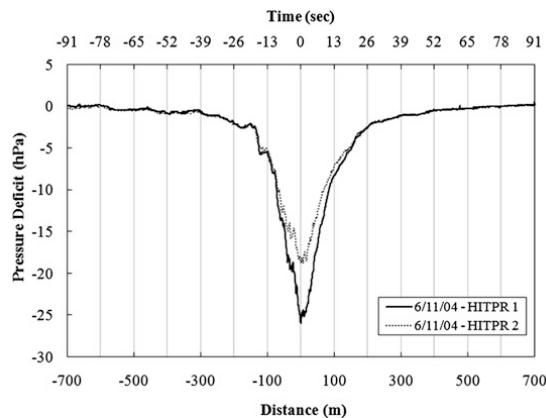
а)



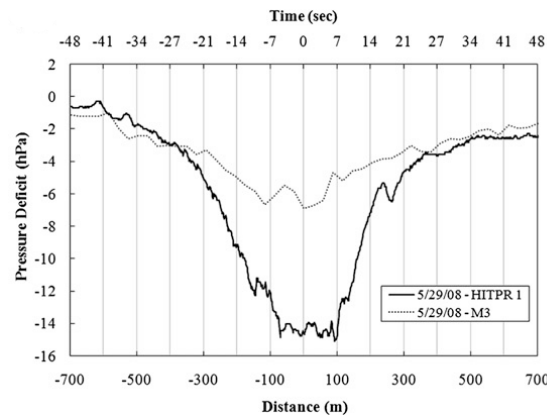
б)



в)



г)



Падение давления при прохождении торнадо над HITPR (а) 7 мая 2002 г в штате Канзас, США, (б) 24 июня 2003 г в штате Южная Дакота, США, (в) 11 июня 2004 г в штате Айова, США и (г) 29 мая 2008 г в штате Канзас, США. Адаптировано из [Karstens et al., 2010].

Сравнение с наблюдениями

а)



в)



б)



г)



[Karstens et al., 2010]

Сравнение с наблюдениями

$$|\Delta p(0)| = K(n, s, c) \rho v_m^{*2}$$

(n, s, c)	(1,1,1)	(2,1,1)	(1,3,1)	(2,2,1)	(2,2.8,0.3)
$K(n, s, c)$	2	1.57	1.21	1.14	1.00

Зависимость коэффициента $K(n, s, c)$ от параметров вихревой модели в формуле, связывающей максимальное падение давления в центре вихря с максимумом азимутальной скорости. Значения $K(n, s, c)$ указаны приближенно, с двумя знаками после запятой.

При заданном максимальном падении давления широкие, возможно двухячейковые, вихри более интенсивны, нежели их более узкие одна ячейковые собратья.

Заключительные замечания

- Исследовано двухпараметрическое семейство вихрей, в которых движение воздуха вблизи оси вихря отличается от твердотельного вращения, и тангенциальная скорость возрастает по степенному закону.
- Показано, что такие вихри удовлетворяют уравнению баланса углового момента, дополненному моделью турбулентной вязкости, включающей как традиционный механизм вихревой вязкости, так и механизм отрицательной диффузии углового момента в вихре.
- Особое внимание уделено восстановлению радиального профиля падения давления в вихре в явном аналитическом виде. Приведены примеры двухпараметрического представления вихрей для дискретных, целочисленных значений параметров,
- Показано, что ширина полосы на поверхности земли, заметаемой вихрем при его перемещении, и определяемая из условия, что ветер имеет ураганную силу, систематически уменьшается, когда движение воздуха вблизи оси вихря отклоняется от твердотельного вращения

Заключительные замечания

- Использование нисходящего потока спиральности в вихре как меры интенсивности торнадо, а также в определенной степени их «разрушительной силы», подтверждает эти результаты.
- Обсужден вопрос о наилучшей аппроксимации в рамках обобщенного двухпараметрического семейства вихрей радиального профиля тангенциальной скорости в известном вихре Салливана.
- Полученные результаты использованы для интерпретации прямых измерений падения давления при прохождении суперячейковых торнадо над датчиком давления.
- Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект № 24-17-00357).

Благодарю за внимание!

Предшествующая литература

- [1] *Bretherton F.P., Turner J.S.* On the mixing of angular momentum in a stirred rotating fluid // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 32. P. 449–464.
- [2] *Karstens C.D., Samaras T.M., Lee B.D., Gallus Jr. W.A., Finley C.A.* Near-ground pressure and wind measurements in tornadoes // *Mon. Wea. Rev.* 2010. V. 138. P. 2570–2588.
- [3] *McEwan A.D.* A laboratory demonstration of angular momentum mixing // *Geophys. Fluid Dyn.* 1973. V. 5. P. 283–311.
- [4] *Sullivan R.D.* A two-cell vortex solution of the Navier–Stokes equations // *J. Aerosp. Sci.* 1959. V. 46. P. 767–768.
- [5] *Vatistas G.H., Kozel V., Mih W.C.* A simpler model for concentrated vortices // *Exp. Fluids.* 1991. V. 11. P. 73–76.
- [6] *Wood V.T., Brown R.A.* Simulated tornadic vortex signatures of tornado-like vortices having one- and two-celled structures // *J. Appl. Meteor. Climatol.* 2011. V. 50. P. 2338–2342.
- [7] *Wood V.T., White L.W.* A new parametric model of vortex tangential–wind profiles: Development, testing and verification // *J. Atmos. Sci.* 2011. V. 68. P. 990–1006.
- [8] *Wurman J., Kosiba K., White T., Robinson P.* Supercell tornadoes are much stronger and wider than damage-based ratings indicate // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 2021. V. 118(14). e2021535118.