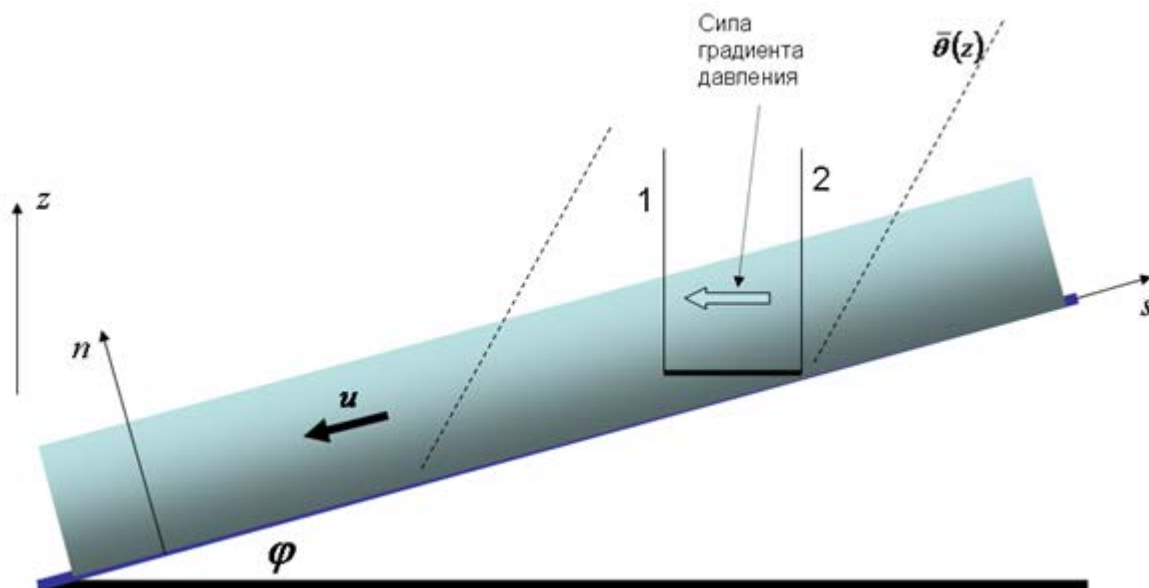


К ТЕОРИИ СКЛОНОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

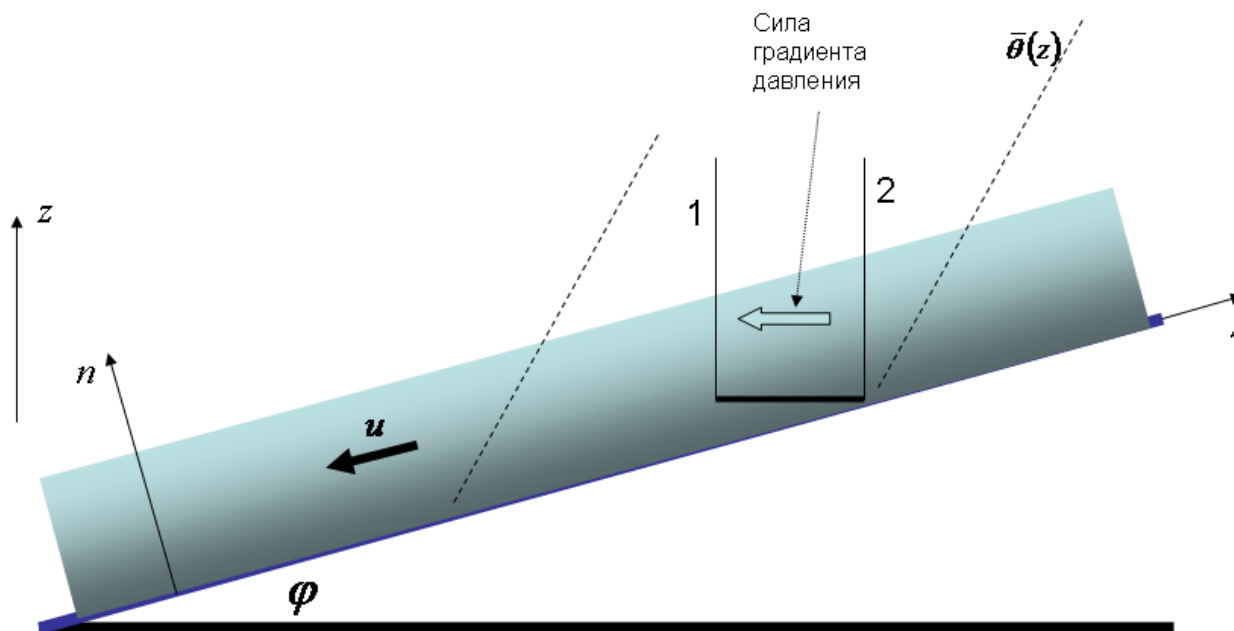
Л.Х. Ингель

ФГБУ «НПО «Тайфун»,

ИФА РАН



Стационарная одномерная модель склоновых течений Прандтля



$$0 = K \frac{d^2 u}{dn^2} + \alpha g \theta \sin \varphi, \quad \gamma u \sin \varphi = K \frac{d^2 \theta}{dn^2}.$$

$$\gamma \equiv d\bar{\theta} / dz > 0$$

K – коэфф. турб. обмена

α – коэфф. теплового расширения

Условия на нижней границе:

$$\theta = \theta_0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad n = 0$$

Толщина стекающего слоя:

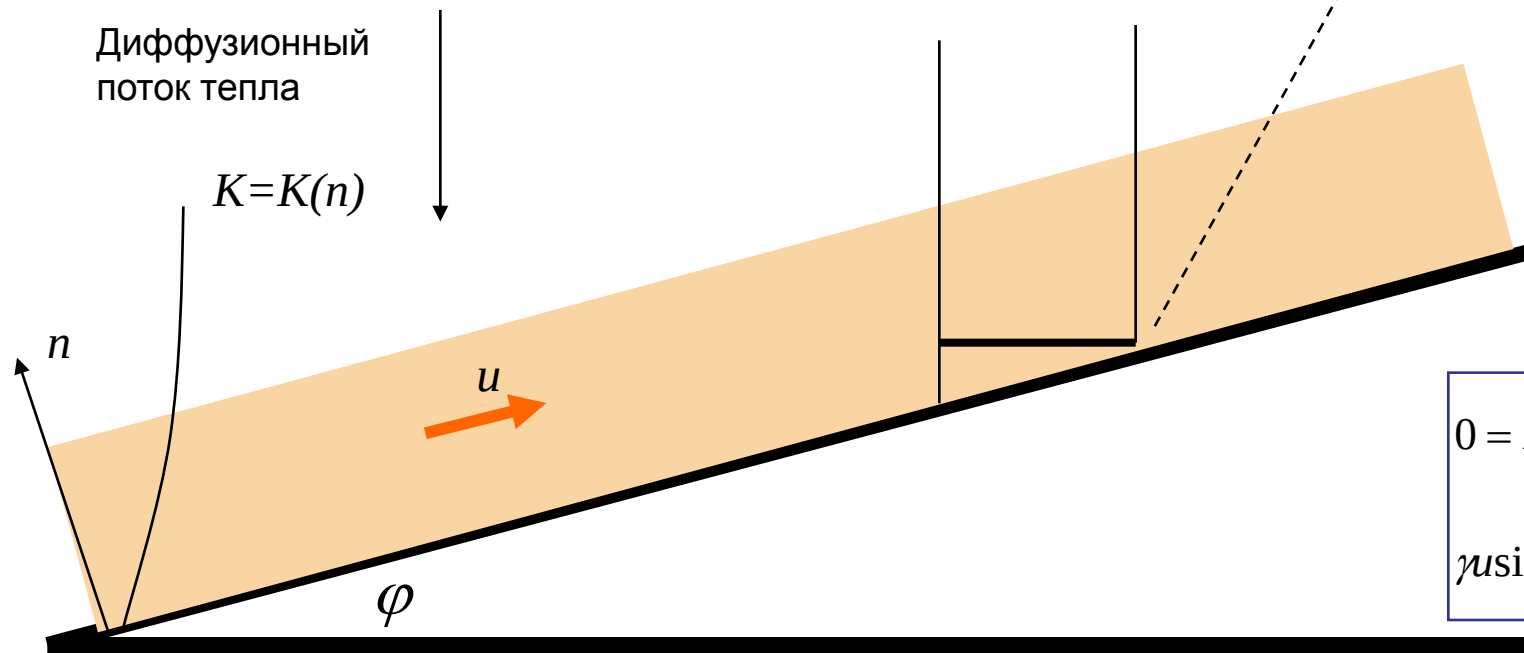
$$h = \left(\frac{K}{N \sin \varphi} \right)^{1/2}$$

$N = (\alpha g \gamma)^{1/2}$ – частота плавучести

$$u_{\max} \approx 0.3 \cdot |\theta_0| \left(\frac{\alpha g}{\gamma} \right)^{1/2}$$

Поток массы по склону:

$$M \sim h u_{\max} \sim \frac{|\theta_0|}{\gamma} \left(\frac{KN}{\sin \varphi} \right)^{1/2}$$



$$0 = K \frac{d^2 u}{dn^2} + \alpha g \theta \sin \varphi,$$

$$\gamma u \sin \varphi = K \frac{d^2 \theta}{dn^2}.$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \dots \frac{\partial}{\partial n} K \frac{\partial \Theta}{\partial n}$$

$$\Theta = \bar{\theta} + \theta;$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial n} = \gamma + \frac{\partial \theta}{\partial n}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} K \frac{\partial \Theta}{\partial n} = \gamma \frac{\partial K}{\partial n} + K \frac{\partial^2 \theta}{\partial n^2} + \frac{\partial K}{\partial n} \frac{\partial \theta}{\partial n}$$

Неучтенный объемный источник тепла

$$\int_0^{\infty} c_p \rho \gamma \frac{\partial K}{\partial n} dn = c_p \rho \gamma (K_{\epsilon} - K_n) \sim 10^3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \sim 10 \text{ Вт/м}^2$$

$$0 = \nu \frac{d^2 u}{dz^2} + f \nu \cos \varphi,$$
$$0 = \nu \frac{d^2 v}{dz^2} - f u \cos \varphi - \alpha g \theta \sin \varphi,$$
$$-\gamma \nu \sin \varphi = \kappa \frac{d^2 \theta}{dz^2}.$$

$$H = \mathbf{v} \cdot \mathbf{rot} \mathbf{v}$$

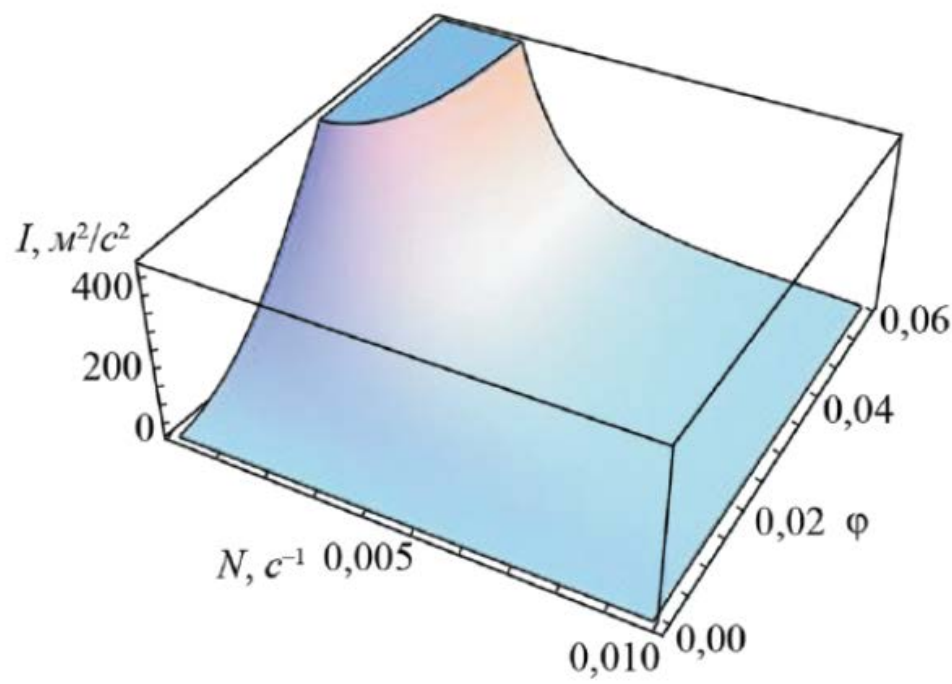
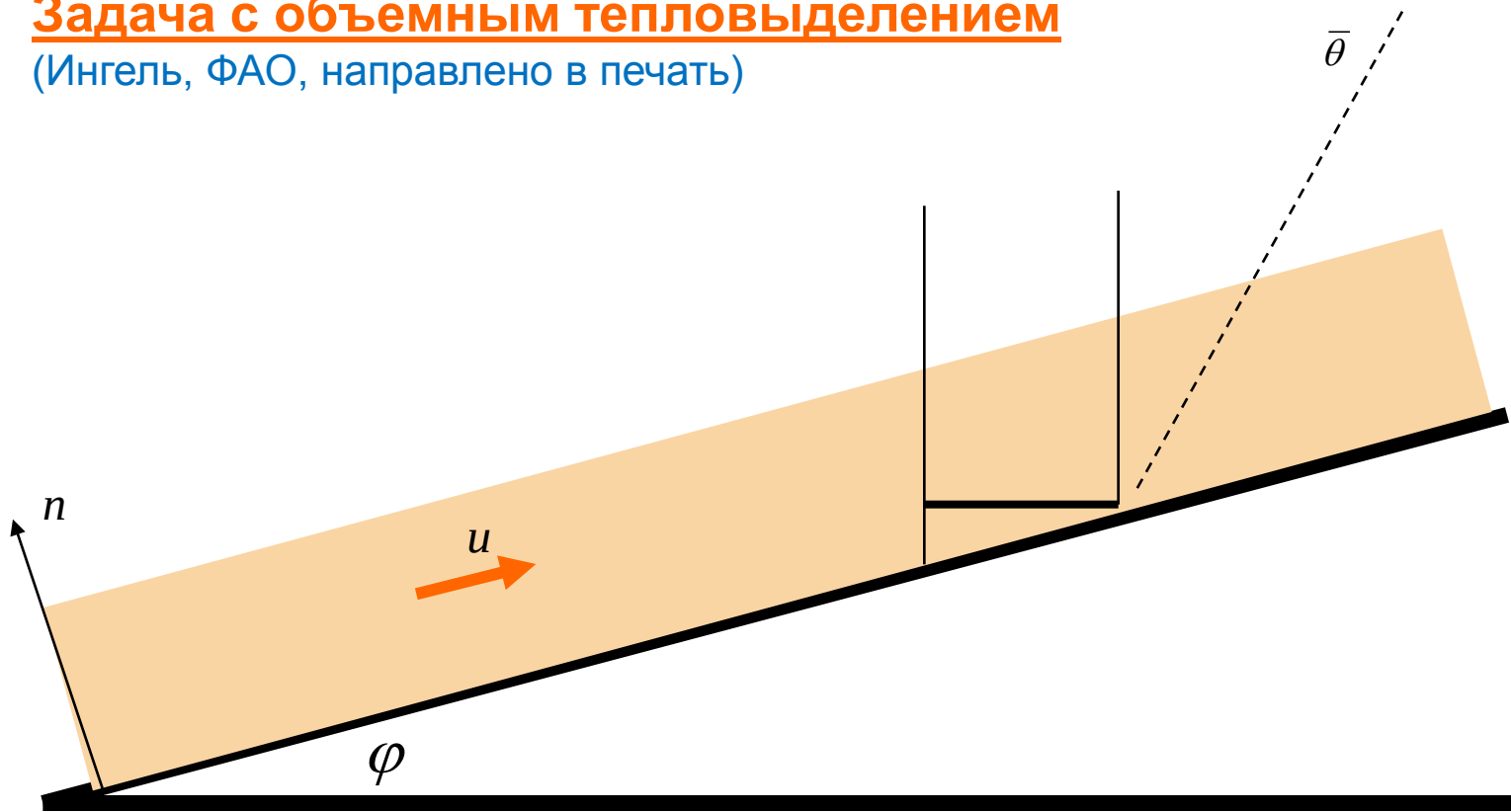


Рис. 3. Зависимость интегральной спиральности склонового течения I от угла φ и стратификации при $\theta_0 = 3 \text{ К}$, $f = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$, $\text{Pr} = 1$.

Задача с объемным тепловыделением

(Ингель, ФАО, направлено в печать)



$$0 = \nu \frac{d^2 u}{dn^2} + f v + \alpha g \theta \sin \varphi, \quad 0 = \nu \frac{d^2 v}{dn^2} - f u, \quad \gamma u \sin \varphi = \kappa \frac{d^2 \theta}{dn^2} + Q(n).$$

$$\theta = 0, \quad u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при } n = 0.$$

Вдали от поверхности $n = 0$ предполагается затухание возмущений.

$$Q(n) = Q_0 \exp(-n / h_Q)$$

Свойства решения существенно зависят от соотношения толщины объемного источника плавучести h_Q и толщины «приповерхностного слоя»

$$h = \left(\frac{2}{N \sin \varphi} \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa \nu}{1 + \beta \operatorname{ctg}^2 \varphi} \right)^{1/4} = \frac{h_0}{\left(\sin^2 \varphi + \beta \cos^2 \varphi \right)^{1/4}},$$

$$h_0 = \left(\frac{4\kappa\nu}{N^2} \right)^{1/4}, \quad \beta = \frac{f^2}{N^2 \operatorname{Pr}},$$

Масштаб скорости:

$$U = \frac{4Q_0 (h_Q / h_0)^4 \sin \varphi}{\gamma [1 + 4(h_Q / h)^4]} = \frac{Q_0 B \sin \varphi}{\gamma [1 + B(\sin^2 \varphi + \beta \cos^2 \varphi)]}, \quad B = 4(h_Q / h_0)^4$$

Скорость склонового течения может возрасть с уменьшением угла наклона!

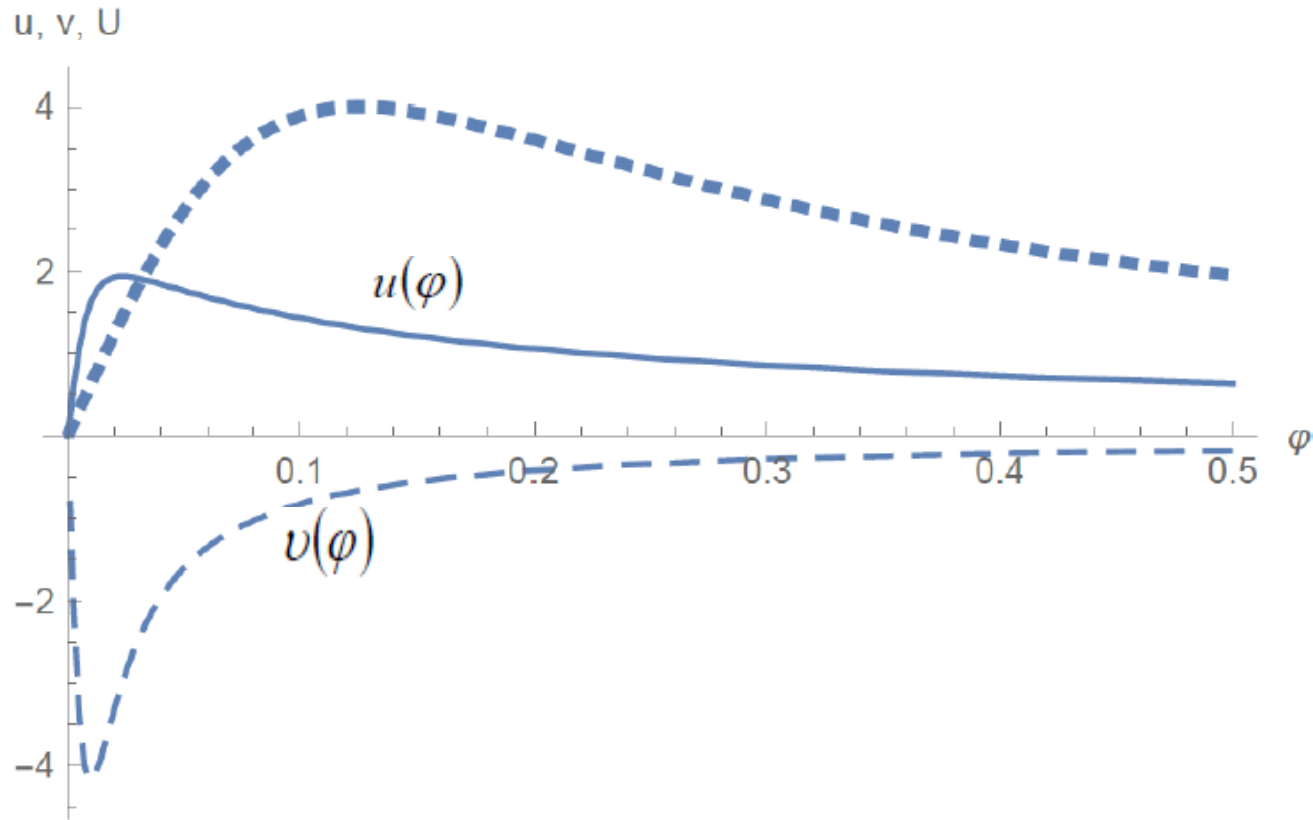
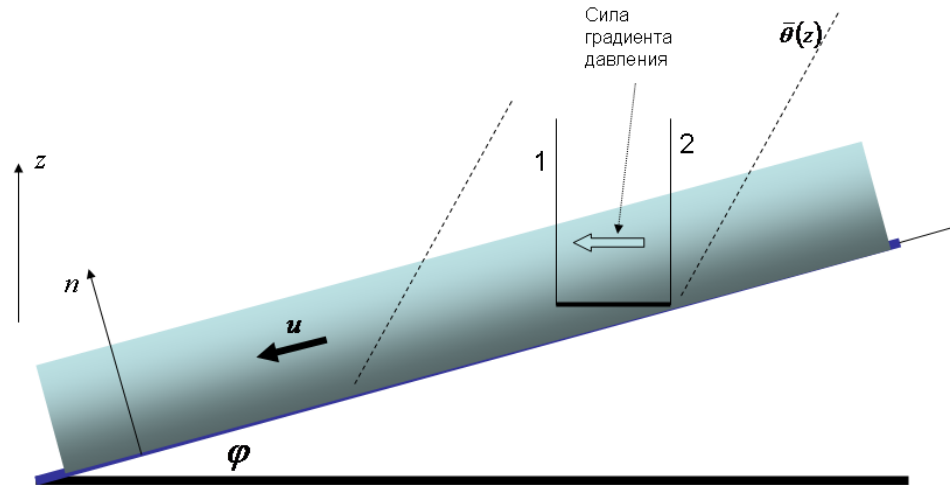


Рис. 2. Пример зависимости составляющих скорости (нормированы на Q_0/γ) от угла φ .
Сплошная линия – $u(\varphi)$ на уровне $z = h$, тонкая штриховая линия – $v(\varphi)$ на уровнях $z \gg h, h_Q$ толстая – масштаб скорости $U(\varphi)$

Обобщение модели Прандтля – нелинейное трение и теплообмен



$$0 = K \frac{d^2 u}{dn^2} + \alpha g \theta \sin \varphi, \quad \mu u \sin \varphi = K \frac{d^2 \theta}{dn^2}.$$

Условия на нижней границе:

$$K \frac{du}{dn} = c_D u |\mathbf{v}|, \quad K \frac{d(\bar{\theta} + \theta)}{dn} = c_\theta (\theta - \theta_0) |\mathbf{v}|$$

$$\theta = \theta_0, \quad \text{при } n = 0$$

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Толщина стекающего слоя:

$$h = \left(\frac{K}{N \sin \varphi} \right)^{1/2}$$

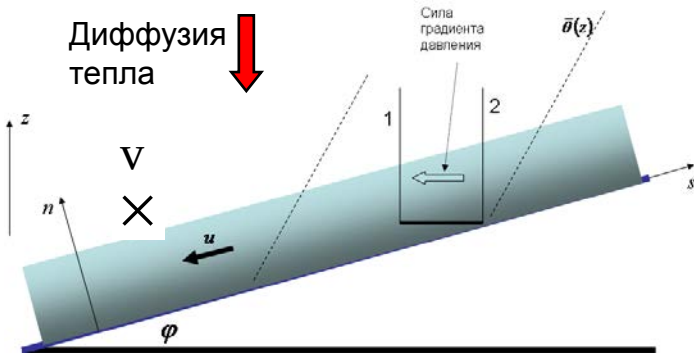
$$\gamma \equiv d\bar{\theta} / dz > 0$$

K – коэфф. турб. обмена

α – коэфф. теплового расширения

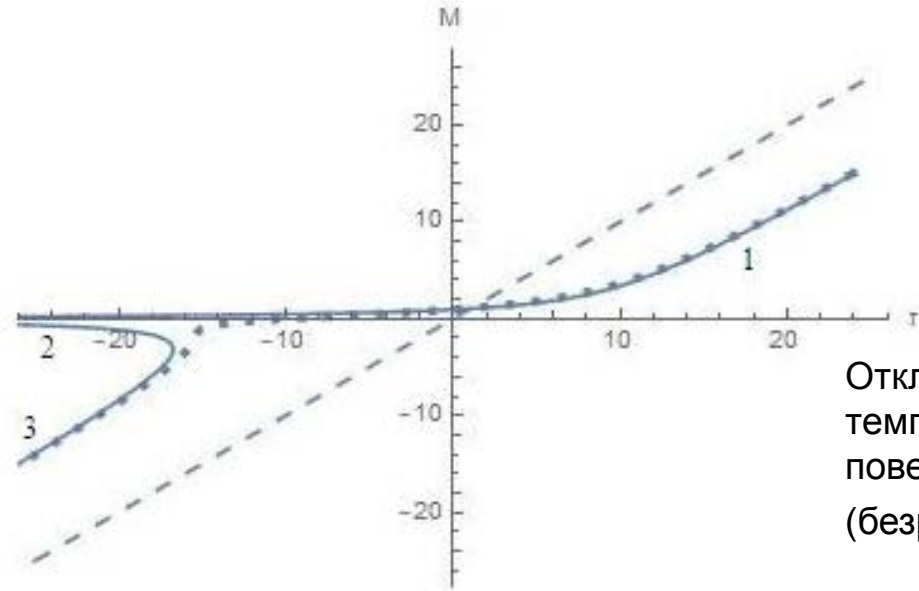
$$N = (\alpha g \gamma)^{1/2} \text{ – частота плавучести}$$

Обобщение модели Прандтля



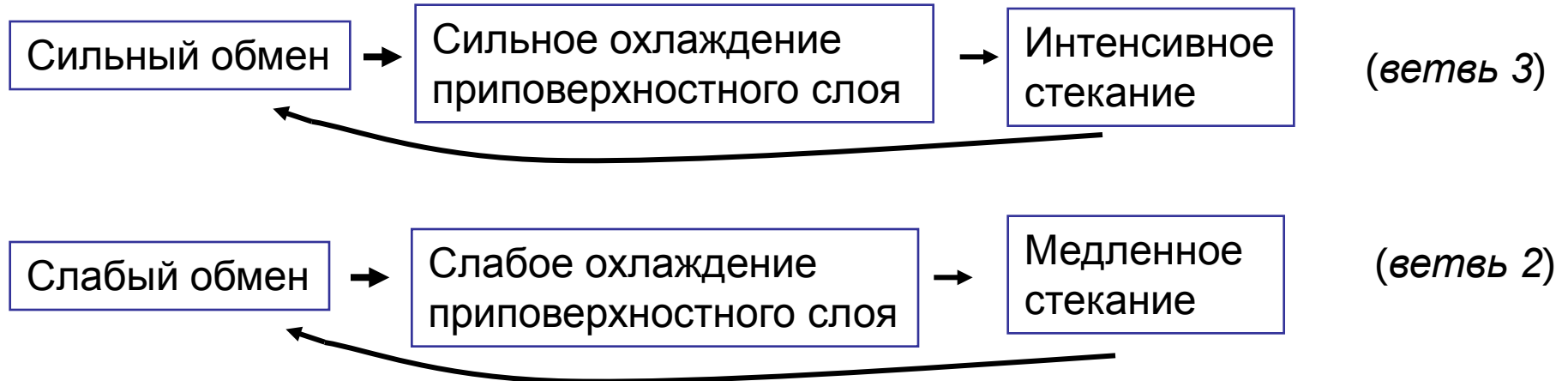
$$|\mathbf{v}| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Масса стекающего воздуха



Отклонение температуры поверхности (безразмерн.)

Возможность разных стац. режимов:



Заключение

1. Найден неизвестный ранее механизм склоновых течений, обусловленный пространственной неоднородностью коэффициентов турбулентного обмена.
2. Рассчитана спиральность склоновых течений. Показано, что генерация спиральности в склоновых течениях, в принципе, может быть значительной.
3. Модель Прандтля обобщена на случай объемного тепловыделения в воздухе. Обнаружена нетривиальная возможность интенсификации склоновых течений при уменьшении угла наклона подстилающей поверхности.
4. Модель Прандтля обобщена на случай нелинейного (квадратичного) сопротивления и теплообмена на подстилающей поверхности. Стационарное решение задачи о течении над охлажденной наклонной поверхностью при таких краевых условиях может быть неединственным – при одних и тех же внешних условиях возможны разные стационарные режимы. Обсуждается вопрос о возможности резких смен режима под влиянием относительно слабых внешних возмущений.